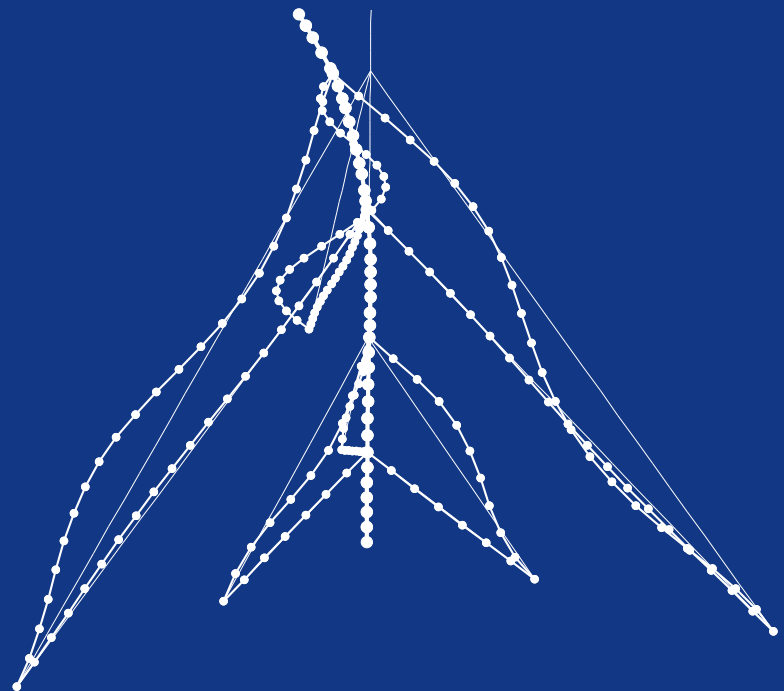
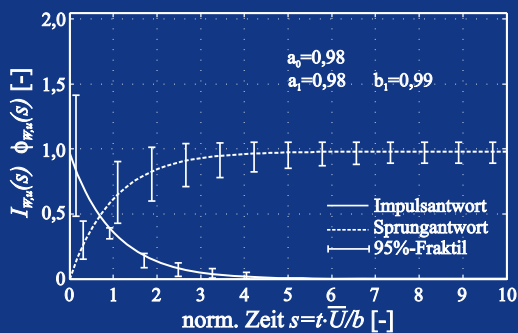
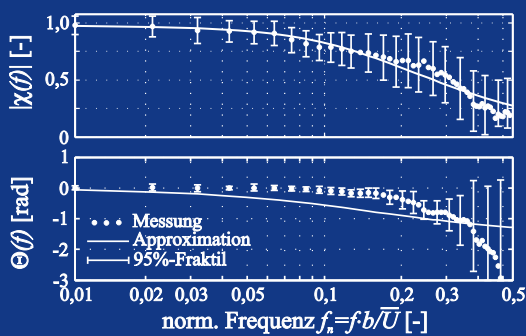
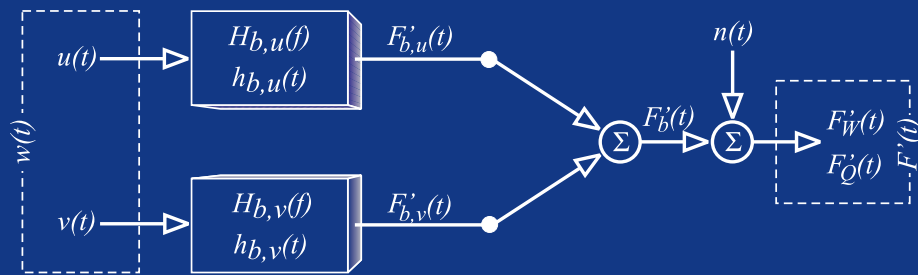


# Identifikation und Simulation instationärer Übertragung der Windturbulenz im Zeitbereich



# Identifikation und Simulation instationärer Übertragung der Windturbulenz im Zeitbereich

Von der Fakultät für  
Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina  
zu Braunschweig

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
**Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)**

genehmigte

**Dissertation**

von  
Dipl.-Ing. Mathias Clobes  
aus Unshausen

Eingereicht am 11. Oktober 2007  
Mündliche Prüfung am 26. März 2008

Vorsitzender: em. Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Joachim Scheer  
Berichter: Prof. Dr.-Ing. Udo Peil  
Berichter: Prof. i.R. Dr.-Ing. Frieder Thiele  
Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Stefanie Reese

Diese Arbeit ist erschienen bei:  
Shaker Verlag GmbH  
Postfach 101818  
52018 Aachen  
[www.shaker.de](http://www.shaker.de)  
unter der ISBN:  
978-3-8322-7206-7

„Phantasie ist wichtiger als Wissen!“  
Albert Einstein





# Kurzfassung

Für schlanke Tragwerke wie abgespannte Masten ist der Wind die bemessungsrelevante und einzige regelmäßig wiederkehrende dynamische Einwirkung. Um Fragestellungen der Ermüdungssicherheit zuverlässig beantworten zu können, ist eine dynamische Analyse des Tragverhaltens abgespannter Masten unter böigem Wind erforderlich. Eine dynamische Analyse muss dabei auch die nichtlinearen Last-Verformungseigenschaften solcher Tragwerke als Folge der durchhängenden Abspannseile berücksichtigen.

Für eine Beschreibung der einwirkenden Windlasten infolge Windturbulenz stehen zwei Modelle zur Verfügung. Übliche Frequenzbereichsmodelle der aerodynamischen Übertragung auf Basis von Admittanzfunktionen erfordern eine Linearisierung dieses nichtlinearen Last-Verformungsverhaltens um einen Arbeitspunkt, welcher lediglich bei Windereignissen mit hohen mittleren Windgeschwindigkeiten und bestimmten Windrichtungen existiert. Da auch zeitlich zurückliegende Windgeschwindigkeiten die momentane Windkraft beeinflussen, ist die aerodynamische Übertragung frequenzabhängig. Diese Frequenzabhängigkeit ist mit dem Begriff der instationären Übertragung verknüpft. Quasistationäre Ansätze zur Beschreibung der turbulenzinduzierten Windlasten für den Zeitbereich erlauben zwar eine Berücksichtigung nichtlinearer mechanischer und aerodynamischer Effekte, sind jedoch nur bei hohen Windgeschwindigkeiten tauglich, die Windkräfte zutreffend zu beschreiben. Solche Starkwindereignisse leisten aber keinen relevanten Schöpfungsbeitrag.

In dieser Arbeit wird über Naturmessungen an einem 344 m hohen abgespannten Masten und deren Auswertung berichtet. Anhand der Messungen von Windgeschwindigkeit und -richtung bis in große Höhen kann das existierende Ingenieurmodell zur Beschreibung des natürlichen Windfeldes verifiziert und auf Basis simultan durchgeführter Windgeschwindigkeits- und Kraftmessungen am partiell verkleideten Mast ein instationäres Windlastmodell für die Böenwindlasten auf Basis linearer, zeitinvarianter Übertragungssysteme identifiziert werden. Eine Approximation der identifizierten komplexen aerodynamischen Admittanzen im Frequenzbereich erfolgt mittels rationaler Funktionen, deren Real- und Imaginärteile Paare der *Hilbert*-Transformation sind. Deren Rücktransformation in den Zeitbereich liefert ein Modell der kausalen instationären Übertragung auf der Basis von Impulsantwortfunktionen. Eine Faltung der aerodynamischen Impulsantworten mit den turbulenten Windgeschwindigkeiten stellt eine frequenzabhängige Übertragung der Windturbulenz im Zeitbereich sicher.

Mit diesem identifizierten instationären Modell für die turbulenzinduzierten Windlasten erfolgt eine Simulation des Tragverhaltens abgespannter Maste unter böigem Wind im Zeitbereich unter Berücksichtigung des nichtlinearen Last-Verformungsverhaltens des Tragwerks sowie aeroelastischer Effekte. Diese Simulationen erfolgen nicht nur für Starkwindereignisse wie sie den technischen Regelwerken zugrunde liegen sondern als auch für ein 50-Jahres Kollektiv der Windeinwirkung.



# Abstract

For slender structures like guyed masts wind is the only relevant and periodically occurring dynamic load. In order to predict the fatigue damage reliably, a dynamic analysis of these structures is required. Due to the sag of the cables, such a dynamic analysis has to include the non-linear load-deflection behaviour.

If the loads are buffeting wind loads due to the natural turbulence, there are two possibilities for their mathematical modelling. On the one hand, buffeting wind loads can be modelled in the frequency domain by spectral representations on basis of aerodynamic admittance functions of the cross section. Due to the memory effects of the flow, previous wind velocity fluctuations affect the actual wind load. Hence, the aerodynamic transfer is basically a function of the frequency. These memory effects are associated with the concept of unsteady wind loads. However, a modelling of the wind loads in the frequency-domain requires a linearization of the structures non-linear behaviour that is suitable only in high winds under certain wind angles. On the other hand, a quasi steady model in the time-domain is available which is able to take the structural and aerodynamic non-linearities into account. However, the quasi steady theory is restricted to fully correlated surface pressures in high winds only. But these high winds do not account significantly for the total fatigue damage.

In this thesis full-scale measurements on a 344 *m* high mast are presented. Based on measurements of wind velocities and directions up to a height of 341 *m* the commonly used descriptions for the longitudinal and lateral components of natural turbulence are verified in order to validate the engineer's model of the wind field. Simultaneous measurements of wind velocities and wind forces on the partly covered mast shaft are used to identify the complex aerodynamic admittance functions from multi-input-single-output, linear time-invariant models. These admittance functions are fitted with rational functions in the frequency domain whose real- and imaginary parts are *Hilbert*-transformation pairs. Hence, a transformation of the admittance functions into the time domain leads to a causal transfer via impulse responses. When using the convolution technique this results in an unsteady model for the buffeting wind loads in the time domain.

Results of buffeting wind loads predicted by means of these impulse response functions are used in a time-domain simulation of guyed masts behaviour under buffeting wind loads, including the non-linearities due to the sagging cables and aeroelastic effects. These simulations are done for strong and moderate winds followed by a life cycle-analysis.



# Vorwort

Während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Stahlbau der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig in den Jahren 2002 bis 2007 ist die vorliegende Arbeit entstanden. Die Deutsche Forschungsgemeinschaft hat diese im Rahmen eines Forschungsprojektes zu einem großen Teil finanziert.

Besonders Danken möchte ich meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Udo Peil. Unter seiner Leitung konnte ich mich in den vergangenen Jahren intensiv dem Windingenieurwesen und der Baudynamik widmen. Er hat mir die Promotion auf diesem Gebiet ermöglicht und in ihm stand mir ein auf beiden Gebieten international anerkannter Wissenschaftler als Betreuer zur Seite, dessen Anregungen und Tipps stets hilfreich waren.

Meinem verehrten Lehrer Herrn Prof. Dr.-Ing. Frieder Thiele von der Universität Kassel danke ich für die Ausbildung, insbesondere auf dem Gebiet des Stahlbaus, die ich bei ihm erfahren durfte. Er war es auch, der mich für das Themengebiet des Windingenieurwesens begeistert hat. Seine Bereitschaft, als Gutachter im Rahmen des Promotionsverfahrens tätig zu sein, hat mich sehr gefreut.

Ebenso geht mein Dank an Herrn em. Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Joachim Scheer für die Übernahme des Vorsitzes in der Prüfungskommission und Frau Prof. Dr.-Ing. Stefanie Reese, die als Prüferin im Promotionsverfahren mitgewirkt hat.

Alle Kollegen des Instituts für Stahlbau haben für eine überaus angenehme Zusammenarbeit und für schöne Stunden auch nach Feierabend gesorgt. Meinem Freund Dipl.-Ing. Kai Weilert bin ich zu besonderem Dank verpflichtet, da ich in ihm stets einen geduldigen und hilfreichen Diskussionspartner insbesondere für das weite Themengebiet der digitalen Signalverarbeitung zur Seite hatte.

Bei meiner Familie möchte ich mich für die vielfältige und liebevolle Unterstützung in jeder Lebensphase bedanken.

Meine Lebensgefährtin Stephanie Jacob zeigte in den vergangenen Monaten grenzenlose Geduld und Nachsicht. Sie war und ist mir eine große Stütze, die ich nicht mehr missen möchte.

Braunschweig, im April 2008



# Inhaltsverzeichnis

<b>Notationen &amp; Symbole</b>	<b>XI</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	1
1.2 Zielsetzung und Vorgehensweise . . . . .	3
<b>2 Aerodynamik schlanker Tragwerke</b>	<b>5</b>
2.1 Stationaritätsbegriffe im Windingenieurwesen . . . . .	5
2.2 Quasistationäre Windkräfte infolge Turbulenz . . . . .	6
2.2.1 Linearisierung der Kraftbeiwerte . . . . .	8
2.2.2 Quasistationäre Windkräfte im Frequenzbereich . . . . .	9
2.3 Instationäre Formulierungen der Windkräfte . . . . .	11
2.3.1 Das Flutterphänomen . . . . .	11
2.3.2 Böenwindlasten durch aerodynamische Admittanzen . . . . .	13
<b>3 Messungen im natürlichen Windfeld</b>	<b>19</b>
3.1 Beschreibung der Messanlage Gartow . . . . .	19
3.2 Signalverarbeitung . . . . .	22
3.2.1 Strategie der Signalkonditionierung . . . . .	23
3.3 Schätzung von Turbulenzparametern . . . . .	28
3.3.1 Leistungsdichtespektren . . . . .	29
3.3.2 Turbulenzintensität . . . . .	32
3.3.3 Integralmaße . . . . .	32
<b>4 Ingenieurmodell für das Windfeld</b>	<b>37</b>
4.1 Statistische Eigenschaften des Windfeldes . . . . .	37
4.1.1 Extremwindereignisse . . . . .	38
4.1.2 Windprofile häufiger Windereignisse . . . . .	39
4.1.3 Leistungsdichtespektren der Windturbulenz . . . . .	45
4.2 Generierung turbulenter, korrelierter Windfelder . . . . .	51
4.2.1 Wellenüberlagerung nach <i>Shinozuka</i> . . . . .	52
4.2.2 Diskretisierung der Turbulenz . . . . .	61
<b>5 Quasistationäre Windlasten</b>	<b>67</b>
5.1 Quasistationäre Übertragung böeninduzierter Windkräfte . . . . .	67
5.1.1 Einfluss der Turbulenz auf den Verlauf der Kraftbeiwerte . . . . .	67
5.1.2 Statistisch äquivalente Linearisierung der Kraftbeiwerte . . . . .	68



5.1.3	Identifikation der Buffeting-Koeffizienten . . . . .	71
5.2	Wirbelinduzierte Windkräfte . . . . .	75
5.2.1	Quasistationäres Modell der Wirbelerregung in laminarer Strömung . . .	75
5.2.2	Quasistationäres Modell der Wirbelerregung in turbulenter Strömung . .	76
5.3	Simulation der Windkräfte in turbulenter Strömung . . . . .	80
5.3.1	Quasistationäre Windkraftmodelle . . . . .	80
5.3.2	Validierung der quasistationären Windkraftmodelle . . . . .	81
5.3.3	Bewertung quasistationärer Modelle für die Windkräfte . . . . .	87
<b>6</b>	<b>Instationäre Beschreibung turbulenzinduzierter Windlasten</b>	<b>89</b>
6.1	Einleitung . . . . .	89
6.1.1	Begriffe in der Systemtheorie . . . . .	89
6.1.2	Das SiSo-LTI-System . . . . .	90
6.2	Instationäre Windlasten mittels MiSo-LTI-System . . . . .	95
6.2.1	Aerodynamische Übertragung im Frequenzbereich . . . . .	96
6.2.2	Kausale Übertragungssysteme . . . . .	100
6.2.3	Identifikationsprozess . . . . .	104
6.3	Identifizierte aerodynamische Übertragungsfunktionen . . . . .	109
6.3.1	Anströmung senkrecht auf den Mastschaft . . . . .	109
6.3.2	Anströmung über Eck . . . . .	114
6.3.3	Bewertung des identifizierten Übertragungsmodells . . . . .	117
<b>7</b>	<b>Nichtlineare Dynamik abgespannter Maste</b>	<b>121</b>
7.1	Einleitung . . . . .	121
7.2	Modellbildung für das Tragwerk . . . . .	121
7.2.1	Beschreibung des Mastschaftes . . . . .	122
7.2.2	Abspannseile . . . . .	124
7.2.3	Dämpfung . . . . .	126
7.3	Nichtlineare Analyse im Zeitbereich . . . . .	130
7.3.1	Lösung der nichtlinearen Schwingungsdifferentialgleichung . . . . .	130
<b>8</b>	<b>Berechnung abgespannter Masten unter Windeinwirkung</b>	<b>137</b>
8.1	Einleitung . . . . .	137
8.2	Beschreibung der untersuchten Tragwerke . . . . .	137
8.3	Beschreibung der Windkräfte . . . . .	138
8.3.1	Quasistationäre Windkräfte . . . . .	139
8.3.2	Instationäre Windkräfte . . . . .	140
8.4	Statistische Stabilität der Mastantwort . . . . .	142
8.4.1	Verteilungsdichte der Mastantwort . . . . .	142
8.4.2	Stabilität von Mittelwert, Standardabweichung und Extremwert . . . .	143
8.5	Numerische Simulation der Böenwirkung . . . . .	148
8.5.1	Näherungsberechnung nach DIN 4131:2007-04 (Entwurf) . . . . .	148
8.5.2	Vergleich extremer Schnittgrößen . . . . .	151
8.5.3	Einfluss der instationären Übertragung . . . . .	156

---

8.5.4	Lebensdaueranalyse . . . . .	159
8.5.5	Zusammenfassung der Simulationsergebnisse . . . . .	163
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>165</b>
	<b>Schrifttum</b>	<b>169</b>
<b>A</b>	<b>Daten ausgewerteter Messungen</b>	<b>179</b>
A.1	Extremwertverteilung . . . . .	180
A.2	Verhältnisse von Turbulenzparametern . . . . .	182
A.2.1	Longitudinale und laterale Turbulenzintensität . . . . .	182
A.2.2	Longitudinales und laterales Integrallängenmaß . . . . .	183
A.3	Identifikation von Übertragungsmodellen . . . . .	184
A.3.1	Quasistationäre Übertragungsmodelle . . . . .	184
A.3.2	Instationäre Übertragungsmodelle . . . . .	184
<b>B</b>	<b>Numerische Lösung nichtlinearer Schwingungen</b>	<b>187</b>
B.1	<i>Houbolt</i> -Integration . . . . .	187
<b>C</b>	<b>Eckdaten der untersuchten Masten</b>	<b>189</b>
C.1	Mast I, 215-m-Mast . . . . .	189
C.2	Mast II, 300-m-Mast . . . . .	193



# Notationen & Symbole

## Lateinische Buchstaben

$A$	Querschnittsfläche
$A_{ref}$	Bezugsfläche
$A_w$	Amplitudenfaktor für Fensterfunktionen
$a_w$	Linearisierender Buffeting-Koeffizient für den Widerstand
$b_{ref}$	Bezugsbreite
$\overline{C_F}$	Aerodynamischer Kraftbeiwert unter dem mittleren Windwinkel $\overline{\varphi}$
$\overline{C_F(\varphi)}$	Mittelwert des zeitabhängigen Prozesses der aerodynamischen Kraftbeiwerte
$C_W$	Widerstandsbeiwert für die Windkraft
$C_Q$	Quertriebsbeiwert für die Windkraft
$C_{k,\tilde{x}}$	Abklingfaktor der Kohärenz für die Turbulenzkomponente $k$ in Strömungsrichtung
$c$	komplexes <i>Fourier</i> -Glied
$d$	Durchmesser der Abspannseile
$\mathbf{D}$	Dämpfungsmatrix nach <i>Rayleigh</i>
$\mathbf{D}_{num}$	numerische Dämpfungsmatrix
$g$	statistischer Spitzenfaktor
$f$	Frequenz
$F_W$	Windkraft allgemein
$\overline{F_W}$	Mittelwert der Windkraft
$F'_W$	Schwankungsanteil der Windkraft
$F_{W,b}$	turbulenzinduzierte Windkraft (buffeting)
$F_W$	Widerstand
$F_Q$	Quertrieb
$\mathbf{F}_i$	Vektor der äußeren Knotenkraftgrößen
$\mathcal{F}\{x\}$	<i>Fourier</i> -Transformierte von $x$
$\mathcal{F}^*\{x\}$	konjugiert Komplexe der <i>Fourier</i> -Transformierten von $x$
$h(\tau)$	Impulsantwortfunktion
$H(f)$	Übertragungsfunktion im Frequenzbereich
$\mathbf{H}(f)$	Linksdreiecksmatrix der Spektralmatrix
$\mathbf{H}^*(f)$	konjugiert Komplexe der Linksdreiecksmatrix $\mathbf{H}$
$\mathcal{H}\{x\}$	<i>Hilbert</i> -Transformierte von $x$
$i$	Zeitschritt
$I_u$	Turbulenzintensität der longitudinalen Turbulenz
$I_{W,u}$	aerodynamische Impulsantwort

$\Im \{x\}$	Imaginärteil von $x$
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix
$J_{F_i F_i}$	Knoteneinflußfunktion für die Autoleistungsdichte
$J_{F_i F_j}$	Knoteneinflußfunktion für die Kreuzleistungsdichte
$\mathbf{K}$	Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{K}_0$	Steifigkeitsmatrix unter Eigengewicht und Vorspannung
$\hat{\mathbf{K}}$	dynamische Steifigkeitsmatrix
$k$	Iterationsschritt, Turbulenzkomponente
$L_0$	Länge eines unverformten Elementes
$L_{kr}$	Integrallängenmaß der Turbulenzkomponente $k$ in $r$ -Richtung
$\mathcal{L} \{x\}$	<i>Laplace</i> -Transformierte von $x$
$\mathbf{M}$	Massenmatrix
$p$	Druck
$P$	Wahrscheinlichkeit
$r$	Raumkoordinate
$r_{x,a}$	Verdrehung um die lokale $x$ -Achse am Stabanfang
$r_{x,e}$	Verdrehung um die lokale $x$ -Achse am Stabende
$\mathbf{R}$	Vektor der inneren Knotenkraftgrößen, berechnet aus den Elementspannungen
$R_{xy}$	Kreuzkorrelationsfunktion zwischen $x(t)$ und $y(t)$
$\Re \{x\}$	Realteil von $x$
$S$	Seilkraft; Schädigung
$S_{FF}$	Autoleistungsdichtespektrum der Windkraft
$S_{F_W F_W}$	Autoleistungsdichtespektrum des Windwiderstandes $F'_W(t)$
$S_{F_Q F_Q}$	Autoleistungsdichtespektrum des Windquertriebs $F'_Q(t)$
$S_{uF}$	Kreuzleistungsdichtespektrum von Windgeschwindigkeit und Windkraft
$\mathbf{S}_k$	Spektralrichtematrix
$St$	<i>Strouhal</i> -Zahl
$t$	Zeitkoordinate
$T_{u\tilde{x}}$	integrales Zeitmaß der longitudinalen Turbulenz in Strömungsrichtung
$U$	longitudinale Windgeschwindigkeitskomponente
$\bar{U}$	Mittelwert der longitudinalen Windgeschwindigkeitskomponente
$U_\infty$	Geschwindigkeit bei laminarer Anströmung
$u$	Schwankungsanteil der longitudinalen Windgeschwindigkeitskomponente
$u_{x,a}$	Verschiebung in lokale $x$ -Richtung am Stabanfang
$u_{y,e}$	Verschiebung in lokale $y$ -Richtung am Stabende
$\bar{U}_{ref}$	Referenzwindgeschwindigkeit in 10 m Höhe über Grund, entspricht formal $v_{ref}$ nach DIN 1055-4:2005-03
$v$	laterale Windgeschwindigkeitskomponente
$W$	resultierende Windgeschwindigkeit
$w$	vertikale Windgeschwindigkeitskomponente
$w_i$	biquadratische Wichtungsfunktion
$\mathbf{X}$	Verschiebungsvektor
$\dot{\mathbf{X}}$	Vektor der Zeitableitungen der Verschiebungsgrößen
$z$	Bezugshöhe über Gelände

$z_G$	Gradienthöhe
$z_0$	Rauigkeitslänge

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	Exponent im Windprofil; Parameter der <i>Rayleigh</i> -Dämpfung
$\alpha_{Iu}$	Exponent für das Profil der Turbulenzintensität
$\beta$	Parameter der <i>Rayleigh</i> -Dämpfung
$\gamma$	<i>Euler-Mascheroni</i> -Konstante
$\Gamma$	Gamma-Funktion
$\delta$	Delta-Funktion
$\varepsilon$	Dehnung
$\varepsilon_{E,tol}$	Konvergenzschranke für Energie
$\varepsilon_{F,tol}$	Konvergenzschranke für Kraft
$\zeta$	Dämpfungsgrad
$\Theta$	Phasenwinkel der aerodynamischen Admittanz
$\Lambda$	logarithmisches Dämpfungsdekrement
$\mu$	numerischer Dämpfungskoeffizient; verteilte Masse
$\xi$	Parameter im <i>Fichtl-McVehil</i> -Spektrum
$\rho$	Luftdicke
$\sigma_x$	Standardabweichung von x
$\Phi$	Modalmatrix
$\phi$	Sprungantwort
$\varphi$	Windwinkel
$\bar{\varphi}$	Mittlerer Windwinkel
$\varphi'$	Schwankungsanteil des Windwinkels
$\chi$	aerodynamische Admittanz
$\omega$	Kreisfrequenz

## Symbole

$\overset{\mathcal{F}}{\circ \longrightarrow \bullet}$	Transformation vom Zeitbereich in den <i>Fourier</i> -Raum
$\overset{\mathcal{F}}{\bullet \longrightarrow \circ}$	Rücktransformation vom <i>Fourier</i> -Raum in den Zeitbereich
$\overset{\mathcal{L}}{\circ \longrightarrow \bullet}$	Transformation vom Zeitbereich in den <i>Laplace</i> -Raum
$\overset{\mathcal{L}}{\bullet \longrightarrow \circ}$	Rücktransformation vom <i>Laplace</i> -Raum in den Zeitbereich
$*$	Faltungsoperation



# 1 Einleitung

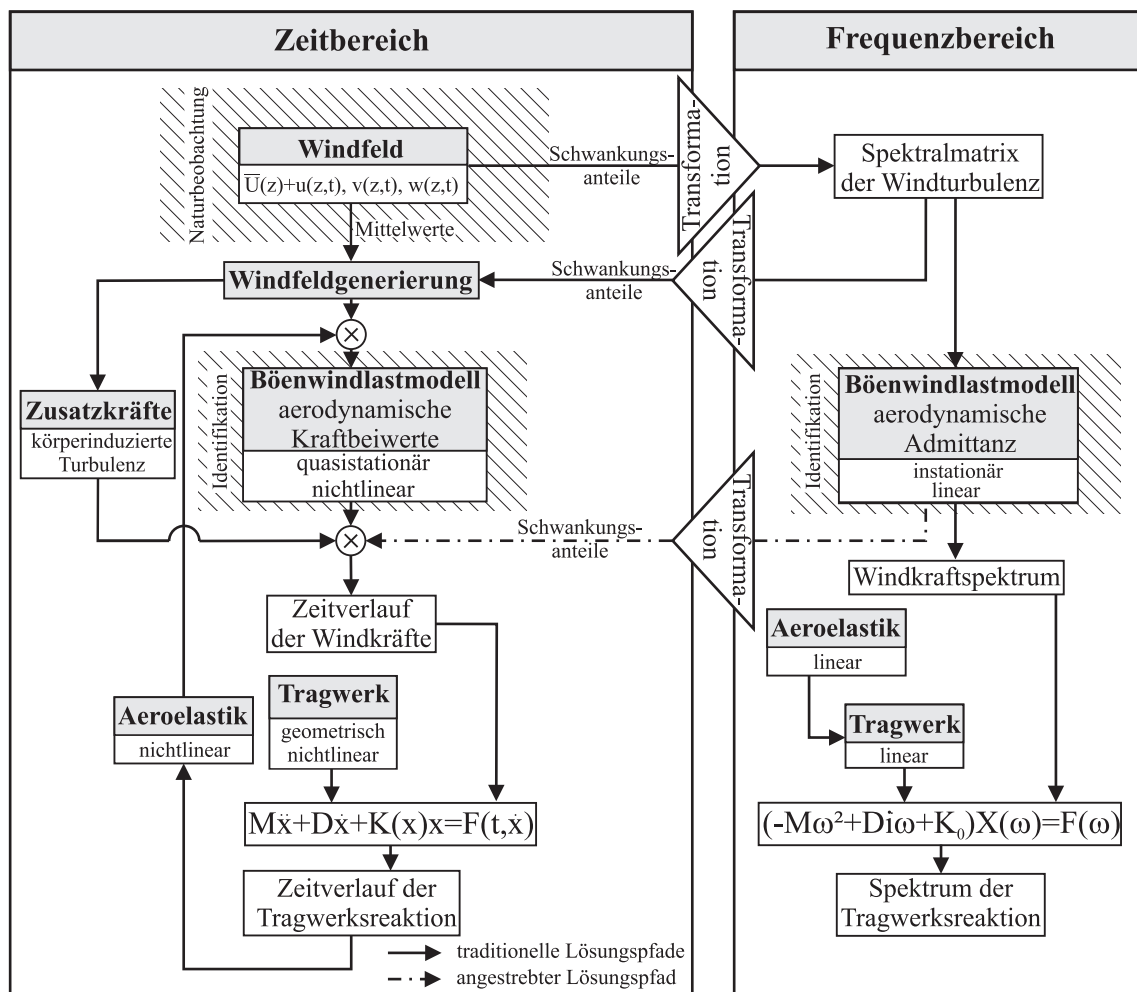
## 1.1 Motivation

Dynamisch beanspruchte Stahlbauwerke gelten als ermüdungsgefährdet, da infolge wechselnder Lasten auch häufig auftretende Spannungen weit unterhalb von Streckgrenze und Zugfestigkeit zum Versagen von Bauteilen und damit eventuell des gesamten Tragwerks führen können. Für hohe und schlanke Bauwerke, wie zum Beispiel abgespannte Maste als stählerne Antennentragwerke, ist der böige Wind die alleinige, regelmäßig wiederkehrende dynamische Beanspruchung. Die Windeinwirkung ist ein hochgradig dynamischer Prozess. So schwanken die Windkräfte zeitlich und räumlich. Schlanke Bauwerke wie die abgespannten Maste reagieren auf diese Einwirkung mit Schwingungen. Hinzu kommt, dass ein solcher Mast auch wegen seiner nutzungsbedingten, topografisch exponierten Lage durch böigen Wind häufig beansprucht wird. Der Beschreibung des Windes und seiner Auswirkungen auf abgespannte Maste kommt also die entscheidende Bedeutung bei der Beantwortung der Frage nach der Standsicherheit des Tragwerks zu.

Modelle zur Prognose der Lebensdauer eines Tragwerks oder Bauteils beruhen auf einer Wichtung der unter einem Lastereignis auftretenden Spannungen mit der Häufigkeit, mit der dieses Ereignis innerhalb der Lebensdauer des Bauwerks auftritt und einer anschließenden Aufsummierung der daraus berechneten Schadensrate über alle Ereignisse. Große Schädigungsraten liefern somit nicht die seltenen Windereignisse mit großen Windgeschwindigkeiten, die hohe Spannungsamplituden im Tragwerk erzeugen. Bei der vorgenannten Aufsummierung fallen vor allem diejenigen Windereignisse ins Gewicht, die häufig auftreten und aus denen Spannungsdoppelamplituden oberhalb der Dauerfestigkeit resultieren. Nicht allein wegen Schwächen bei der Beschreibung der werkstofflichen Schädigung ist eine Vorhersage der Lebensdauer eines schlanken Stahltragwerks im böigen Wind unsicher. Es ist bisher auch nicht bekannt, mit welcher Häufigkeit windinduzierte Spannungsschwingspiele innerhalb der Lebensdauer eines Tragwerks auftreten. Dabei ist die zuverlässige Ermittlung der Lebensdauer eines Tragwerkes stets nicht nur eine Frage der Sicherheit, sondern auch der Wirtschaftlichkeit, da eine präzise Vorhersage von Schädigungen zu einer längeren Nutzung des Tragwerkes führen kann.

Um eine Lebensdaueranalyse durchführen zu können, muss das Kollektiv aller auftretenden Spannungswechsel für das ermüdungsrelevante Detail bekannt sein. Dieses Kollektiv lässt sich nur aus einem, die gesamte Lebensdauer des Bauwerks wiedergebenden, Spannungs-Zeit-Verlauf ermitteln. Ist das Bauwerk schwingungsanfällig, muss dieser auch Massenträgheits- und Dämpfungseffekte beinhalten, was durch die Lösung der Schwingungsdifferentialgleichungen erreicht werden kann.





**Abbildung 1.1:** Problemkette und Lösungspfade bei der Ermittlung der Beanspruchung abgespannter Maste infolge böigen Windes

Grundsätzlich kann eine Lösung dieser Schwingungsdifferentialgleichung sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich erfolgen. Dies bereitet keine Probleme, sofern deren rechte Seite, die Erregerkraft, bekannt ist. Tatsächlich steht die Lösung dieser Schwingungsdifferentialgleichung jedoch am Ende eines Pfades zur Lösung des Gesamtproblems abgespannter Masten im böigen Wind, wie Abbildung 1.1 zeigt.

Die natürliche Windströmung ist ein zeitabhängiger Prozess, dessen Turbulenzeigenschaften sich aber gut im Frequenzbereich in Form einer Spektralmatrix charakterisieren lassen. Durch geeignete Verfahren lassen sich sowohl Zeitreihen als auch Spektren des ungestörten Windfeldes daraus generieren.

Handelt es sich bei den einwirkenden Kräften um turbulenzinduzierte Windkräfte, gibt es prinzipiell zwei Möglichkeiten zu deren mathematischer Beschreibung. Windkräfte können im Frequenzbereich durch ihre Leistungsdichtespektren auf Basis aerodynamischer Admittanzen oder im Zeitbereich durch quasistationäre Berechnungsansätze beschrieben werden. Beide Verfahren sind bewährt, weltweit Gegenstand der technischen Regelwerke und werden auf die Berechnung

abgespannter Masten angewandt.

Die quasistationäre Theorie ist theoretisch jedoch nur dann erfüllt, wenn alle Drücke auf der Oberfläche des Baukörpers vollständig korreliert sind. So gibt zum Beispiel *Vickery* an, dass eine quasistationäre Übertragung nur unterhalb der Frequenz  $f_n = f \cdot b / \bar{U} = 0,2$  das Leistungsdichtespektrum der Windkräfte richtig beschreibt, oberhalb dieser Grenze werden die Amplituden überschätzt [Vick72]. *Niemann et al.* knüpfen die Zulässigkeit quasistationärer Berechnungen an die Böenballengröße und fordern ein mindestens 10-mal größeres Integrallängenmaß als die Baukörperbreite [Niem96].

Tatsächlich ist die Übertragung der Windturbulenz am Bauwerk frequenzabhängig, da auch zeitlich zurückliegende Windgeschwindigkeiten die momentane Windkraft beeinflussen. Ein solches Zurückwirken der Windströmung auf den umströmten Querschnitt ist mit dem Begriff der instationären Übertragung verknüpft [Bisp55, Höff97]. Im Frequenzbereich werden solche Übertragungsmodelle mittels der aerodynamischen Admittanz erfasst. Diese Frequenzbereichsdarstellung der aerodynamischen Übertragung bedingt jedoch eine Linearisierung beider Seiten der Schwingungsdifferentialgleichung.

Das Last-Verformungsverhalten eines abgespannten Mastes ist wegen der durchhängenden Abspannseile ausgeprägt nichtlinear. Durch die räumliche Anordnung der Abspannseile können zudem – besonders bei Windbeanspruchungen über das Nackenseil – chaotische Taumelschwingungen auftreten, die keine Linearisierung erlauben [Pete92]. Zudem wird das Tragwerk durch Nichtlinearitäten fortwährend verstimmt, was zu einer Reduktion von Schwingungsamplituden führt. Auch die turbulenzinduzierten Kräfte und aeroelastischen Effekte wie Galloping oder aerodynamische Dämpfung sind durch nichtlineare Effekte gekennzeichnet. Vollständig im Sinne der Modellannahmen können solche Nichtlinearitäten nur im Zeitbereich erfasst werden [Peil97].

Die gestiegene Leistungsfähigkeit der Computer erlaubt es, vermehrt Simulationen des Tragverhaltens im Zeitbereich durchzuführen und damit auch Windturbulenz und Nichtlinearitäten jedweder Art in die Simulation mit einzubeziehen. So wurden in den letzten Jahren eine Vielzahl von Arbeiten über Flatterberechnungen von Brücken im Zeitbereich unter Berücksichtigung der Windturbulenz veröffentlicht [Chen00a, Chen01, Eusa05]. Die Windkräfte werden hierbei stets auf Basis punktuell definierter Windfelder mittels mathematischer, quasistationärer oder instationärer Modelle gewonnen. Eine vollständige Simulation des Tragverhaltens von Bauwerken im böigen Wind durch Lösung der *Navier-Stoke*-schen-Fluidgleichungen mittels CFD-Methoden wird auch auf Jahre hinaus wegen der notwendigen Rechenleistung nicht möglich sein, so dass ein Bedarf an Modellen besteht, welche die Lücke zwischen einfachen quasistationären Modellen und CFD-Simulationen schließen. Die Anwendung instationärer Modelle auf Basis der aerodynamischen Admittanz bietet die Möglichkeit hierzu. Übertragungsmodelle für den Zeitbereich, die der aerodynamischen Admittanz mathematisch äquivalent sind, existieren nicht, oder nur für potentialtheoretische Fälle [Cost04].

## 1.2 Zielsetzung und Vorgehensweise

Berechnungen abgespannter Maste unter dynamischer Windeinwirkung mit dem Ziel der Ermittlung von Beanspruchungen in einer Starkwindsituation oder einer Lebensdauerprognose

wurden schon von mehreren Autoren vorgenommen [Pete70, Laza85, Noel91, Spar93, Wang94, Heng99]. Diese Untersuchungen basieren aber entweder auf einer Berechnung der Bauwerksantwort im Frequenzbereich mittels des Spektralverfahrens, sind also nur für lineares Verhalten des Tragwerks gültig oder die Analyse wurde im Zeitbereich durchgeführt. Die Beschreibung der Windkräfte erfolgte jedoch dann stets nur mittels quasistationärer Theorie.

Ziel einer verbesserten Prognose des Tragverhaltens abgespannter Maste muss es sein, die Vorteile einer Beschreibung der Windkräfte im Frequenzbereich mit den Vorteilen einer dynamischen Berechnung im Zeitbereich zu verbinden. Eine Untersuchung des Einflusses der instationären Übertragung der Windturbulenz bei abgespannten Masten durch dynamische, geometrisch nichtlineare Zeitverlaufsrechnungen steht somit noch aus.

Für eine dynamische Analyse der Tragwerksbeanspruchung durch böigen Wind im Zeitbereich werden zeitlich und räumlich korrelierte Wind-Zeitreihen der natürlichen Turbulenz benötigt. Basierend auf Beobachtungen der natürlichen Windströmung, welche das Institut für Stahlbau der Technischen Universität Braunschweig seit 1989 am Mast Gartow II im Landkreis Lüchow-Dannenberg durchführt, sollen statistisch abgesicherte Eigenschaften der natürlichen Windströmung ermittelt werden. Bei der Auswertung von Messdaten, insbesondere von Naturmessungen, ist eine präzise Beschreibung der verwendeten Methode zur Signalkonditionierung erforderlich, um dem Leser einen Vergleich mit anderen Untersuchungen zu ermöglichen. Die aus den Naturmessungen gewonnen Daten sollen das existierende Parameterfeld statistischer Eigenschaften der natürlichen Windströmung erweitern und als Basis für eine numerische Simulation ungestörter Windfelder im Zeitbereich dienen. Hierbei gilt es, insbesondere die höhenabhängigen Eigenschaften der Windturbulenz zu berücksichtigen, die zu einer inhomogenen anisotropen Turbulenzstruktur führen [Pano84, Noel91, Tell98].

In dieser Arbeit sollen auf Grundlage simultan gemessener Windgeschwindigkeiten und Windkräfte am partiell verkleideten, mit Kraftsensoren ausgestatteten Mast Gartow II, frequenzabhängige aerodynamische Übertragungsmodelle der Windturbulenz identifiziert und für den Zeitbereich nutzbar gemacht werden. Hierzu gilt es, aus den identifizierten komplexen aerodynamischen Admittanzen die für die Faltung im Zeitbereich notwendigen Impuls- oder Sprungantwortfunktionen zu ermitteln. Hierbei muss den unvermeidlichen Störungen der Messergebnisse bei den Zeit-Frequenzbereichstransformationen Rechnung getragen werden. So ist zum Beispiel an die Übertragungsfunktionen die für physikalische Systeme notwendige Bedingung der Kausalität zu stellen. Über eine Analyse der statistischen Unsicherheiten von geschätzten, frequenzabhängigen Übertragungsmodellen und die Auswertung mehrerer Messereignisse mit vergleichbaren Turbulenzparametern sollen abgesicherte Modelle für die instationäre Übertragung der Windturbulenz im Zeitbereich aufgestellt werden.

Mit diesen Übertragungsmodellen erfolgt dann eine dynamische Analyse abgespannter Maste unter böigem Wind im Zeitbereich. Hierzu wird eine Finite-Elemente-Software erstellt, die eine Anbindung der Windlastmodelle an das Tragwerksmodell erlaubt, um aeroelastische Effekte bei der Simulation berücksichtigen zu können. Es werden anschließend vergleichende Berechnungen der Tragwerksbeanspruchungen mittels quasistationärer und instationärer Übertragungsmodelle für die Windturbulenz durchgeführt. Diese Beanspruchungen werden sowohl im Hinblick auf den Grenzzustand der Tragfähigkeit, als auch auf die Lebensdauer der abgespannten Maste ausgewertet.

## 2 Aerodynamik schlanker Tragwerke

---

*In diesem Kapitel wird ein Überblick über den Wissensstand der Beschreibung turbulenzinduzierter Windlasten gegeben. Zunächst gilt es, einige Begriffe zur Stationarität zu definieren. Anschließend werden die vergleichsweise einfachen und deshalb am häufigsten verwendeten quasistationären Formulierungen mit ihren unterschiedlichen Vereinfachungen erläutert. Da der Schwerpunkt dieser Arbeit auf der Analyse instationärer Übertragungsmodelle liegt, wird auch das klassische Problem instationärer Windkräfte beim Flattern flacher Plattenquerschnitte dargestellt, um die Grundlage zum Verständnis instationärer aerodynamischer Phänomene zu schaffen. Am Ende dieses Kapitels folgen die instationären Modelle zur Beschreibung turbulenzinduzierter Windlasten auf der Basis der Leistungsdichtespektren der Windturbulenz und der aerodynamischen Admittanzen im Frequenzbereich.*

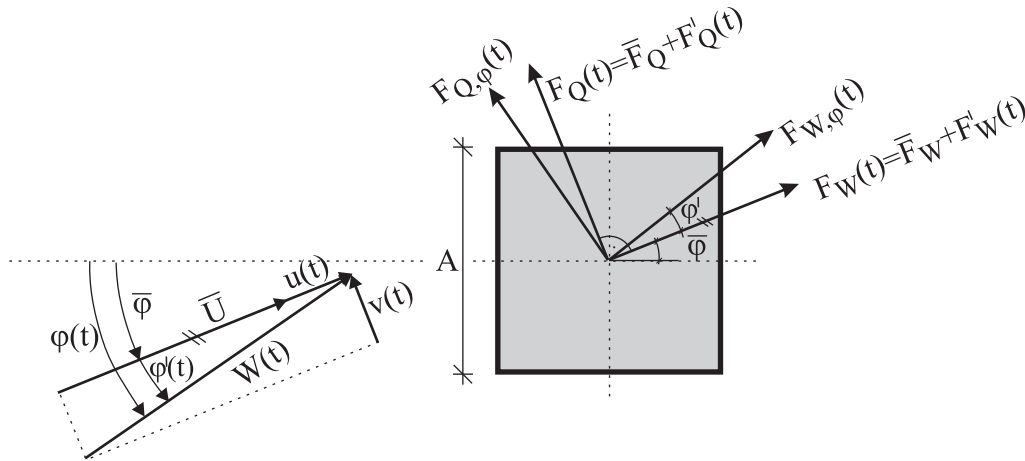
---

### 2.1 Stationaritätsbegriffe im Windingenieurwesen

Im Windingenieurwesen spielt der Begriff der Stationarität in verschiedenen Zusammenhängen eine wichtige Rolle. Hierbei kommt es oftmals zu Verwechslungen, da dieser Begriff in verschiedenen Zusammenhängen unterschiedliche Bedeutungen haben kann. Eine Abgrenzung scheint daher zum Verständnis der vorliegenden Arbeit angebracht.

Stationarität im Zusammenhang mit einer allgemeinen Prozessanalyse bedeutet, dass sich die prozessbestimmenden Parameter innerhalb des Beobachtungszeitraumes nicht verändern. Bei einem instationären Prozess ändern sich diese Parameter mit der Zeit so stark, dass die Annahme deren zeitlicher Invarianz nicht mehr gerechtfertigt ist. Analysiert man einen stationären Prozess und überträgt die gewonnenen Ergebnisse auf einen Prozess mit zeitlich veränderlichen Parametern, spricht man von einer quasistationären Übertragung.

Streng genommen wird in der Strömungsmechanik immer dann von Instationarität gesprochen, wenn das Strömungsfeld um den betrachteten Körper zeitabhängig ist, also Geschwindigkeit, Druck oder Dichte zeitlich nicht konstant sind [Rusc82]. Es ist dabei ohne Belang, ob die Ursache dieser Instationarität durch die zeitlich veränderliche turbulente Anströmung bedingt oder die Folge einer Strömungsablösung am Körper selbst ist. Stationäre Strömungszustände liegen damit nur bei laminarer Anströmung auf strömungsschlüpfrige Körper und kleinen *Reynoldszahlen* vor. Darüber hinaus wird von einer instationären Theorie auch dann gesprochen, wenn die vereinfachte Annahme einer Proportionalität zwischen dem Quadrat der Windgeschwindigkeit



**Abbildung 2.1:** Windgeschwindigkeiten und -kräfte am quadratischen Querschnitt

und der Windkraft, wie sie der quasistationären Theorie im Falle voll korrelierter Druckschwankungen zugrunde liegt, aufgegeben wird. Die Annahme einer quasistationären Theorie bietet sich an, weil sich die aerodynamischen Kraftbeiwerte als Proportionalitätsfaktoren zwischen quadriertem Staudruck und Windkraft vergleichsweise einfach als Mittelwerte im Windkanal bestimmen lassen [Eiff12].

Davon unterschieden werden muss der Begriff der Stationarität im statistischen Sinne. So sind Messschriebe, vor allem von Naturphänomenen, immer einem mehr oder weniger ausgeprägten Trend über die Zeit unterworfen. Dies kann zum Beispiel die Änderung eines statistischen Parameters wie des Mittelwertes der Windgeschwindigkeit beim Heraufziehen eines Sturmes sein. Zur mathematischen Beschreibung des Windes wird in der Regel vorausgesetzt, dass sich die Mittelwerte, berechnet über ein Zeitintervall, nicht signifikant von den Mittelwerten der anderen Zeitintervalle unterscheiden. Mittlere Windgeschwindigkeit und mittlere Windrichtung unterliegen innerhalb des betrachteten Zeitraumes also keinem Trend. Die statistischen Parameter des Zufallsprozesses sind konstant und ändern sich mit der Zeit nicht. Dies wird als statistische Stationarität bezeichnet. Zu weiteren Begriffsdefinitionen im Zusammenhang mit der Klassifizierung statistischer Prozesse, insbesondere der Ergodizität, sei auf [Bend00] verwiesen.

## 2.2 Quasistationäre Windkräfte infolge Turbulenz

Bei schlanken, vertikal orientierten, linienförmigen Tragwerken kann näherungsweise von einer zweidimensionalen Umströmung ausgegangen werden, was es gestattet, die Kräfte innerhalb eines 1 m breiten Streifens zu betrachten und Einflüsse aus der vertikalen Turbulenz  $w(t)$  zu vernachlässigen. Abbildung 2.1 zeigt einen quadratischen Querschnitt eines solchen Tragwerks und die daran angreifenden aerodynamischen Kräfte in einem strömungsfesten Koordinatensystem.

Die in Richtung der mittleren Strömungsrichtung  $\bar{\varphi}$  – berechnet aus der Vektorsumme aller zeitveränderlichen Windwinkel  $\varphi(t)$  – zerlegten Komponenten der Windkraft werden als

Windwiderstand und -quertrieb bezeichnet. Diese berechnen sich beim quasistationären Windlastmodell zu

$$\begin{bmatrix} F_W(t) \\ F_Q(t) \end{bmatrix} = \frac{\rho}{2} \cdot W(t)^2 \cdot A_{ref} \begin{bmatrix} \cos(\varphi') & -\sin(\varphi') \\ \sin(\varphi') & \cos(\varphi') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_W(\varphi) \\ C_Q(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

wobei

$$W(t) = \sqrt{(\bar{U} + u(t))^2 + v(t)^2} \quad (2.2)$$

der aus den Turbulenzkomponenten resultierende Windvektor zum Zeitpunkt  $t$  ist.

Gleichung (2.1) lässt sich mit den geometrischen Beziehungen der Gleichung (2.3)

$$\sin(\varphi') = \frac{v(t)}{W(t)} \quad \cos(\varphi') = \frac{\bar{U} + u(t)}{W(t)} \quad (2.3)$$

wie folgt umformen:

$$\begin{bmatrix} F_W(t) \\ F_Q(t) \end{bmatrix} = \frac{\rho}{2} \cdot A \begin{bmatrix} W(t) \cdot (\bar{U} + u(t)) & -W(t) \cdot v(t) \\ W(t) \cdot v(t) & W(t) \cdot (\bar{U} + u(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_W(\varphi) \\ C_Q(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Eine Vereinfachung gelingt durch die Vernachlässigung der quadratischen Schwankungsglieder<sup>1</sup> entsprechend Gleichung (2.5).

$$W \cdot (\bar{U} + u) \approx (\bar{U} + u)^2 \approx \bar{U}^2 + 2 \cdot \bar{U} \cdot u \quad W \cdot v \approx (\bar{U} + u) \cdot v \approx \bar{U} \cdot v \quad (2.5)$$

Der Einfluss dieser Vereinfachungen wurde unter anderem von *Rotert* mittels numerischer Simulation des Schwingungsverhaltens eines Einmassenschwingers untersucht [Rote86]. Er stellt fest, dass eine Vernachlässigung der quadratischen Schwankungsglieder zu einer Unterschätzung der mittleren Systemantwort von bis zu 8 % ausmachen kann. Allgemein gilt, dass der Fehler dieser Vernachlässigung bei der Berechnung des mittleren Staudrucks der Summe der quadrierten Turbulenzintensitäten  $I_u^2 + I_v^2$  äquivalent ist. Bei einer normalturbulenten Strömung mit  $I_u = 0,15 \dots 0,20$  und  $I_v = I_u$  führt dies zu einer Unterschätzung der Beanspruchung zwischen 5 % und 8 %.

Die Berücksichtigung der Gleichungen (2.5) führt zu folgenden vereinfachten Formeln für die Berechnung des Windwiderstandes und des Windquertriebs nach der quasistationären Theorie:

$$\begin{bmatrix} F_W(t) \\ F_Q(t) \end{bmatrix} = \frac{\rho}{2} \cdot A \begin{bmatrix} (\bar{U}^2 + 2 \cdot \bar{U} \cdot u(t)) & -\bar{U} \cdot v(t) \\ \bar{U} \cdot v(t) & (\bar{U}^2 + 2 \cdot \bar{U} \cdot u(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_W(t) \\ C_Q(t) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Die formale Aufteilung in einen Mittelwert und in einen Schwankungsanteil der Windkraft, die,

<sup>1</sup>In Gleichung (2.5) wurde vereinfachend die Abhängigkeit der Turbulenzkomponenten  $u$  und  $v$  von der Zeit weggelassen.

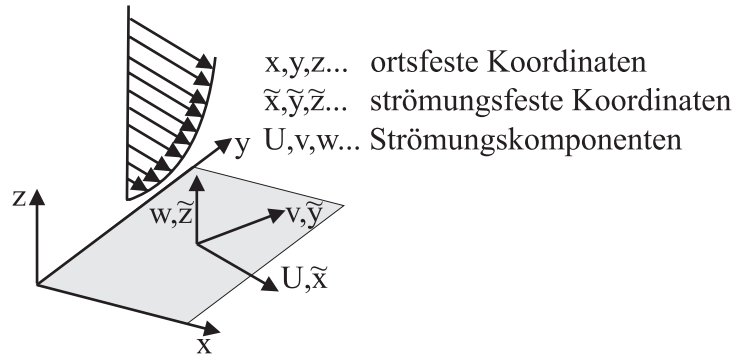


Abbildung 2.2: Bezeichnungen der Koordinatensysteme

wie an späterer Stelle noch gezeigt wird, in vielen Fällen notwendig ist, gelingt hiermit nicht. Hierzu müssen zusätzliche Vereinfachungen für die Beschreibung der Kraftbeiwerte vorgenommen werden.

## 2.2.1 Linearisierung der Kraftbeiwerte

Durch eine Linearisierung um den mittleren Windwinkel  $\bar{\varphi}$  des im Allgemeinen nichtlinearen Verlaufs der Kraftbeiwerte  $C_F(\varphi)$  gelingt die gewünschte Aufteilung in einen Mittelwert und einen Schwankungsanteil der Windkraft. Für diese Linearisierung des Beiwerteverlaufs gibt es mehrere Ansätze, wie zum Beispiel

- eine *Taylor*-Reihenentwicklung der Kraftbeiwerte und Abbrechen nach dem ersten Entwicklungsglied oder
- die Einführung linearisierender Buffeting-Koeffizienten.

### 2.2.1.1 Taylor-Reihenentwicklung

Durch die Entwicklung des Beiwerteverlaufes in eine *Taylor*-Reihe nach Gleichung (2.7) und Abbruch nach dem ersten Entwicklungsglied

$$C_F(\bar{\varphi} + \varphi') = C_F(\bar{\varphi}) + \frac{\varphi'}{1!} \cdot \frac{dC_F(\bar{\varphi})}{d\varphi} + \frac{\varphi'^2}{2!} \cdot \frac{d^2C_F(\bar{\varphi})}{d\varphi^2} \dots \quad (2.7)$$

gelingt für kleine Winkelschwankungen mit

$$\varphi' = \arctan\left(\frac{v(t)}{\bar{U} + u(t)}\right) \approx \arctan\left(\frac{v(t)}{\bar{U}}\right) \approx \frac{v(t)}{\bar{U}} \quad (2.8)$$

und der Forderung

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt \stackrel{!}{=} 0 \quad \bar{v} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.9)$$

sowie einer Vernachlässigung von Produkten der Schwankungsanteile als Glieder höherer Ordnung nach kurzer Zwischenrechnung die linearisierte Darstellung der Windkräfte als Mittelwert und Schwankungsanteil entsprechend Gleichung (2.10) und (2.11).

$$\begin{bmatrix} \bar{F}_W \\ \bar{F}_Q \end{bmatrix} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot \bar{U}^2 \begin{bmatrix} \bar{C}_W \\ \bar{C}_Q \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \bar{C}_F = C_F(\bar{\varphi}) \quad (2.10)$$

$$\begin{bmatrix} F'_W(t) \\ F'_Q(t) \end{bmatrix} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot \bar{U} \begin{bmatrix} 2 \cdot \bar{C}_W & \left( \frac{dC_W(\bar{\varphi})}{d\varphi} - \bar{C}_Q \right) \\ 2 \cdot \bar{C}_Q & \left( \frac{dC_Q(\bar{\varphi})}{d\varphi} + \bar{C}_W \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Anhand des Klammerausdrucks in Gleichung (2.11) lässt sich die Gefährdung des Querschnitts gegenüber einer Galloping-Instabilität erkennen. So neigt der Querschnitt für

$$\left( \frac{dC_Q(\bar{\varphi})}{d\varphi} + \bar{C}_W \right) < 0 \quad (2.12)$$

zu Galloping-Schwingungen, da positive laterale Windgeschwindigkeiten  $v(t)$  eine Verschiebung des Querschnitts entgegen der Richtung von  $v(t)$  bewirken. Querschnittsgeschwindigkeit  $\dot{x}(t)$  und Windgeschwindigkeit addieren sich, was eine weitere Verschiebung bewirkt, bis die elastische Rückstellkraft des Bauwerks erreicht ist. Der Querschnitt beginnt zu schwingen.

Wesentlicher Nachteil der hier vorgenommenen Linearisierung der Kraftbeiwerte mittels Entwicklung als Taylorreihe ist, dass die Turbulenzkomponenten keinen Beitrag zum Mittelwert von Windwiderstand und -quertrieb liefern, wie die Gleichung (2.10) zeigt. Bei diesem Windlastmodell ist der Mittelwert der Windkraft also unabhängig von der Turbulenzintensität – eine fehlerhafte Beschreibung, wie Naturmessungen und Windkanalexperimente zeigen [Sock84, Höff93]. Um diesen Nachteil zu vermeiden, bietet es sich an, eine statistisch äquivalente Linearisierung vorzunehmen. *Niemann et al.* haben zu diesem Zwecke sogenannte linearisierende Buffeting-Koeffizienten eingeführt. Nähere Ausführungen zu dieser Variante sind in Kapitel 5 enthalten.

### 2.2.2 Quasistationäre Windkräfte im Frequenzbereich

Die zuvor durchgeführten Vereinfachungen des Windvektors nach Gleichung (2.5) und des Beiwerteverlaufs nach Gleichung (2.7) waren notwendig, um eine Frequenzdarstellung böeninduzierter Windkräfte zu ermöglichen.

Die Autokorrelationsfunktionen der Windkräfte für den Widerstand  $R_{F_W F_W}(\tau)$  und für den Quertrieb  $R_{F_Q F_Q}(\tau)$  nach Gleichung (2.11) ergeben sich unter der belegten Annahme [Tell98], dass die Korrelation zwischen den beiden Turbulenzkomponenten vernachlässigt werden kann mit

$$R_{uv}(\tau) = R_{vu}(\tau) \approx 0 \quad (2.13)$$



nach kurzer Zwischenrechnung zu

$$\begin{bmatrix} R_{F_W F_W}(\tau) \\ R_{F_Q F_Q}(\tau) \end{bmatrix} = \left( \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot \bar{U} \right)^2 \begin{bmatrix} (2 \cdot \bar{C}_W)^2 & \left( \frac{dC_W(\bar{\varphi})}{d\varphi} - \bar{C}_Q \right)^2 \\ (2 \cdot \bar{C}_Q)^2 & \left( \frac{dC_Q(\bar{\varphi})}{d\varphi} + \bar{C}_W \right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{uu}(\tau) \\ R_{vv}(\tau) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

wobei

$$\begin{bmatrix} R_{uu}(\tau) \\ R_{vv}(\tau) \end{bmatrix} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \begin{bmatrix} u(t) \cdot u(t + \tau) \\ v(t) \cdot v(t + \tau) \end{bmatrix} dt \quad (2.15)$$

die Autokorrelationsfunktionen der beiden Turbulenzkomponenten  $u(t)$  und  $v(t)$  sind. Eine Transformation der Gleichung (2.14) in den Frequenzbereich der *Fourier*-Transformation liefert die Autoleistungsdichtespektren der Windkräfte.

$$\begin{bmatrix} S_{F_W F_W}(f) \\ S_{F_Q F_Q}(f) \end{bmatrix} = \mathcal{F} \left\{ \begin{bmatrix} R_{F_W F_W}(\tau) \\ R_{F_Q F_Q}(\tau) \end{bmatrix} \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} R_{F_W F_W}(\tau) \\ R_{F_Q F_Q}(\tau) \end{bmatrix} \cdot e^{-i2\pi f t} dt \quad (2.16)$$

Es ergibt sich der Zusammenhang zwischen den Autoleistungsdichtespektren der Windgeschwindigkeit und denen des Windwiderstands  $S_{WW}(f)$  und des Windquertriebs  $S_{QQ}(f)$  entsprechend des nachfolgenden Ausdrucks.

$$\begin{bmatrix} S_{F_W F_W}(f) \\ S_{F_Q F_Q}(f) \end{bmatrix} = \left( \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot \bar{U} \right)^2 \begin{bmatrix} (2 \cdot \bar{C}_W)^2 & \left( \frac{dC_W(\bar{\varphi})}{d\varphi} - \bar{C}_Q \right)^2 \\ (2 \cdot \bar{C}_Q)^2 & \left( \frac{dC_Q(\bar{\varphi})}{d\varphi} + \bar{C}_W \right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{uu}(f) \\ S_{vv}(f) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Hierin sind  $S_{uu}(f)$  das Autoleistungsdichtespektrum der longitudinalen Turbulenz und  $S_{vv}(f)$  das Autoleistungsdichtespektrum der lateralen Turbulenz.

Gleichung (2.17) zeigt, dass die Übertragungsglieder keine Modulation des Frequenzgehaltes zwischen dem Spektrum der Windgeschwindigkeiten und dem Kraftspektrum bewirken. Das Fehlen einer solchen Modulation ist das Kennzeichen eines quasistationären Übertragungsprozesses.

Mit den Zusammenhängen nach Gleichung (2.10) gelingt eine verkürzte Darstellung.

$$\begin{bmatrix} S_{F_W F_W}(f) \\ S_{F_Q F_Q}(f) \end{bmatrix} = \frac{1}{\bar{U}^2} \begin{bmatrix} (2 \cdot \bar{F}_W)^2 & \left( \frac{dF_W(\bar{\varphi})}{d\varphi} - \bar{F}_Q \right)^2 \\ (2 \cdot \bar{F}_Q)^2 & \left( \frac{dF_Q(\bar{\varphi})}{d\varphi} + \bar{F}_W \right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{uu}(f) \\ S_{vv}(f) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\frac{d}{d\varphi} \begin{bmatrix} F_W \\ F_Q \end{bmatrix} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot \bar{U}^2 \cdot \frac{d}{d\varphi} \begin{bmatrix} C_W(\bar{\varphi}) \\ C_Q(\bar{\varphi}) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

## 2.3 Instationäre Formulierungen der Windkräfte

Von einer instationären Beschreibung der Windkräfte wird im Allgemeinen im Zusammenhang mit der Beschreibung aeroelastischer Erregerkräfte auf flache, plattenartige Querschnitte gesprochen. Da im weiteren Verlauf dieser Arbeit Analogien zwischen der Beschreibung turbulenzinduzierter Windkräfte und der Beschreibung aeroelastischer Effekte hergestellt werden, scheint eine Einführung in die Grundzüge der Behandlung von Flutterphänomenen notwendig.

### 2.3.1 Das Flutterphänomen

Von Beginn des 20. Jahrhunderts an beschäftigen sich Forscher mit Flutterphänomenen der Tragflügel von Flugzeugen. Ab Anfang der 1940er Jahre, initiiert durch den Einsturz der *Tacoma-Narrows*-Brücke in den USA, wird dieses Wissen auch bei der rechnerischen Auslegung von Brückendecks schlanker Hängebrücken eingesetzt.

In Abbildung 2.3(a) auf der nächsten Seite ist das System für die vereinfachte zweidimensionale Behandlung des Flutterproblems dargestellt. Die Bewegung der starren, dünnen Platte kann mittels eines Systems zweier Schwingungsdifferentialgleichungen beschrieben werden.

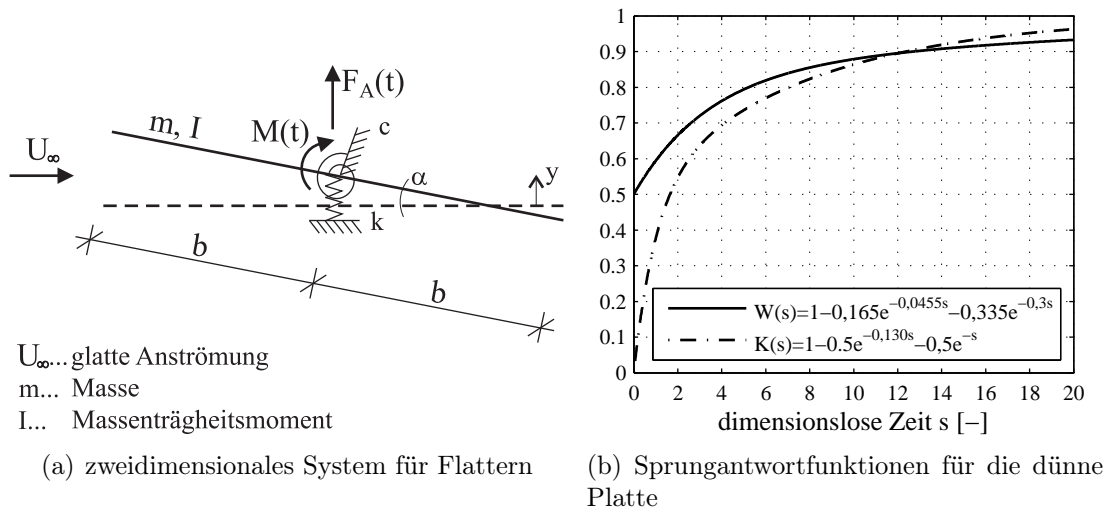
$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_A(y, \alpha, U_\infty) \\ M(y, \alpha, U_\infty) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Die beiden Freiheitsgrade Vertikalverschiebung  $y$  – auch Schlagbewegung genannt – und Drehbewegung  $\alpha$  sind über die einwirkenden Windkräfte, der rechten Seite des Differentialgleichungssystems, gekoppelt. Schwierig bei der Lösung dieser Gleichungen ist die Beschreibung dieser einwirkenden Windkräfte, die nicht nur von der Windströmung, sondern auch von den Bewegungsgrößen und deren Zeitableitungen abhängig sind. *Wagner*, *Theodorsen* und *Küssner* waren die ersten Wissenschaftler, die in den 20er und 30er Jahren des vergangenen Jahrhunderts eine analytische Beschreibung für die Windkräfte auf eine dünne Platte angegeben haben. Die Untersuchungen von *Wagner* gelten dabei als Pionierarbeit [Wagn25]. Er beschreibt auf Basis der Potentialtheorie die Auftriebskraft<sup>2</sup> auf eine dünne Platte in laminarer Strömung wie folgt [Förs74]:

$$\begin{aligned} F_A(s) = & \pi \rho b^2 (\ddot{y}(s) + U_\infty \dot{\alpha}(s)) + \\ & + 2\pi \rho U_\infty b \left( \dot{y}(0) + U_\infty \alpha(0) + \frac{b}{2} \dot{\alpha}(0) \right) W(s) + \\ & + 2\pi \rho U_\infty b \int_0^s \frac{d}{d\sigma} \left( \dot{y}(\sigma) + U_\infty \alpha(\sigma) + \frac{b}{2} \dot{\alpha}(\sigma) \right) W(s - \sigma) d\sigma \end{aligned} \quad (2.21)$$

Die nach ihm benannte Funktion  $W(s)$  beschreibt dabei die Entwicklung des Auftriebs infolge eines plötzlichen, sprunghaften Anstellens der Platte um einen Winkel  $\alpha$  in glatter Strömung

<sup>2</sup>Für das Windmoment  $M(t)$  gelten ähnliche Zusammenhänge.



**Abbildung 2.3:** Aeroelastisches Problem der dünnen Platte

$U_\infty$ . In Abbildung 2.3(b) ist die für praktische Berechnungen approximierte *Wagner*-Funktion dargestellt. Sie zeigt, dass sich unmittelbar mit dem Anstellen der Platte 50 % des Auftriebs einstellen. Der momentane Auftrieb nähert sich für sehr lange Zeiten  $s = \omega \cdot b / U_\infty$  asymptotisch dem vollen Auftrieb des stationären Zustandes. Eine solche Zeitverzögerung beim Aufbau der Windkräfte ist auch als *Wagner*-Effekt bekannt [Rusc82].

Die Faltung der Bewegungsgrößen  $\dot{y}$ ,  $\alpha$ ,  $\dot{\alpha}$  mit der *Wagner*-Funktion nach Gleichung (2.21) berücksichtigt damit nicht nur den aktuellen, sondern wichtet auch alle zurückliegenden Bewegungszustände, weshalb in diesem Zusammenhang auch von Gewichtsfunktionen gesprochen werden kann. Diese Abhängigkeit von zurückliegenden Bewegungszuständen hat ihre Ursache darin, dass sich bei einer Änderung eines Freiheitsgrades, wie zum Beispiel des Anstellwinkels  $\alpha$ , die Strömungskräfte nicht augenblicklich auf die neue Situation einstellen können, da ablösende Wirbel über einen längeren Zeitraum auf die Platte zurückwirken [Bisp55].

Die zweite Funktion in Abbildung 2.3(b) ist die nach *Küssner* benannte Funktion  $K(s)$  zur Beschreibung des Auftriebs, wenn ein sprunghafter Abwind – zum Beispiel infolge vertikaler Turbulenz – die Platte passiert. Die Instationarität entsteht hierbei, weil es eine gewisse Zeit dauert, bis sich der neue Strömungszustand der gesamten Platte mitgeteilt hat. Die Herleitung der *Küssner*-Funktion erfolgt ebenfalls mittels Potentialtheorie, wodurch sich mit Gleichung (2.21) vergleichbare Zusammenhänge zur Beschreibung der Auftriebskraft ergeben. Auf nähere Hintergründe zur Herleitung beider Funktionen kann im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen werden, es sei deshalb auf das einschlägige Fachschrifttum verwiesen [Förs74, Truc99].

Diese Funktionen sind nach Kenntnis des Verfassers die ersten Darstellungen zur Beschreibung der Windkräfte auf Basis instationärer Zusammenhänge. Instationär bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die aktuelle Windkraft auch von den vorangegangenen Bewegungszuständen des Querschnitts oder vorangegangenen Strömungszuständen abhängig ist. Die Faltung der Gewichtsfunktionen mit den Eingangsgrößen bewirkt eine Modulation der Frequenzen. Im englischen Sprachgebrauch werden diese Sprungantworten als „indicial functions“ bezeichnet und

lassen sich formell aus den aeroelastischen Derivativen nach *Scanlan* auch für andere Querschnitte ermitteln [Scan84].

Eine Erweiterung dieser Beschreibung der Windkräfte auf den Fall einer turbulenten Anströmung ist formell durch Ersatz von  $U_\infty$  mit  $U(s)$  einfach möglich. Bereits 1955 legt *Bisplinghoff* die Möglichkeit einer Berechnung der Antworten auf eine stochastische Erregung infolge böigen Windes dar [Bisp55]. Da bei einer turbulenten Anströmung die Voraussetzungen der Potentialtheorie verletzt sind, muss eine solche Übertragung grundsätzlich hinterfragt werden. Berechnungen unter Berücksichtigung der Windturbulenz wurden auch in den 1970er Jahren von *Scanlan* für den Brückenbau angeregt, jedoch basieren die meisten durchgeführten Berechnungen bis in die vergangenen Jahre hinein auf den äquivalenten Darstellungen der *Wagner*- und *Küssner*-Funktion im Frequenzbereich – der *Theodorsen*-Funktion und der *Sears*-Funktion – was sowohl durch die anvisierte Darstellung des Flutterproblems als Eigenwertproblem als auch durch den reduzierten numerischen Aufwand begründet werden kann.

In den letzten Jahren nimmt die Zahl der Forschungsarbeiten zur Berechnung von Flutterproblemen des Bauwesens im Zeitbereich auf Basis von Sprungantworten immens zu, wobei überwiegend von der Übertragung der *Scanlan*-Derivative zu Sprungantworten Gebrauch gemacht wird [Chen00a, Chen00b, Salv07]. Die Fortschritte bei der numerischen Strömungssimulation führen auch dazu, die Sprungantworten für von der flachen Platte abweichende Querschnitte nicht mehr im Windkanal, sondern auf Basis von CFD-Berechnungen zu bestimmen. So ermitteln *Turbelin* und *Gibert*, später auch *Eusani*, für Tragflügelprofile und kantige Brückendecks die *Wagner*- und *Küssner*-Funktionen in numerischen Strömungssimulationen unter einem simulierten Sprung des Windangriffswinkels oder einer „scharfkantigen Böe“ [Turb00, Eusa05]. *Caracoglia* und *Jones* lenken in Windkanalversuchen unter glatter Anströmung verschiedene Querschnitte schlagartig aus, um die Sprungantwortfunktionen zu identifizieren [Cara03]. Die Übereinstimmung sowohl der numerisch als auch der anhand von Messungen ermittelten Sprungantwortfunktionen mit den analytischen Funktionen ist befriedigend.

Die ermittelten aeroelastischen Sprungantworten werden häufig nicht nur zur Beschreibung der bewegungsinduzierten Windkräfte, sondern auch zur Beschreibung zeitveränderlicher Windlasten infolge Windturbulenz verwendet [Cost04]. Formal ist diese Übertragung durch einen Vergleich von  $\alpha$  mit  $\varphi$  einfach möglich. Der Nachweis, dass die aeroelastischen Sprungantworten den Zeitbereichsdarstellungen der aerodynamischen Admittanzen bei beliebigen Querschnitten äquivalent sind, wurde bisher nicht erbracht.

### 2.3.2 Böenwindlasten durch aerodynamische Admittanzen

Die in der quasistationären Theorie vorgenommene Berechnung der Windkraft aus der momentanen Windgeschwindigkeit mittels eines aerodynamischen Kraftbeiwertes ist, wie Windkanalexperimente und Naturmessungen zeigen, stark vereinfachend. Tatsächlich zeigt sich, dass der Kraftbeiwert als Funktion der Frequenz ausgedrückt werden muss. Mit zunehmender Frequenz fällt der Beiwert im Allgemeinen monoton ab. Eine anschauliche Interpretation dieses Effektes liefert der Zusammenhang zwischen Böenballengröße und Frequenz. Langwellige Anteile an der Turbulenz werden den großen Böenballen, kurzwellige den kleinen Böenballen zugeordnet.

Während die großen Böenballen eine vergleichsweise kleine Fläche vollständig einhüllen – dies entspricht dann einer quasistationären Übertragung – vermögen die kleinen Böenballen nur in Teilbereichen auf der Fläche Windkräfte zu erzeugen. Der Kraftbeiwert, der die Windwirkung auf die gesamte Fläche bezieht, fällt in diesem Fall ab.

Eine Berücksichtigung dieses Flächeneffektes erfolgt im Frequenzbereich durch die Einführung einer aerodynamischen Admittanzfunktion<sup>3</sup>  $\chi(f)$ . Diese beschreibt für jede einzelne Frequenz die Effektivität, mit der Windgeschwindigkeitsfluktuationen in Schwankungen der Windkräfte umgesetzt werden. Die Effektivität wird relativ auf die Windkraft bezogen, die unter quasistationären Bedingungen übertragen werden würde. Aufgrund der Phasenverschiebung zwischen Windgeschwindigkeiten und Windkräften sind die aerodynamischen Übertragungsfunktionen  $\chi(f)$  stets komplex. Oftmals wird auch nur der Absolutbetrag  $|\chi(f)|$  als aerodynamische Admittanz bezeichnet.

Die aerodynamische Admittanz ist unter anderem abhängig von der Geometrie des umströmten Körpers und den Eigenschaften der stochastischen Windstruktur. Der Eingang frequenzabhängiger Übertragung in die technischen Regelwerke, wie zum Beispiel DIN 1055-4:2005, EN 1991-1-4, und ASCE 7-02, ist das Verdienst von *Davenport* [Dave61, Dave67].

### 2.3.2.1 Admittanzen für den Windwiderstand

Als eine der ersten Admittanzfunktionen gilt die von *Vickery* durch Beobachtungen im Windkanal ermittelte empirische Beziehung in Gleichung (2.22). Die Funktion zur Beschreibung des Übertragungsverhaltens der longitudinalen Turbulenzkomponente an scharfkantigen, rechteckigen Querschnitten wird mit

$$|\chi_{W,u}(f)|^2 = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{2 \cdot f \cdot \sqrt{A}}{\bar{U}}\right)^{\frac{4}{3}}\right)^2} \quad (2.22)$$

angegeben [Vick65, Sock84, Holm01, Sola06].

Entsprechend der Darstellung nach Gleichung (2.18) ergibt sich das Autoleistungsdichtespektrum für den Windwiderstand bei Vernachlässigung der lateralen Turbulenzkomponenten zu

$$S_{F_W F_W}(f) = \left(\frac{2 \cdot \bar{F}_W}{\bar{U}}\right)^2 \cdot |\chi_{W,u}(f)|^2 \cdot S_{uu}(f) \quad (2.23)$$

Trifft man einige vereinfachende Annahmen, wie zum Beispiel die Vernachlässigung körperinduzierter Turbulenz oder die Beschreibung der Kohärenzen  $coh(f)$  mittels abklingender Exponentialfunktionen (siehe Abschnitt 4.1.3.1), lassen sich die aerodynamischen Admittanzen auch

---

<sup>3</sup>andere Bezeichnung: Flächenkorrekturfaktor

analytisch mittels Integration über die Oberflächendrücke berechnen [Sola06].

$$\chi_{W,u}(f) = \frac{1}{A_o^2} \int_{A_o} \int_{A_o} co h_{u,u'}(z, y, z', y', f) dA dA' \quad (2.24)$$

Dies ist das von *Davenport* vorgesehene Konzept, das den in Deutschland gültigen technischen Regelwerken DIN 1055-4:2005 und EN 1991-1-4 sowie internationalen Bestimmungen wie zum Beispiel ASCE 7-95 zugrunde liegt.

In DIN 1055-4:2005 und EN 1991-1-4 lautet der Ansatz [DIN05a, DIN07b]:

$$|\chi_{W,u}(f)|^2 = \left( \frac{1}{\eta_b} - \frac{1 - e^{-2\eta_b}}{2\eta_b^2} \right) \cdot \left( \frac{1}{\eta_h} - \frac{1 - e^{-2\eta_h}}{2\eta_h^2} \right) \quad (2.25)$$

mit

$$\eta_b = \frac{K_y \cdot f \cdot C_{u,y} \cdot b}{\bar{U}} \quad \eta_h = \frac{K_z \cdot f \cdot C_{u,z} \cdot h}{\bar{U}}. \quad (2.26)$$

Dort wird die aerodynamische Admittanz über zwei Anteile für die Breite  $b$  und die Höhe  $h$  der angeströmten Fläche definiert.  $C_{u,y}$  und  $C_{u,z}$  sind die vertikalen und lateralen Abklingfaktoren der longitudinalen Turbulenz  $u(t)$ , vgl. Abschnitt 4.1.3.1 auf Seite 49. Die dimensionslosen Parameter  $K_y$  und  $K_z$  berücksichtigen die Schwingungsform des Tragwerks und den Verlauf des Windprofils. In DIN 1055-4:2005 wird hierfür jeweils pauschal  $K_y = K_z = 0,4$  und für die Abklingfaktoren der longitudinalen Kohärenz  $C_{u,y} = C_{u,z} = 11,5$  angesetzt [Dyrb96]. Parameter  $K$  für andere verschiedene Schwingungsformen sowie Hinweise zu deren Berechnung sind in [Sola93b] zu finden.

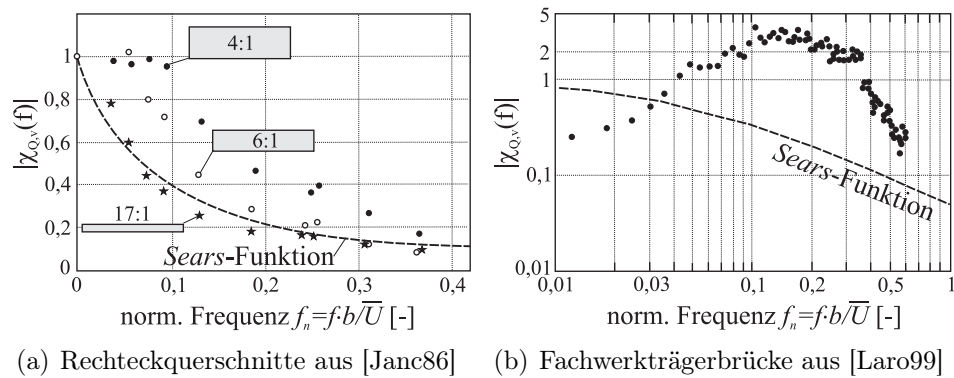
Die letztgenannte Admittanzfunktion unterscheidet sich von dem *Vickery*-Ansatz insofern, dass diese bereits über die Parameter  $K$  die Eigenform und damit das statische System des Bauwerks sowie dessen Massen- und Steifigkeitsverteilung berücksichtigen und somit eine generalisierte Größe darstellt.

Eine umfangreiche Zusammenstellung weiterer Admittanzfunktionen für den Windwiderstand sowie Vergleiche und Hintergründe zu deren Eigenschaften sind auch in [Höls93] und [Behr04] zu finden.

### 2.3.2.2 Admittanzen für den Windquertrieb

Die Beziehungen für die Beschreibung der Windkräfte im Frequenzbereich unter Berücksichtigung der lateralen Turbulenz ergeben sich aus Gleichung (2.18) durch Multiplikation mit der jeweiligen Admittanzfunktion.

$$\begin{bmatrix} S_{F_W F_W}(f) \\ S_{F_Q F_Q}(f) \end{bmatrix} = \left( \frac{\rho}{2} A \bar{U} \right)^2 \begin{bmatrix} (2\bar{C}_W)^2 |\chi_{W,u}(f)|^2 & \left( \frac{dC_W(\bar{\varphi})}{d\varphi} - \bar{C}_Q \right)^2 |\chi_{W,v}(f)|^2 \\ (2\bar{C}_Q)^2 |\chi_{Q,u}(f)|^2 & \left( \frac{dC_Q(\bar{\varphi})}{d\varphi} + \bar{C}_W \right)^2 |\chi_{Q,v}(f)|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{uu}(f) \\ S_{vv}(f) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$



**Abbildung 2.4:** Admittanzfunktion für den Auftrieb infolge vertikaler Turbulenz

Demnach werden vier Admittanzfunktionen zur Beschreibung der instationären Übertragung der Windkräfte benötigt.

So messen zum Beispiel *Jancauskas et al.* für rechteckige Querschnitte unterschiedlicher Schlankheit die aerodynamischen Admittanzen für den Auftrieb in einer glatten Strömung, die von einzelnen vertikalen Böen einer Frequenz überlagert wird [Janc86]. Für plattenartige Querschnitte bis  $h : b = 1 : 10$  stimmen diese Werte gut mit der theoretischen *Sears-Funktion* überein. Gedrungene Querschnitte hingegen lassen sich nicht durch die *Sears-Funktion* approximieren, vgl. Abbildung 2.4(a).

Gleiches zeigt auch *Larose* an Windkanalmessungen des Querschnitts einer Fachwerkträgerbrücke. Hier weicht der Verlauf der *Sears-Funktion* im gesamten Frequenzbereich deutlich von der gemessenen Admittanz ab, vgl. Abb. 2.4(b).

Am Mast Gartow II ermittelte Beträge der komplexen aerodynamischen Admittanzen für longitudinale und laterale Turbulenz auf Basis gemessener Windgeschwindigkeiten und Windkräfte sind in [Behr04] enthalten. Diese Admittanzfunktionen sind von den üblicherweise verwendeten empirischen Admittanzen insofern zu unterscheiden, als dass diese eine Korrelation zwischen den Komponenten der Windgeschwindigkeit und der Windkräfte berücksichtigen, indem die Kohärenzfunktionen in den Identifikationsprozess einbezogen werden, vgl. Gleichung (6.19)ff auf Seite 96. Neben einer rein linearen Übertragung werden auch nichtlineare Übertragungspfade betrachtet. Solche Admittanzfunktionen zeichnen sich im höherfrequenten Bereich durch größere Amplituden aus. Der aus einer nichtlinearen Übertragung resultierende Anteil ist demnach jedoch von untergeordneter Bedeutung [Behr04].

### 2.3.2.3 Zeitbereichsdarstellungen der aerodynamischen Admittanz

Alle zuvor genannten Arbeiten bieten lediglich Ansätze zur Beschreibung des Betrages der grundsätzlich komplexen Übertragungsfunktion und lassen sich, abgesehen von der theoretischen *Sears-Funktion*, so nicht in den Zeitbereich übertragen. *Chen et al.* approximieren eine aerodynamische Admittanz für den Windwiderstand eines Brückendecks mittels rationaler Funktionen. Da keine Phaseninformationen für diese Admittanz vorliegen, wird die Approxi-

mationsgüte nur auf Basis des Amplitudenspektrums validiert. Mit den so ermittelten Sprungantworten werden Flatter-Berechnungen im Zeitbereich unter turbulenter Anströmung durchgeführt [Chen00a].

In [Chen00b] führen *Chen et al.* eine Trennung der Windkräfte in einen hochfrequenten und einen niederfrequenten Anteil durch, indem sie die generierten Zeitreihen der turbulenten Windgeschwindigkeiten bandpaßfiltern. Die niederfrequenten Anteile werden durch quasistationäre Übertragungsmodelle beschrieben, wobei nichtlineare Abhängigkeiten der aerodynamischen Beiwerte vom Anströmwinkel berücksichtigt werden. Die höherfrequenten Anteile der turbulenzinduzierten Windkräfte werden durch eine am mittleren Windwinkel linearisierte, instationäre Übertragung mittels approximierter Sprungantwortfunktionen beschrieben.

Im Zuge der Vorplanungen für die *Messina*-Brücke zwischen dem italienischen Festland und Sizilien wurden von *Cigada et al.* Windkanaluntersuchungen an Sektionsmodellen durchgeführt. Anstelle eines turbulenten Windfeldes wird eine deterministische, näherungsweise harmonische Anströmung durch oszillierende Flügelprofile im Windkanal erzeugt [Ciga03]. Sie geben Amplituden- und Phasengang für die aerodynamische Übertragungsfunktion an, unterscheiden jedoch nicht zwischen den durch longitudinale oder laterale Turbulenz bedingten Komponenten. Ob solche Untersuchungen in Luftströmungen, die völlig losgelöst von der natürlichen Turbulenz angesehen werden müssen, geeignet sind, um die turbulenzinduzierten Windkräfte zu beschreiben, muss kritisch hinterfragt werden.





## 3 Messungen im natürlichen Windfeld

---

*In diesem Kapitel wird zunächst die Messanlage zur Messung von Windeinwirkung und Mastbeanspruchung am 344 m hohen abgespannten Mast Gartow II vorgestellt, die vom Institut für Stahlbau der TU Braunschweig betrieben wird. Nach einer Beschreibung der grundsätzlichen Besonderheiten bei Naturmessungen erfolgt eine Erläuterung der Verfahrensweise für die Signalkonditionierung. Da die Signalkonditionierung bei der Auswertung besonders von Naturmessdaten sehr wichtig ist, wird dieser Themenbereich vergleichsweise ausführlich behandelt. Das Kapitel schließt mit einer Beschreibung der mathematischen Vorgehensweise bei der Ermittlung von charakterisierenden Parametern der turbulenten Windströmung.*

---

### 3.1 Beschreibung der Messanlage Gartow

Seit Ende 1989 betreibt das Institut für Stahlbau am 344 m hohen Mast Gartow II im Landkreis Lüchow-Dannenberg mit Genehmigung der Deutschen Telekom AG eine Messanlage zur Erfassung der Windeinwirkung und der Beanspruchung des in vier Ebenen dreiseitig abgespannten Mastes. Die Anlage erlaubt neben der Messung der Mastbeanspruchung in Form von Dehnungen und Beschleunigungen unter anderem die Messung der Windgeschwindigkeiten und Windrichtungen ab 30 m über Geländeniveau in Abständen von 18 m bis in eine Höhe von 341 m.

Naturgemäß kommt es im Laufe der Zeit immer wieder zu Sensorausfällen oder einem Umbau der Messkonfiguration in Abhängigkeit von Anforderungen aktueller Messkampagnen. Abbildung 3.1 zeigt die gesamte Messanlage in ihrer derzeit möglichen Maximalkonfiguration.

Auf Seite der Einwirkung werden die meteorologischen Daten Windgeschwindigkeit, Windrichtung und Temperatur gemessen. Hierzu sind 14 Schalenkreuzanemometer, vier Propelleranemometer, vier Ultraschallanemometer sowie sieben Windfahnen installiert. Die Temperatur kann in vier Ebenen gemessen werden. Die Windsensoren sind auf 7,5 m langen Auslegern an der Westseite des Mastschaftes installiert. Auf der Seite der Tragwerksbeanspruchung werden Beschleunigungen, Dehnungen und Kräfte von fünf Beschleunigungssensoren, 17 Dehnungsmessstreifen und 32 Kraftsensoren aufgezeichnet.

Um die Umsetzung der Windgeschwindigkeiten in Windkräfte ohne Umweg über Druckmessungen und Flächenintegration messen zu können, wurden insgesamt 360 m<sup>2</sup> des Fachwerkgittermastes mit ebenen Aluminiumtafeln verkleidet, vgl. Abb. 3.2. Die Mitten der verkleideten

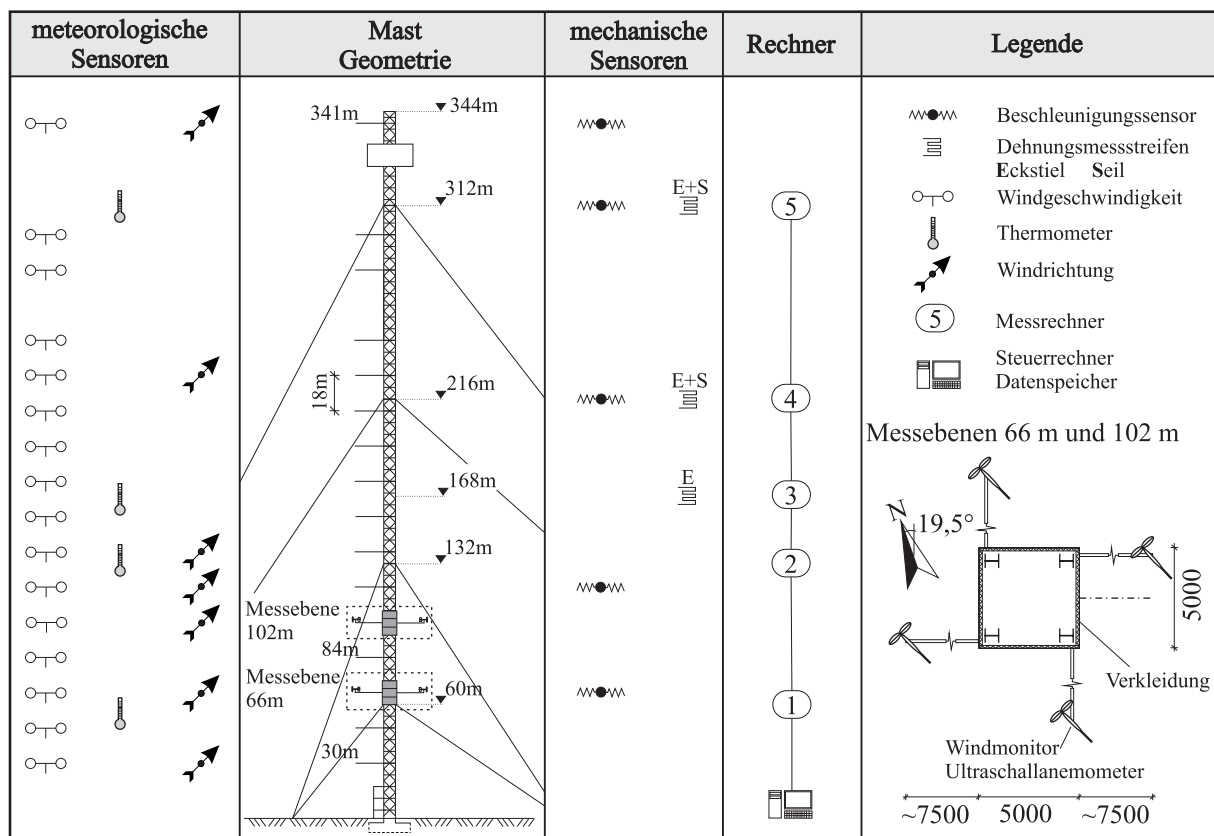


Abbildung 3.1: Schema der Windmessanlage am Mast Gartow II

Bereiche befinden sich 66 m sowie 102 m über Grund. Jeder Bereich besteht je Mastseite aus drei  $5\text{ m} \times 3\text{ m}$  großen Tafeln, wobei jeweils die mittlere Tafel auf vier Kraftmesszellen gelagert ist, siehe Abb. 3.3. Zur Aufnahme der Eigengewichtslasten wurden die Fassadentafeln an Pendelstangen abgehängt. Die jeweils oberen und unteren Fassadentafeln sind starr am Mast angeklemt, um so eine 2-dimensionale Umströmung der mittleren Fassadentafeln sicherzustellen. In Höhe der verkleideten Mastbereiche werden Windgeschwindigkeit und -Richtung mit vier Windmonitoren der Firma Young gemessen, vgl. Abb. 3.2(a).

Die Kraftmessdosen der 66-m-Ebene vom Typ *Tedea-Huntleigh 620-500 kg* gestatten eine Messung der Kraft auf eine Fassadentafel bei dem verwendeten A/D-Wandler mit 12 Bit Auflösung mit einer Genauigkeit von etwa  $2,5\text{ N}$ . Der Messbereich pro Fassadentafel ist durch die Messkette auf  $\pm 5.000\text{ N}$  beschränkt. Für die Kraftmessdosen der 102-m-Ebene vom Typ *DS-Europe 546 QDT A5-550 kg* ergibt sich eine Kraftauflösung für die Fassadenkräfte von etwa  $3,0\text{ N}$ . Die Höchstlast pro Fassadentafel beträgt hier  $\pm 5.500\text{ N}$ . Um in Zukunft auch Starkwindereignisse mit höheren Windkräften aufzeichnen zu können, wurde der Messbereich im Juni 2007 verdoppelt. Eine ergänzende Beschreibung der gesamten Messanlage kann den Arbeiten von Nölle, Telljohann und Behrens entnommen werden [Noel91, Tell98, Behr04].

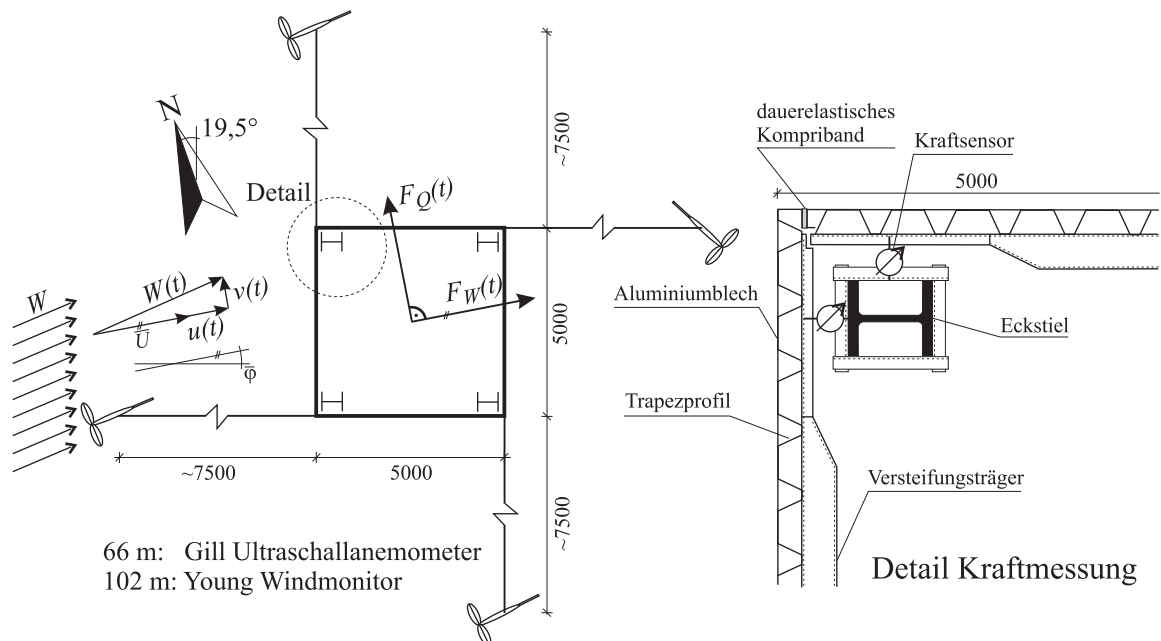


(a) Messanlage Gartow, Windmonitor der Firma R. M. Young (Bildausschnitt)



(b) Verkleideter Mastabschnitt in 66 m Höhe, Ultraschallanemometer der Firma Gill Instruments (Bildausschnitt)

**Abbildung 3.2:** Verkleidete Mastabschnitte und Windsensoren



**Abbildung 3.3:** Installation zur Messung der Umsetzung des Windgeschwindigkeitsvektors in Windkräfte

In den Jahren 2004 bis 2005 kam es vermehrt zu Systemabstürzen der überalterten Messrechner. Zudem waren für die aus den späten 1980er Jahren stammende Hardware keine Ersatzteile mehr verfügbar. Eine Erweiterung der Messstrategie auf eine Untersuchung häufiger Windereignisse und der damit verbundenen Notwendigkeit größere Datenmengen aufzeichnen und verwalten zu können, war mit der alten Messtechnik nicht möglich. Parallel zur Auswertung der bis zu diesem Zeitpunkt vorhandenen Messdaten wurde deshalb im Jahre 2006 vom Verfasser dieser Arbeit ein neues Messkonzept entwickelt sowie die Messanlage umfangreich erneuert und erweitert:

Hierzu wurden die Computermodule in den fünf Messrechnern auf den verschiedenen Mastebenen durch moderne Industrie-Mini-PCs ersetzt. Diese Rechner messen permanent mit einer Taktfrequenz von 10  $Hz$  und senden ihre Daten über eine LAN-Schnittstelle zu dem Steuerrechner der Bodenstation, welcher mit einer großen Festplatte ausgestattet ist. Pro Monat fallen über die insgesamt 124 Kanäle ca. 19  $GB$  Daten an. Die fünf Messrechner werden über einen separaten Taktgeber synchronisiert, so dass alle Messdaten simultanen<sup>1</sup> Messungen entsprechen. Die Messrechner können über den Steuer-PC mittels Modem von Braunschweig aus ferngesteuert werden.

Wie in Abschnitt 4.1.3 gezeigt wird, sind die trägheitsbehafteten Turbulenzmessungen mit den *Young*-Windmonitoren nicht in der Lage, Daten im gesamten interessierenden Frequenzbereich bis 1  $Hz$  mit der notwendigen Genauigkeit zu liefern. Es wurden deshalb Anfang des Jahres 2007 vier Windmonitore durch 2-dimensionale Ultraschallanemometer (USA) der Firma *Gill-Instruments* ersetzt, vgl. Abb. 3.2(b). Die Ultraschallanemometer des Typs *WindObserver II* wurden auf den vier Auslegern der 66-m-Ebene installiert. Die 2-D-Ultraschallanemometer ermöglichen die Messung der horizontalen Windgeschwindigkeitskomponenten mit einer Genauigkeit von  $\pm 2\%$  und die Messung der Windrichtung mit einer Genauigkeit von  $\pm 2^\circ$ . Die Ausgaberate beträgt bis zu 10  $Hz$ , der interne Messtakt 39  $Hz$ .

## 3.2 Signalverarbeitung

Bei den Messungen am Mast Gartow II lassen sich die ergebnisbestimmenden Parameter naturgemäß nicht beeinflussen. Dies macht gesteuerte Parameterstudien, wie sie in Laborversuchen durchgeführt werden können, unmöglich. Die Messauswertung im Hinblick auf eine Vergleichbarkeit der gewonnenen Ergebnisse im Rahmen dieser Arbeit, aber auch mit den vorangegangenen Arbeiten [Noel91, Tell98, Behr04] ist daher erheblich erschwert. Besondere Probleme bereiten dabei langwellige Änderungen von Parametern des Strömungsfeldes, wie zum Beispiel eine Verschiebung der mittleren Windrichtung, der mittleren Windgeschwindigkeit, des Turbulenzgrades oder des Frequenzgehaltes. Dies, sowie das Fehlen klar definierter, reproduzierbarer Randbedingungen, erschwert den Identifikationsprozess. Die hieraus gewonnenen Erkenntnisse sind damit das Ergebnis einer spezifischen, nicht wiederholbaren Strömungssituation.

---

<sup>1</sup>Die einzelnen Messrechner werden simultan getaktet. Innerhalb der Messrechner werden die Kanäle über einen Multiplexer abgefragt. Der hieraus resultierende Zeitversatz liegt jedoch weit unterhalb eines Abtastintervalls.

### 3.2.1 Strategie der Signalkonditionierung

Um die Vielzahl der über 440 Messereignisse allein aus den Jahren 2001 bis 2005 auswerten zu können, ist ein Algorithmus notwendig, der eine computergestützte Aufbereitung der Rohdaten ermöglicht. Vor der Erneuerung der Windmessanlage im Jahre 2006 standen maximal 30 Minuten lange Zeitschriebe zur Weiterverarbeitung zur Verfügung. Inzwischen werden alle Messdaten permanent, in 24 Stunden langen Zeitreihen, aufgezeichnet. Die Einteilung in Zeitschriebe erfolgt nun in einer Nachlaufrechnung.

Trotz aller Sorgfalt bei der Entwicklung eines Algorithmus kann dieser nicht eine eingehende visuelle Überprüfung der Messdaten ersetzen. Es zeigt sich, dass die formulierten harten Kriterien nach Abschnitt 3.2.1.4 und 3.2.1.6 nicht in jedem Fall in der Lage sind, Messungen mit sichtbar statistisch instationären Eigenschaften als solche zu identifizieren. Jede Messung muss deshalb zusätzlich durch Inaugenscheinnahme geprüft werden.

So lassen sich zum Beispiel Messfehler bei den Windkräften einzelner Fassadentafeln nur durch Begutachtung des Einzelsignals und nicht des Summensignals erkennen. Auch langwellige Änderungen der Windgeschwindigkeiten oder Windrichtungen die nicht durch die Hochpaßfilterung beseitigt werden, können so leicht erkannt werden.

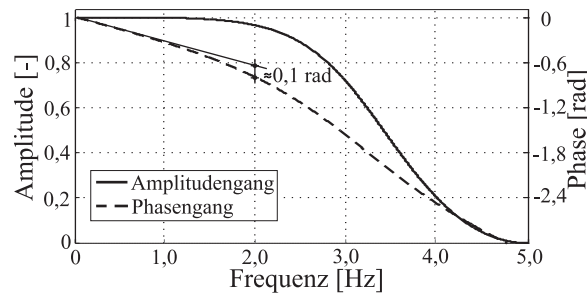
Im Laufe der Jahre hat sich eine Vorgehensweise als geeignet herausgestellt, welche am Beispiel der 30-min-Messungen erläutert wird. Die gesamte digitale Nachbearbeitung der Messdaten erfolgt dabei in der technischen Programmierumgebung MATLAB.

#### 3.2.1.1 Nordsprungkorrektur

Bei den Messungen der Windrichtung gilt es, das Springen des Messwertes von  $359^\circ$  auf  $1^\circ$  bei einem Überschreiten der virtuellen Nordachse des Windrichtungssensors zu beseitigen. Durch diesen sogenannten Nordsprung werden scheinbar nieder- und hochfrequente Signale generiert. Hier würde es durch die spätere Filterung zu Verfälschungen der Windrichtungsmessungen kommen. Um dies zu vermeiden, müssen bei einem Sprung über die  $0^\circ$ -Achse von diesen Winkeln  $360^\circ$  abgezogen werden.

#### 3.2.1.2 Bestimmung der mittleren Hauptwindrichtung

Anschließend wird der beste luvseitige Windsensor bestimmt, da bei diesem die Messergebnisse vergleichsweise wenig durch den verkleideten Mastschaft beeinflusst sind und für den in Kapitel 5 und Kapitel 6 beschriebenen Identifikationsprozess verwendet werden. *Telljohann* benutzte zur Ermittlung der Hauptwindrichtung die DMS-Messungen an den Maststielen um die Richtung des Biegemomentenvektors zu bestimmen und hieraus auf die mittlere Windrichtung zu schließen [Tell98]. Inzwischen ist diese Vorgehensweise nicht mehr notwendig, da in den Ebenen 66 m und 102 m ein Windsensor je Mastseite installiert ist. Da sich der leeseitige Windmonitor während der Messdauer mehrfach um die eigene Achse dreht, kann dieser leicht über einen Vergleich von Varianzen der Windrichtungsschwankungen aller Windmonitore identifiziert werden. Über die Mittelwerte der Windrichtungen aller verbliebenen Windmonitore kann dann der



**Abbildung 3.4:** Amplituden und Phasengang des analogen Filters (berechnet)

beste luvseitige Sensor bestimmt werden als jener, der sich innerhalb eines  $\pm 45^\circ$ -Sektors um diesen Mittelwert befindet.

### 3.2.1.3 Filterung der Messdaten

Durch die Digitalisierung von Messdaten besteht grundsätzlich die Gefahr einer Unterabtastung, wodurch sich eigentlich hochfrequente Signale als niederfrequente Aliasfrequenz im gemessenen Frequenzband zeigen und so das Spektrum verfälschen. Unmittelbar in den Stationsrechnern erfolgt deshalb eine Tiefpaßfilterung durch einen analogen Filter 2. Ordnung mit *Butterworth*-Charakteristik und einer Grenzfrequenz von 3 Hz (Anti-Aliasing-Filter). Die Abbildung 3.4 zeigt Amplituden- und Phasengang des analogen Tiefpassfilters. Da eine Auswertung der Daten auch im Zeitbereich erfolgen soll, ist der Phasengang des Filters zu beachten. Bei einem Filter mit linearem Phasengang ist der Zeitversatz  $\Delta t = \Theta/\omega$  für jede Frequenz identisch. Durch den nichtlinearen Phasengang des *Butterworth*-Filters kommt es jedoch zu einem für alle Frequenzen unterschiedlichen Zeitversatz der Messwerte. Aussagen, zum Beispiel über Kreuzkorrelationen von verschiedenen Signalen, sind dann nicht mehr möglich.

Bei dem installierten *Butterworth*-Filter 2. Ordnung kann bis zu einer Frequenz von 2 Hz dieser Zeitversatz in guter Näherung vernachlässigt werden. Die Phasenverschiebung in diesem Frequenzband beträgt maximal 0,1 rad, was einem Zeitversatz von  $\Delta t = 0,008$  s, also lediglich ca. 1/12 des Abtastintervalls entspricht und damit unterhalb der Zeitaufösung liegt. Da sich die Fragestellungen in dieser Arbeit auf den Frequenzbereich unterhalb 1 Hz beziehen, wird auf eine Berücksichtigung dieses Zeitversatzes verzichtet.

Innerhalb der elektronischen Datenverarbeitung erfolgt eine digitale Tiefpaßfilterung mit einem IIR-Filter ebenfalls vom Typ *Butterworth* mit 20. Ordnung und einer Grenzfrequenz von 1,1 Hz, vgl. Abbildung 3.5(a). Dieser Filtertyp besitzt zwar ebenfalls einen nichtlinearen Phasengang, im Gegensatz zu den FIR-Filtern ist der Amplitudengang im Passband jedoch linear. Hier findet keine Amplitudendämpfung oder -verstärkung statt. Durch erneutes Filtern des zeitlich gespiegelten Signals gelingt es, die negativen Eigenschaften des nichtlinearen Phasenganges zu kompensieren. Dieses Verfahren wird als Doppelwegfilterung bezeichnet.

Die Filterung wird dabei nicht auf die direkten Messgrößen Windgeschwindigkeit und Windrichtung angewandt, sondern auf die daraus resultierenden Größen longitudinale und laterale Windgeschwindigkeit. Für die Windkräfte gilt dies sinngemäß.

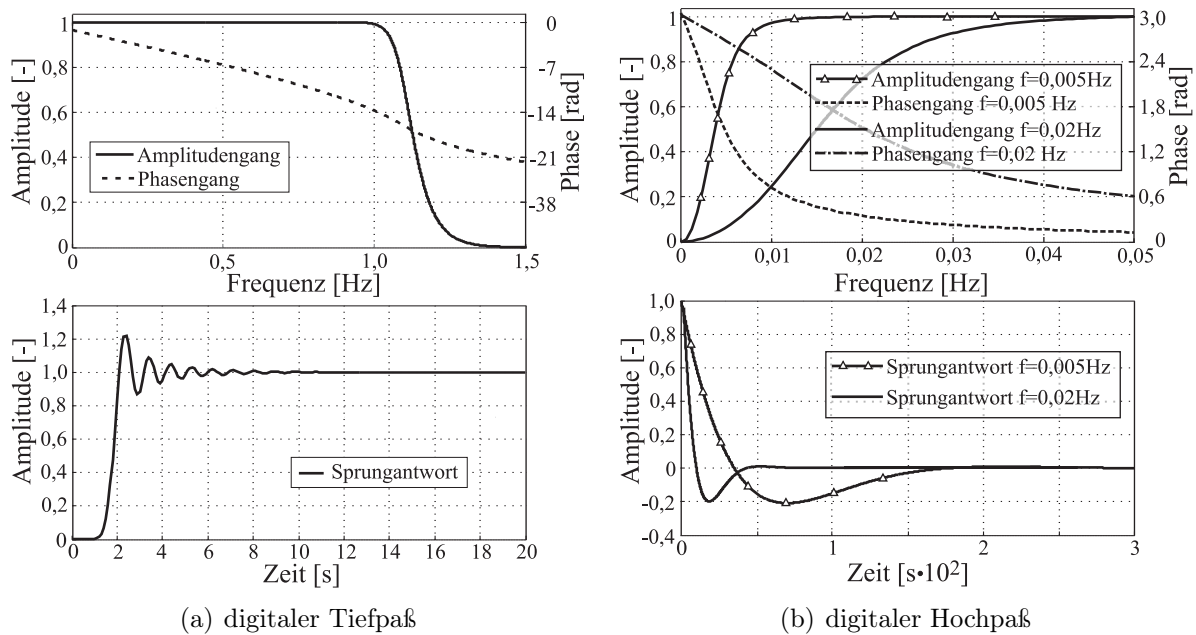


Abbildung 3.5: Amplituden-, Phasengang und Sprungantwort der digitalen Filter

### 3.2.1.4 Prüfung der makroskaligen Stationarität

Die Messdaten sollen nur dann für den weiteren Identifikationsprozess verwendet werden, wenn die Messschriebe gewisse Mindestanforderungen an ihre Stationarität erfüllen. Deshalb werden die Zeitverläufe der longitudinalen Windgeschwindigkeiten  $U(t)$  sowie der Windwinkel  $\varphi(t)$  durch eine Gerade approximiert. Sofern in einem Intervall mit der Minstdauer von 600 Sekunden die Steigung der Regressionsgerade der Windgeschwindigkeit geringer als 3 ‰ ist und die Steigung der Regressionsgeraden der Windrichtung weniger als 8 ‰ beträgt, wird diese Messung für die weitere Bearbeitung akzeptiert. Eine solche Steigung der Regressionsgeraden entspricht einer Änderung des Mittelwertes der Windgeschwindigkeit von 2 m/s und einer Änderung des Mittelwertes der Windrichtung von 5° über dem meteorologischen Mittelungsintervall von 10 Minuten. Hierdurch wird sichergestellt, dass Messereignisse mit grundsätzlichen Änderungen der Strömungsbedingungen nicht weiter verwendet werden.

### 3.2.1.5 Trendbereinigung

Messschriebe vor allem von Naturmessungen sind immer einem mehr oder weniger stark ausgeprägten Trend unterworfen, wie zum Beispiel der Änderung des Mittelwertes von Windrichtung oder -geschwindigkeit bei dem Heraufziehen eines Sturmes. Die Analyse von trendbehafteten Messsignalen ist deutlich erschwert, da viele Standardtechniken der Messdatenverarbeitung, wie die *Fourier*-Analyse, nur für trendfreie Signale sinnvolle Ergebnisse liefern, vgl. Abschnitt 3.3.1. Da es sich bei Windmessungen stets um stochastische Prozesse handelt, versucht man die Aussagewahrscheinlichkeiten durch Mittelung zu erhöhen. Eine solche Mittelung ist nur dann möglich, wenn ein stochastisch stationärer Zeitschrieb vorliegt.



Für die Identifikation von Modellprozessen ist somit Stationarität im stochastischen Sinn eine wichtige Voraussetzung. Die im Windingenieurwesen zur Beschreibung des natürlichen Windes immer vorgenommene Aufteilung in einen konstanten Mittelwert nach Gleichung (2.2), Seite 7, und die ihn überlagernde Turbulenz fußt auf der Annahme stochastischer Stationarität für die Windgeschwindigkeit.

Trends haben stets Einfluss auf die Ergebnisse einer *Fourier*-Transformation, vgl. Abschnitt 3.3.1. Um vorhandene langwellige Trends aus dem Signal zu entfernen, stehen unterschiedliche Methoden zur Verfügung, wie zum Beispiel

- die bereichsweise Subtraktion linearer Funktionen,
- die Subtraktion eines approximierten Polynoms,
- die Subtraktion eines gleitenden Mittelwertes oder
- die Filterung mit einem Hochpaßfilter.

Auch aus Gründen der Vergleichbarkeit mit den bisherigen Untersuchungen am Institut für Stahlbau wird der Trendbereinigung mit einem digitalen Hochpaßfilter der Vorzug gegeben. Die Paßfrequenz des Filters sollte grundsätzlich auf den Frequenzbereich der durchgeführten *Fourier*-Transformation abgestimmt werden. Entsprechend der in Abschnitt 3.3.1 beschriebenen Vorgehensweise wird die Paßfrequenz zu  $0,005\text{ Hz}$  für die 2048-Punkt-FFT und zu  $0,02\text{ Hz}$  für die 512-Punkt-FFT festgelegt. Der Hochpaßfilter ist ein IIR-Filter 2. Ordnung vom Typ *Butterworth*, vgl. Abbildung 3.5(b).

Die Doppelwegfilterung macht es notwendig, von jedem Zeitschrieb an Anfang und Ende jeweils 200 Sekunden abzuschneiden, die durch das Einschwingen der Filter verfälscht wurden.

### 3.2.1.6 Trendtest

Innerhalb einer Messung werden 600 Sekunden lange, nicht überlappende Ausschnitte (Fenster) aus den gefilterten 1400 Sekunden langen Zeitschrieben gesucht, für welche die Mittelwerte und Standardabweichungen der Turbulenzkomponenten  $u(t)$  und  $v(t)$  sowie die Schwankungsanteile der Windkräfte  $F'_W(t)$  und  $F'_Q(t)$  stationär sind. Die Zeitreihen durchlaufen deshalb im Anschluss an die Trendbereinigung Trendtests auf Stationarität von Mittelwert und Standardabweichung. Die hier verwendeten Verfahren beruhen auf Tests, die prüfen, ob eine Reihe von Werten – hier Mittelwert und Standardabweichung innerhalb eines 30-Sekunden-Intervalls – zufällig im Sinne einer Normalverteilung sind oder ob die Abweichungen in Trends ihre Ursache haben könnten. Es werden sowohl der sogenannte Run-Test als auch der Reverse-Arrangement-Test verwendet [Bend90]. Es zeigt sich, dass der letztgenannte Test bei gleichem Signifikanzniveau von 5 % sensibler ist als der Run-Test. Der Reverse-Arrangement-Test identifiziert jene Zeitschriebe als trendfrei, die man auch durch visuelle Überprüfung als solche identifiziert hätte. Nur solche Messreihen wurden im Rahmen dieser Arbeit akzeptiert.

### 3.2.1.7 Stationarität des Frequenzgehaltes

Bei der Auswertung von Messdaten wird in aller Regel auch von einer Stationarität des Frequenzgehaltes ausgegangen und unterstellt, dass sich die Gestalt des *Fourier*-Spektrums im

Verlauf der Messung nicht ändert. Nur dann ist die in Abschnitt 3.3.1 angesprochene Mittelung zum Zwecke einer Glättung der Spektren bei gleichzeitiger Erhöhung der Aussagewahrscheinlichkeit sinnvoll möglich.

Da durch die *Fourier*-Transformation alle Informationen über den Zeitpunkt verloren gehen, müssen andere Analysemethoden angewandt werden, um eine Änderung des Frequenzgehaltes mit der Zeit zu detektieren. Hierzu stehen unter anderem Methoden zur Verfügung wie

- die Wavelet-Transformation,
- die *Hilbert-Huang*-Transformation (HHT) oder
- die Kurzzeit-*Fourier*-Transformation oder auch gefensterte *Fourier*-Transformation genannt (engl.: short-time-FFT)

Die Wavelet-Transformation basiert auf einer Bestimmung der Korrelation zwischen den betrachteten Signalen und einer endlichen Musterfunktion, dem sogenannten Mutterwavelet. Als Mutterwavelet stehen mehrere Typen zur Verfügung, wie zum Beispiel die *Daubeschies*-Wavelets 1 bis 7 oder der mexikanische Hut [Math06]. Diese Wavelets werden über das gesamte Signal geschoben, wobei die Wavelets zuvor bezüglich ihrer Zeitachse skaliert werden. Die jedem Wavelet innewohnende Grundfrequenz erlaubt somit über das Korrelationsmaß eine Zuordnung der Frequenz zur Zeit. Hinweise zur Wavelet-Transformation und deren mathematischen Hintergründen sind zum Beispiel in [Daub92] gegeben.

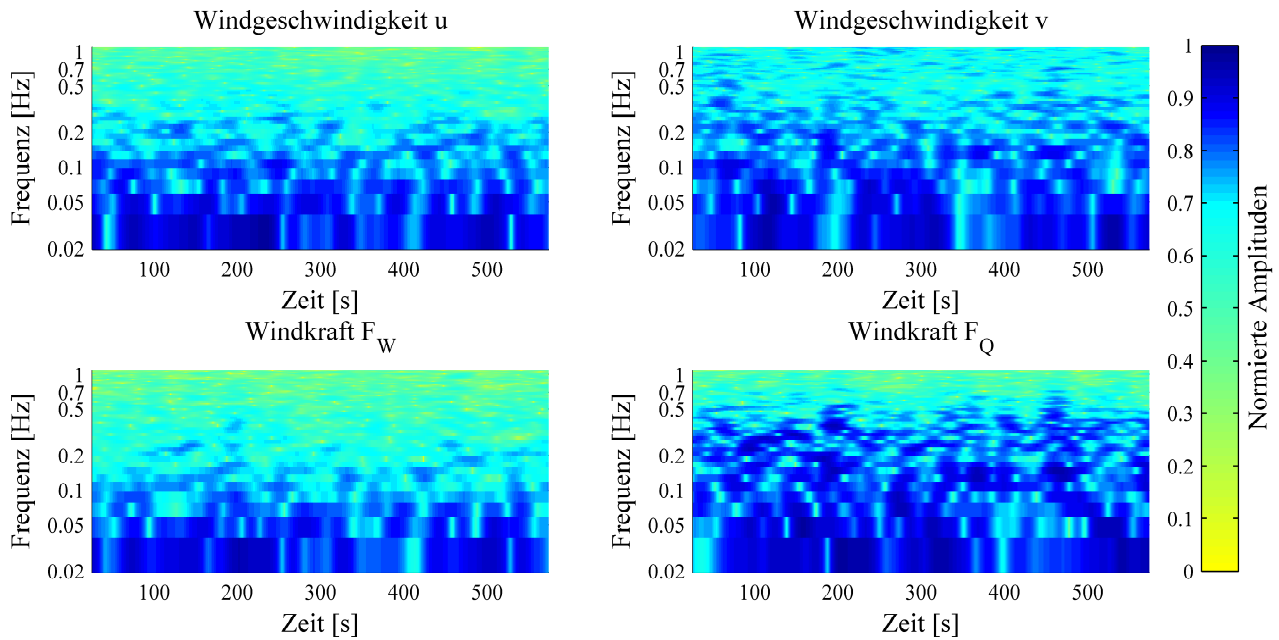
Die *Hilbert-Huang*-Transformation (HHT) basiert auf dem Vorschalten einer empirischen Moden-Dekomposition (EMD) nach *Huang* vor die *Hilbert*-Transformation zur Ermittlung des analytischen Signals, vgl. Abschnitt 5.2.2.1 auf Seite 77. Da die *Hilbert*-Transformation von einem Signal ausgeht, das monofrequent ist, also zu jedem Zeitpunkt nur eine Momentanfrequenz besitzt, wird vom zu analysierenden Signal zuvor mehrfach der Mittelwert aus oberer und unterer Signaleinhüllenden abgezogen, um die sogenannten „intrinsischen Moden“ zu erhalten, die dann einer *Hilbert*-Transformation unterzogen werden. Eine äußerst umfangreiche Einführung in die *Hilbert-Huang*-Transformation geben *Huang et al.* in [Huan98, Huan05].

Durch eine abschnittsweise Befensterung des Signals und Verschiebung des Fensters mit jedem Zeitschritt über das Signal gelingt bei der Kurzzeit-*Fourier*-Transformation eine Zuordnung des Spektrums zu einem Zeitraum. In der analytischen Schreibweise ergibt sich die Berechnungsvorschrift hierfür zu:

$$X(f, \tau) = A_w \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot w(t - \tau) \cdot e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.1)$$

mit  $w \dots$  Fensterfunktion  
 $A_w \dots$  zur Fensterfunktion gehörender Amplitudenfaktor

Hierbei unterliegt man stets der Unschärferelation und damit dem Dilemma, sich zwischen einer guten Frequenzauflösung bei breitem Fenster einerseits und einer guten Zeitauflösung bei schmalen Fenster andererseits entscheiden zu müssen. Für den hier vorgenommenen Test



**Abbildung 3.6:** Messung 07.03.02 # 3a: Spektrogramm von Messdaten

auf Stationarität des Frequenzgehaltes kommt die Kurzzeit-*Fourier*-Transformation zur Anwendung. Zum einen, weil diese Zeit-Frequenz-Transformation gegenüber anderen Methoden numerisch äußerst effizient ist, zum anderen, weil es an harten Kriterien mangelt, die eine Verwendung der Wavelet- oder *Hilbert-Huang*-Transformation und der damit verbundenen vermeintlichen Verbesserung von Zeit- und Frequenzauflösung rechtfertigen.

Die Abbildung 3.6 zeigt vier mittels Kurzzeit-*Fourier*-Transformation gewonnene Spektrogramme. Die Frequenzauflösung beträgt  $\Delta f = 0,02 \text{ Hz}$ . Das Spektrum zu einem bestimmten Zeitpunkt entspricht damit einem Mittel über 50 Sekunden.

Es ist erkennbar, dass das Spektrum über die Zeit unregelmäßig schwankt, aber keiner wesentlichen Änderung unterliegt. Harte Kriterien zur Bewertung der Stationarität des Frequenzgehaltes lassen sich kaum formulieren. Vielmehr dienen die so gewonnenen Daten ausschließlich einer visuellen Begutachtung.

### 3.3 Schätzung von Turbulenzparametern

Statistische Größen stochastischer Prozesse können nur bei Vorliegen eines unendlich langen Zeitschriebes aus diesem exakt ermittelt werden. Deshalb spricht man bei der Auswertung von endlichen Messdaten von der Schätzung statistischer Größen. Bei den in dieser Arbeit ermittelten Parametern handelt es sich deshalb stets um Schätzwerte der realen Parameter. Aus sprachlichen Gründen wird jedoch manchmal dem Begriff „Berechnung“ der Vorzug gegeben.

### 3.3.1 Leistungsdichtespektren

Über die Schätzung von Leistungsdichtespektren aus Messdaten  $x(t)$  sowie die Vor- und Nachteile der verschiedenen numerischen Algorithmen ist eine Vielzahl von Schriften publiziert worden [Schr94, Stoi97].

Aufgrund der *Wiener-Chintschin*-Transformationsbeziehung wird das zweiseitige Autoleistungsdichtespektrum  $S_{xx}^{II}$  aus der Autokorrelationsfunktion  $R_{xx}$  über *Fourier*-Transformation nach Gleichung (3.2) gewonnen.

$$S_{xx}^{II}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(t) \cdot e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.2)$$

Das Kreuzleistungsdichtespektrum  $S_{xy}$  ist analog die *Fourier*-Transformierte der Kreuzkorrelationsfunktion  $R_{xy}$ . In der praktischen Berechnung erweist es sich jedoch als vorteilhaft, die Auto- und Kreuzleistungsdichtespektren direkt aus den *Fourier*-Transformierten  $X$  und  $Y$  der Messgrößen  $x$  und  $y$  und der konjugiert Komplexen  $X^*$  zu schätzen.<sup>2</sup>

$$S_{xx}(f) = \frac{1}{T} \cdot X^*(f) \cdot X(f) \quad (3.3)$$

$$S_{xy}(f) = \frac{1}{T} \cdot X^*(f) \cdot Y(f) \quad (3.4)$$

wobei

$$X(f) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-i2\pi ft} dt \quad X(f) \xrightarrow{\mathcal{F}} x(t) \quad (3.5)$$

die *Fourier*-Transformierte der Zeitreihe  $x(t)$  ist.

In der für die numerische Behandlung notwendigen Darstellung als diskrete *Fourier*-Transformation (Abk. DFT) nach Gleichung (3.8) gehen die Beziehungen nach Gleichung (3.3) und (3.4) in Gleichung (3.6) und (3.7) über. Hierbei ist zu beachten, dass in der diskreten *Fourier*-Transformation die Amplituden aperiodischer Signale mit dem Vorfaktor  $T$  zu multiplizieren sind [Pete00].

$$S_{xx}(f) = T \cdot X^*(f) \cdot X(f) \quad (3.6)$$

$$S_{xy}(f) = T \cdot X^*(f) \cdot Y(f) \quad (3.7)$$

---

<sup>2</sup>Der Kopfzeiger  $^{II}$  wird nachfolgend vereinfachend nicht dargestellt.

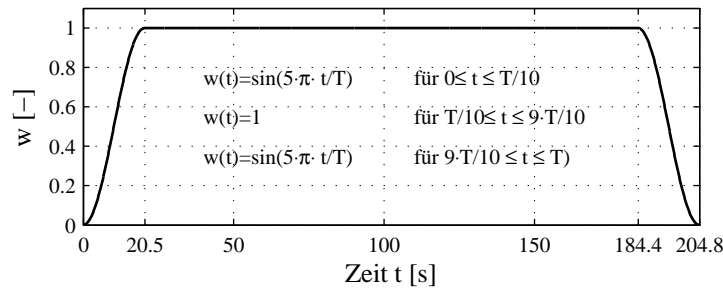


Abbildung 3.7: Fensterfunktion nach *Bingham*

Die diskrete *Fourier*-Transformation<sup>3</sup> ist

$$\mathcal{F}\{x_k\} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cdot e^{-i2\pi nk/N} \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.8)$$

mit  $N \dots$  Anzahl der diskreten Werte  $x_k$

Da für die verwendeten Messschriebe von ergodisch stationärem Verhalten ausgegangen wird, können Schätzungen durch mehrfache Mittelung von über kürzere Zeitfenster gewonnenen Leistungsdichtespektren verbessert werden. Bei der Schätzung muss grundsätzlich ein Kompromiss zwischen Frequenzauflösung und gewünschter Amplitudenglättung eingegangen werden. Eine Auswertung mit nur einem Zeitfenster liefert zwar eine hohe Frequenzauflösung von  $\Delta f = 1/T = 0,00167 \text{ Hz}$  bei einem 10-min-Zeitschrieb, die Aussagekraft des Spektrums bezogen auf die Amplituden ist aber gering, da das Spektrum sehr rau ist. Für die hier vorliegenden Windmessungen hat sich folgende Vorgehensweise als günstig erwiesen:

Der 600 Sekunden lange Messschrieb wird in 20 einzelne Zeitreihen, welche sich zu 89,84 % überlappen, eingeteilt. Die einzelnen Zeitreihen werden mit einer Glockenfunktion nach *Bingham* befenstert, um Abschneidefehler zu reduzieren, vgl. Abbildung 3.7 sowie [Stul88, Newl96].

Für die *Fourier*-Transformation stehen damit jeweils genau  $2^{11}$  Wertepaare entsprechend  $T = 204,8$  Sekunden zur Verfügung, was die Bearbeitung mittels schneller *Fourier*-Transformation (FFT) ermöglicht. Die Frequenzauflösung beträgt dann  $\Delta f = 1/T = 0,0049 \text{ Hz}$  und ist für die Auswertung von Windmessungen ausreichend genau [Tell98, Behr04].

Die 20 einzelnen Leistungsdichtespektren werden anschließend arithmetisch gemittelt, wodurch eine ausreichend glatte Darstellung des Spektrums erreicht wird. Diese Vorgehensweise zur Ermittlung der Leistungsdichte ist auch als Methode von *Welch* bekannt [Stoi97]. Die Schätzung kreuzspektraler Größen ist mit größeren Unsicherheiten verbunden. Um die Aussagewahr-

<sup>3</sup>Für die diskrete *Fourier*-Transformation und deren Spektraldarstellungen existieren unterschiedliche Schreibweisen. Hier wird in den mathematischen Beschreibungen konsequent die Schreibweise nach Gleichung (3.8) verwendet. Das Spektrum ist also nicht um die Ordinatenachse, sondern um die *Nyquist*-Frequenz zentriert. Oberhalb der *Nyquist*-Frequenz  $f_{ny} = \frac{N}{2T}$  stehen die konjugiert komplexen der *Fourier*-Transformierten. Bei einer grafischen Darstellung nur bis zur *Nyquist*-Frequenz sind die Ordinaten stets die zweifachen Werte.

scheinlichkeit bei deren Ermittlung zu erhöhen, werden diese auf die gleiche Weise, jedoch aus 106 Spektren mit je  $2^9 = 512$  Wertepaaren und einer Frequenzauflösung von  $\Delta f = 1/T = 0,0195 \text{ Hz}$  ermittelt.

Auf eine Multiskalenanalyse, also der Schätzung niederfrequenter Anteile aus langen und der Schätzung höherfrequenter Anteile aus kurzen Zeitschrieben wurde verzichtet, da die Ordinaten des Spektrums mit unterschiedlichen Aussagewahrscheinlichkeiten verbunden wären [Bend00]. Prinzipiell erscheint eine solche Vorgehensweise bei Betrachtung der in Kapitel 6 beschriebenen Abhängigkeiten des Vertrauensintervalls kreuzspektraler Größen jedoch vielversprechend. So ließen sich über eine Abstimmung der Mittelungsanzahl mit den Ordinaten der Kohärenzfunktion kreuzspektrale Größen mit ähnlicher Aussagewahrscheinlichkeit über das gesamte Frequenzband ermitteln.

Durch die Trendbereinigung mit dem auf die Fensterlänge von 204,8 Sekunden abgestimmten Hochpaßfilter ist der Zeitschrieb innerhalb eines Fensters mittelwertfrei. Dadurch wird vermieden, dass das Spektrum durch rotes Rauschen<sup>4</sup> verfälscht wird [Stul88].

Nach Gleichung (3.2) ist das Autoleistungsdichtespektrum die *Fourier*-Transformierte der Autokorrelationsfunktion. Für das einseitige Spektrum folgt hieraus die Bedingung (3.9) [Bend00].

$$S_{xx}(f) = 4 \cdot \int_0^{\infty} R_{xx}(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad 0 < f < \infty \quad (3.9)$$

Für kleine Frequenzen strebt das Spektrum demnach gegen den Wert

$$\lim_{f \rightarrow 0} S_{xx}(f) = 4 \cdot \int_0^{\infty} R_{xx}(t) dt \neq 0 \quad (3.10)$$

Dieser Grenzübergang und die Berechnung des Integralausdrucks lässt sich anhand von Messdaten nicht durchführen, da hierzu eine sehr lange Messdauer erforderlich wäre. Die Schätzung der Leistungsdichtespektren mittels Gleichung (3.3) führt jedoch wegen der Mittelwertfreiheit des Prozesses  $x(t)$  innerhalb jedes Fensters zwangsweise stets zu dem Resultat, dass  $S_{xx}(0)$  identisch Null ist, was im Widerspruch zur Gleichung (3.10) steht. Ist der Wert des Spektrums an der Stelle  $f = 0$  von Interesse, müssen andere Überlegungen für dessen Schätzung angestellt werden, wie zum Beispiel:

$$S_{xx}(0) \equiv S_{xx}(1/T) \quad (3.11)$$

Der Wert wird also mit jenem bei der kleinsten Frequenz gleichgesetzt. Dies ist die in dieser Arbeit umgesetzte Vorgehensweise. Bei den Kreuzleistungsdichtespektren ergibt sich der Wert äquivalent aus dem Betrag des Spektrums für  $f = 1/T$ .

---

<sup>4</sup>Rauschen im niederfrequenten Bereich.

### 3.3.2 Turbulenzintensität

Die auf die mittlere Windgeschwindigkeit  $\bar{U}$  bezogene Standardabweichung der Schwankungsanteile  $u$  oder  $v$  heißt Turbulenzintensität.

$$I_u = \frac{\sigma_u}{\bar{U}} \quad I_v = \frac{\sigma_v}{\bar{U}} \quad (3.12)$$

Die vorgenommene Bandbegrenzung durch die Hoch- und Tiefpaßfilter führt grundsätzlich zu einer Verringerung der Varianz. Tatsächlich liegen jedoch die Hauptenergieanteile des Windprozesses sowie die maßgebenden Eigenfrequenzen der hier untersuchten abgespannten Maste innerhalb des Passbandes von  $0,005 \text{ Hz}$  bis  $1 \text{ Hz}$ , vgl. Anhang C sowie [Behr04].

Eine Schätzung der Varianz aus einem bandbegrenzten Spektrum ist der Schätzung aus einer gefilterten Zeitreihe theoretisch äquivalent. Jedoch ergeben sich wegen der in Gleichung (3.11) vorgenommenen Schätzung für  $S_{xx}(0)$  für die Varianz aus dem Spektrum nach Gleichung (3.13) etwas größere Werte, als sie sich aus der direkten Schätzung aus der Zeitreihe nach Gleichung (3.14) ergeben.<sup>5</sup>

$$\sigma_u^2 = \int_0^\infty S_{uu}(f) df \quad (3.13)$$

$$\sigma_u^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i^2 \quad (3.14)$$

In dieser Arbeit wird der aus der Zeitreihe berechneten Varianz der Vorzug gegeben. Der Unterschied zwischen der Varianz aus Spektrum und Zeitreihe liegt bei gleichem Paßband mit etwa 10 % auf sehr niedrigem Niveau, wie eigene Auswertungen zeigen.

### 3.3.3 Integralmaße

Die integralen Zeit- und Längenmaße sind wichtige Parameter zur Kennzeichnung der räumlichen Böenstruktur. Anschaulich entspricht das Integrallängenmaß der Ausdehnung einer mittleren Windböe. Für dreidimensionale Turbulenz können neun integrale Längenmaße angegeben werden – jeweils drei für jede Turbulenzkomponente in jeder Raumrichtung. Auch im Rahmen dieser Arbeit werden die Integralmaße an verschiedenen Stellen verwendet. Deren Ermittlung ist jedoch mit großen Schwierigkeiten verbunden. So weist *Telljohann* darauf hin, dass die entsprechenden Zahlenangaben stark von der verwendeten Filterung abhängen [Tell98].

Das integrale Zeitmaß ergibt sich aus einer Integration über die Autokorrelationsfunktion nach

---

<sup>5</sup>Zur Verwendung des Nenners  $N$  anstatt des üblicherweise verwendeten  $N - 1$  sei auf [Schr94] verwiesen.

Gleichung (3.15).

$$T_k = \frac{1}{\sigma_k^2} \int_0^\infty R_{kk}(\tau) d\tau \quad (3.15)$$

mit  $k \dots$  Turbulenzkomponente  $u(t), v(t), w(t)$

In der Praxis haben sich drei Methoden für die Schätzung des integralen Zeitmaßes bewährt:

- (a) Integration der geschätzten Autokorrelationsfunktion bis zum ersten Nulldurchgang anstelle  $t \rightarrow \infty$ ,
- (b) Approximation einer Exponentialfunktion an die geschätzte Autokorrelationsfunktion und Integration über die approximierte Kurve,
- (c) Approximation einer parametrisierten Funktion für die Spektraldichte an das geschätzte Autoleistungsdichtespektrum mit  $T_k$  als freiem Parameter der Approximation.

Das theoretische integrale Längenmaß  $L_{k\tilde{x}}$ , als räumliche Ausdehnung einer mittleren Böe in Strömungsrichtung  $\tilde{x}$  wird dann wegen fehlender Messpunkte in Korrelationsrichtung ( $\tilde{x}$ -Richtung) nicht über Gleichung (3.16)

$$L_{kr} = \frac{1}{\sigma_k^2} \int_0^\infty R_{kk}(\Delta r) d\Delta r \quad (3.16)$$

mit  $r \dots$  Raumkoordinate im strömungsfesten Koordinatensystem  $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$ ,  
vgl. Abbildung 2.2 auf Seite 8,

sondern mittels der *Taylor-Hypothese*<sup>6</sup> der eingefrorenen Turbulenz nach Gleichung (3.17) geschätzt.

$$L_{k\tilde{x}} = \bar{U} \cdot T_{k\tilde{x}} \quad \text{mit} \quad T_{k\tilde{x}} = T_k \quad (3.17)$$

Auch für die am Mast Gartow II gewonnenen Messungen muss wegen der vertikalen Sensoranordnung die Gültigkeit der *Taylor-Hypothese* angenommen werden.

*Schrader* vergleicht unterschiedliche Varianten zur Schätzung des integralen Zeitmaßes<sup>7</sup>  $T_{ux}$  anhand von Zeitreihen, die er aus Windkanalexperimenten und numerischen Simulationen gewinnt [Schr94]. Er empfiehlt, anstelle der Integration auf Basis der Autokorrelationsfunktion,

<sup>6</sup>Die Hypothese von *Taylor* besagt, dass sich die Böenballen mit der mittleren Windgeschwindigkeit  $\bar{U}$  in der Grundströmung bewegen. Dies bedeutet, dass zwischen der Wellenlänge  $\lambda$  der Windturbulenz und der Frequenz  $f$  eine lineare Beziehung der Form  $\lambda = \bar{U}/f$  besteht.

<sup>7</sup>Die Tilde zur Kennzeichnung des strömungsfesten Koordinatensystems wird nachfolgend weggelassen.



eine Approximation eines *Fichtl-McVehil*-Spektrums nach Gleichung (3.18) an die geschätzte Spektraldichte.

$$S_{uu}(f) = \frac{a \cdot \sigma_u^2}{\left(1 + 1,5 \cdot \left(\frac{f}{f_m}\right)^\xi\right)^{\frac{5}{3}\xi}} \cdot \frac{1}{f_m} \quad (3.18)$$

mit

$$a = \frac{1,5^{1/\xi} \cdot \xi \cdot \Gamma\left(\frac{5}{3\xi}\right)}{\Gamma\left(\frac{2}{3\xi}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{1}{\xi}\right)} \quad (3.19)$$

In Gleichung (3.18) ist die Frequenz  $f_m$  ein Parameter zur Festlegung der Lage des Maximums von  $S_{uu}$ . Der Exponent  $\xi$  steuert die Form der Kuppe und deren Übergang in die  $-5/3$ -Gerade des *Kolmogoroff*'schen Trägheitsbereichs.  $\Gamma$  ist die Gammafunktion.

Aus Gleichung (3.10) ergibt sich unmittelbar der Zusammenhang zum Integralzeitmaß über

$$\lim_{f \rightarrow 0} S_{uu}(f) = 4 \cdot \int_0^\infty R_{uu}(t) dt = 4 \cdot \sigma_u^2 \cdot T_{ux} \quad (3.20)$$

womit folgt, dass

$$T_{ux} = \lim_{f \rightarrow 0} \frac{S_{uu}(f)}{4 \cdot \sigma_u^2} \quad (3.21)$$

ist.

Aus Gleichung (3.21) folgt für die obige Spektraldichte

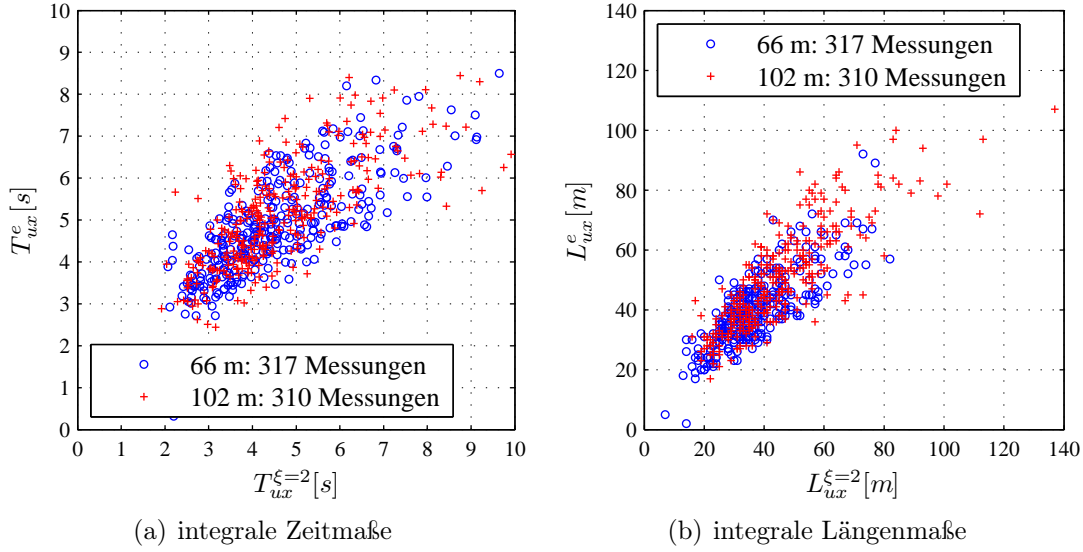
$$f_m = \frac{a}{4 \cdot T_{ux}} \quad (3.22)$$

Somit kann das integrale Zeitmaß aus einer Anpassung der Gleichung (3.18) an die geschätzten Spektren nach Gleichung (3.6) unter Minimierung des Fehlerquadrates gewonnen werden.

Bei der Approximation ist darauf zu achten, dass als Approximationsgewichte nicht durchgehend eins verwendet wird, was zu einer Überschätzung der großen niederfrequenten Amplituden führen würde. Es wird deshalb das Minimum der Gleichung (3.23) gesucht, wobei  $S_{uu}(f)$  die aus den Zeitschrieben geschätzte Spektraldichte und  $\hat{S}_{uu}(f, T_{ux})$  die Spektraldichte der Approximation ist.

$$\sum_i \left[ \left( S_{uu}(f_i) - \hat{S}_{uu}(f_i, T_{ux}) \right)^2 \cdot \left( \hat{S}_{uu}(f_i, T_{ux}) \right)^{-2} \right] = \min_{T_{ux}, \xi} \quad (3.23)$$

*Schrader* empfiehlt, den Parameter  $\xi = 1$  zu setzen – das *Fichtl-McVehil*-Spektrum geht dann in die *Kaimal*'sche-Spektraldichte über – und neben  $T_{ux}$  die Varianz  $\sigma_u^2$  als freien Parameter in der



**Abbildung 3.8:** Vergleich des Einflusses des Berechnungsverfahrens auf integrale Maße der Windturbulenz

Approximation zu belassen. In dieser Arbeit wird die geschätzte Varianz gemäß Abschnitt 3.3.2 auch bei der Ermittlung der Integralmaße verwendet. Abweichend von *Schrader* wird  $\xi = 2$  gesetzt, da eine Approximation des sich damit ergebenden *von Kármán*-Spektrums an die Messwerte gegenüber der *Kaimal*'schen Spektraldichte stets zu geringeren Residuen führte, vgl. Abschnitt 4.1.3.

Über 600 Messereignisse der beiden Messebenen 66 m und 102 m wurden hinsichtlich ihrer Integralmaße ausgewertet. Hierbei zeigt sich, dass eine Berechnung der integralen Längenmaße über die Autokorrelationsfunktion sowie über die Integration einer approximierten Exponentialfunktion nahezu identische Werte liefert. In Abbildung 3.8(a) sind die integralen Zeitmaße  $T_{ux}^{\xi=2}$  aus den approximierten *Fichtl-McVehil*-Spektren mit  $\xi = 2$  jenen integralen Zeitmaßen  $T_{ux}^e$ , die sich aus einer approximierten Exponentialfunktion ergeben, gegenübergestellt. Die Werte liegen überwiegend zwischen 3 und 6 Sekunden. Auf Basis der Angaben in ESDU lässt sich ein Wert von ca. 4 Sekunden ermitteln [ESDU90].

Der Geschwindigkeitsbereich, der von den 600 Messungen abgedeckt wird, liegt zwischen 4 m/s und 21 m/s und führt zu den in Abbildung 3.8(b) dargestellten integralen Längenmaßen. Deren Streuung ist groß und scheint mit zunehmender Größe der Böenballen noch zu steigen. Abweichungen von bis zu 50 % sind keine Seltenheit. Dies erklärt die in Veröffentlichungen angegebene große Bandbreite gemessener integraler Längenmaße und verdeutlicht, dass die genaue Angabe des verwendeten Verfahrens zur Ermittlung von Integralmaßen essentiell für spätere Vergleiche ist.

Zur Ermittlung des integralen Zeitmaßes  $T_{vx}$  der lateralen Turbulenz  $v(t)$  wird das *von Kármán*-Spektrum nach Tabelle 4.1 auf Seite 48 an die gemessene Spektraldichte angepasst. Eine Approximation der Autoleistungsdichtespektren  $S_{vv}(f)$  gelingt mit diesem Spektrum in gleich guter Weise.



## 4 Ingenieurmodell für das Windfeld

---

*In diesem Kapitel wird erläutert, auf welche Weise und mit welchen Parametern die natürliche Windströmung in Ingenieurmodellen beschrieben wird. Beginnend mit einer Identifikation statistischer Eigenschaften des Windfeldes anhand der Naturmessungen folgt dann eine Beschreibung des verwendeten numerischen Algorithmus, der aufbauend auf diesen statistischen Eigenschaften ein zeitabhängiges numerisches Windfeld generiert. Die notwendige Diskretisierung des Windfeldes wird in einer Weise durchgeführt, bei der Diskretisierungsfehler der stochastischen Einwirkung bereits bei der Windfeldgenerierung über analytische Knoteneinflussfunktionen korrigiert werden.*

---

### 4.1 Statistische Eigenschaften des Windfeldes

In der Natur unterliegt der Wind mehr oder weniger starken Schwankungen, sowohl dem Betrag als auch der Richtung nach. Diese Schwankung wird im Allgemeinen als Turbulenz oder Böigkeit bezeichnet. Ausgelöst werden Windströmungen durch die Bewegung der Luftmassen aufgrund barometrischer Druckunterschiede zwischen Hoch- und Tiefdruckgebieten. Infolge von Erdkrümmung und Erdrotation wirken zusätzlich die *Corioliskräfte*, welche die Strömungen aus der Richtung der Druckgradienten umlenken. Der nur von diesen Faktoren beeinflusste Wind heißt Gradientwind, reicht bis auf die Gradienthöhe  $z_G$  herab und ist theoretisch frei von jedweder Turbulenz.

Unterhalb der Gradienthöhe, in der erdnahen Schicht, wird die Luft durch Bebauung, Bewuchs oder die natürliche Topographie abgebremst. Zwischen dem Boden und der Gradienthöhe bildet sich eine turbulente Grenzschicht. Die Gradienthöhe ist damit von der durch die Topographie bestimmten Rauigkeit der Erdoberfläche abhängig und reicht von  $z_G \approx 200\text{ m}$  bei ruhiger See bis  $z_G \approx 600\text{ m}$  bei Großstadtbebauungen [Rusc82, Sock84]. In dieser Grenzschicht liegen die Bauwerke.

Zur Beschreibung der Windströmung innerhalb der Grenzschicht wird ein Ingenieurmodell für das Windfeld aufgestellt, welches das mikrometeorologische Verhalten des Windes in einer dem Bauwesen angemessenen Genauigkeit beschreibt.

Liegt eine neutrale Schichtung der Grenzschicht vor – man spricht dann von stabilen Windverhältnissen – kann von schwacher Stationarität im statistischen Sinn ausgegangen werden [Pano84]. Die statistischen Eigenschaften der turbulenten atmosphärischen Grenzschichtströ-

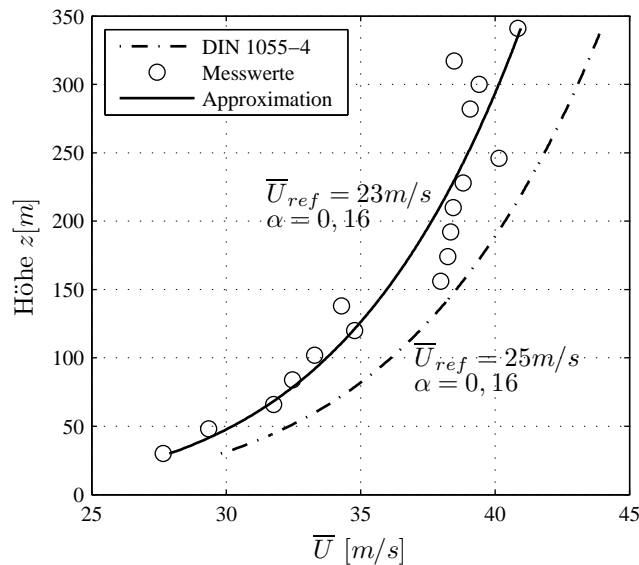


Abbildung 4.1: 10-min-Mittel mit einer Rückkehrperiode von 50 Jahren

mung in einem Punkt können dann allein durch den Mittelwert der Windgeschwindigkeit und dessen Varianz beschrieben werden. Solche stabilen Windverhältnisse liegen nach *Rackwitz* bei Windereignissen mit  $\bar{U} > 10 \text{ m/s}$  vor [Mehl97]. Frühere Auswertungen am Institut für Stahlbau zeigen jedoch auch für Windereignisse mit  $\bar{U} > 10 \text{ m/s}$  nur eine schwach stabile Schichtung mit *Bulk-Richardson-Zahlen*  $R_{ib} \approx 0,03$  [Peil94], wobei nach *Panofsky* die Grenze für neutrale Schichtung  $R_{ib} < 0,01$  ist [Pano84].

#### 4.1.1 Extremwindereignisse

Mittels der seit 1989 gewonnenen Messdaten können auf Basis einer statistischen Extremwertanalyse die 50-Jahres-Windgeschwindigkeiten bis in große Höhe für den Standort Gartow ermittelt werden. Hierzu wurden die 10-min-Mittelwerte aller Anemometer der Höhen 30 m bis 341 m ausgewertet. In den Jahren 1998 bis 2000 war die Anlage vollständig außer Betrieb. Im Zeitraum von 2003 bis 2006 kam es häufig zu Systemabstürzen der Messanlage. Es sind deshalb vergleichsweise wenig Messungen vorhanden, so dass in diesen Jahren die Extremwindereignisse wahrscheinlich nicht gemessen wurden. Die zur Verfügung stehenden Daten aus den übrigen Zeiträumen werden durch eine Extremwertverteilung des Typs *Fisher-Tippet-I* approximiert [Stat06]. Die Zahlenwerte aller Jahresmaxima sowie deren Darstellung im Wahrscheinlichkeitspapier nach *Gumbel* ist im Anhang A.1 auf Seite 180 zu finden.

Abbildung 4.1 zeigt die so berechneten 10-min-Mittelwerte der Windgeschwindigkeit mit einer jährlichen Auftretenswahrscheinlichkeit von  $p = 0,02$  im Vergleich mit dem für diesen Standort vorgesehenen Profil nach DIN 1055-4 [DIN05a].  $\bar{U}_{ref}$  ist hierbei das 10-min-Mittel in der Referenzhöhe von 10 m. Offenbar werden die Extremwerte durch das Regelwerk sehr gut beschrieben. Der Bezugswert der Windgeschwindigkeit liegt nur knapp 10 % unter den Normvorgaben für die geltende Windzone. Der Profilexponent stimmt exakt überein. Diese

Übereinstimmung ist – bedenkt man die Größe der von der Windzone II beschriebenen Fläche weiter Teile Nord- und Ostdeutschlands und das damit verbundene makroskalige Bild des Windklimas – erstaunlich gut.

### 4.1.2 Windprofile häufiger Windereignisse

Die vorliegenden Messdaten, die in den vergangenen 18 Jahren am Mast Gartow II ermittelt wurden, bieten die Möglichkeit, statistisch abgesicherte Aussagen über die Höhenabhängigkeit wichtiger Eigenschaften der Windströmung bis in eine Höhe von 341 m zu treffen. Die Höhenabhängigkeit solcher Eigenschaften wird im Allgemeinen durch geschlossene, meist empirische Funktionen beschrieben. Solche Funktionen sollen nachfolgend aus den Messwerten mittels Funktionsapproximation ermittelt werden.

Wegen der Störung der Messwerte durch den Mastschaft bei Wind aus östlichen Richtungen<sup>1</sup> – roter Sektor nach Abbildung 4.2(a) auf der nächsten Seite – werden nur Windereignisse mit Windrichtungen aus dem Sektor<sup>2</sup> 180° bis 40° berücksichtigt. Dies beinhaltet bereits einen Sicherheitsabstand gegenüber dem roten Sektor bei über die Höhe drehenden Windrichtungen. Bei Auswertung von Messungen, die nur die Ebenen 66 m und 102 m betreffen, können hingegen alle Windrichtungen ausgewertet werden, da hier Windmonitore an jeder Mastseite installiert sind, vgl. Abbildung 3.3 auf Seite 21.

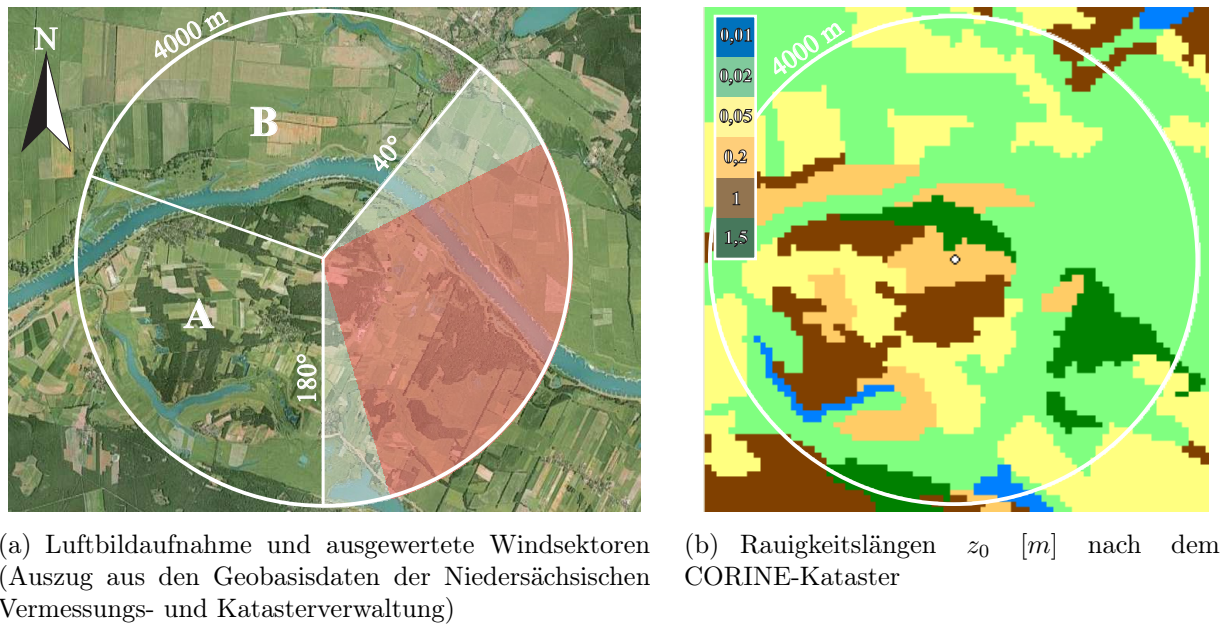
#### 4.1.2.1 Topographie am Standort

Die Rauigkeit der Erdoberfläche beeinflusst die Eigenschaften der Windprofile im Bereich unterhalb der Gradientenhöhe. Die Parameter zur Beschreibung der Windprofile müssen also immer im Zusammenhang mit der Topographie am Ort einer Messung gesehen werden. Abbildung 4.2(a) auf der nächsten Seite zeigt hierzu eine Luftbildaufnahme des Maststandortes. Der eingezeichnete Kreis mit einem Radius von 4.000 m zeigt den ungefähren Bereich einer mindestens notwendigen Anlaufstrecke zur Ausbildung des Windprofiles über die gesamte Höhe des Mastes [Sock84, Dyrb96, Stat06]. Im südwestlichen Bereich (Sektor A) ist das Gelände durch die wechselnde Bewaldung deutlich rauer als im nördlichen Bereich (Sektor B).

Abbildung 4.2(b) auf der nächsten Seite zeigt die aus dem CORINE-Kataster der Bodenbedeckung [Cori01] ermittelten aerodynamischen Rauigkeitslängen. Die angegebenen Rauigkeiten legen nahe, für Wind aus südwestlichen Richtungen eine Geländekategorie III bis IV und höher, für Wind aus nördlichen Richtungen eine Geländekategorie II gemäß DIN 1055-4 zugrunde zu legen. Eine Geländekategorie IV ist bei Kenntnis der tatsächlichen topografischen Gegebenheiten vor Ort sowie einem Vergleich mit den in [Troe90] angegebenen Rauigkeitsklassen jedoch nicht vertretbar. Hier werden diese topografischen Unterschiede jedoch zum Anlass genommen, bei der Auswertung der Windprofile zwischen Wind aus den beiden Sektoren A und B zu unterscheiden.

<sup>1</sup>Siehe hierzu die Windkanalversuche von *Telljohann* und *Behrens* [Tell98, Behr04].

<sup>2</sup>Meteorologische Richtungsangabe: Wind aus Norden entspricht 0°. Die Drehrichtung ist im Uhrzeigersinn positiv.



**Abbildung 4.2:** Topographie am Standort des Mastes Gartow II

#### 4.1.2.2 Robuste Funktionsapproximation

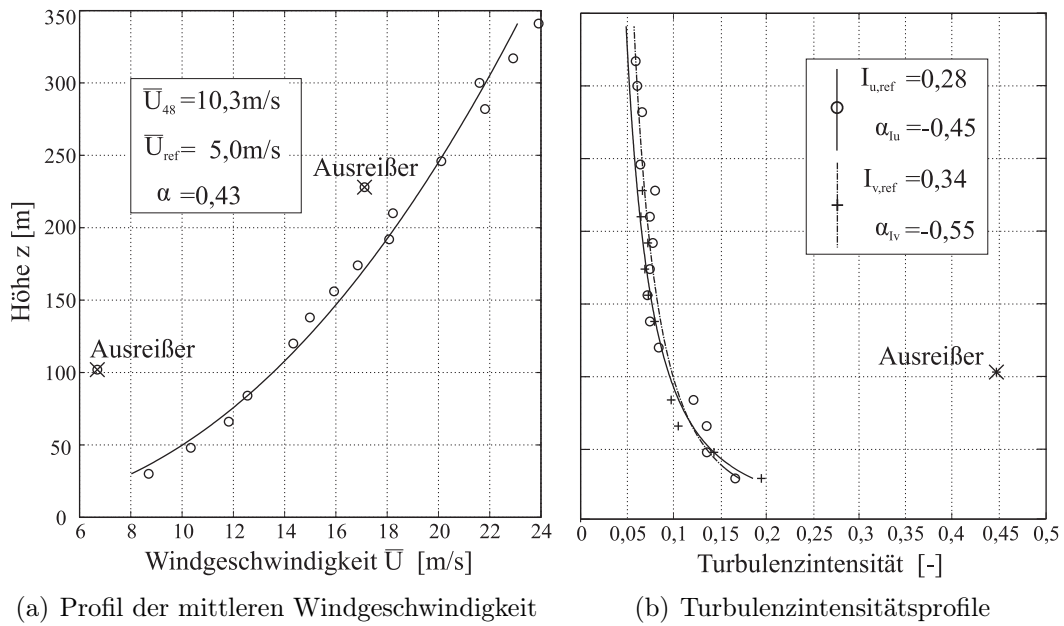
Die Auswertung von weit über eintausend 10-*min*-Messungen erfordert einen robusten Algorithmus zur Approximation höhenabhängiger Verläufe der statistischen Eigenschaften des Windes. Hierbei gilt es, die unvermeidlichen Ausfälle oder Messfehler einzelner Sensoren – verursacht zum Beispiel durch Vereisung oder Lagerschäden – zuverlässig zu eliminieren. Hierzu werden in einem ersten Schritt die Standardabweichungen aller Sensordaten betrachtet, wodurch sich festsitzende Sensoren erkennen lassen. Ungleich aufwändiger ist es, schleichende Lagerschäden zu diagnostizieren. Um die Messdaten solcher Sensoren nicht als Basis einer Approximation zu verwenden, wird grundsätzlich eine robuste Funktionsapproximation verwendet. Dieser Algorithmus basiert auf der Annahme, dass die Abweichung der Messwerte von den Funktionswerten der approximierten Kurve einer Normalverteilung folgt. Der hier verwendete Algorithmus nutzt eine iterative, biquadratische Wichtung der Messwerte zur Eliminierung von Ausreißern. Ausgehend von einer Approximation unter Minimierung des quadrierten Fehlers werden die Residuen  $r_i$  berechnet. Mit der mittleren absoluten Abweichung

$$\mu_r = \overline{|r_i - \bar{r}|} \quad (4.1)$$

gelingt eine robuste Schätzung der Standardabweichung der Residuen über das 75%-Quantil der Standardnormalverteilung.

$$\sigma_r = \frac{\mu_r}{0,6745} \quad (4.2)$$

Ein Ausreißer lässt sich mit einer Aussagewahrscheinlichkeit von 95 % als ein ebensolcher



**Abbildung 4.3:** Messung vom 27.10.96: Mittels robuster Funktionsapproximation ermittelte Windprofile

identifizieren, wenn dessen Residuum mehr als das 4,685-Fache von der Standardabweichung  $\sigma_r$  entfernt liegt [DuMo89].

Die Wichtung aller Messwerte erfolgt mit der biquadratischen Gleichung  $w_i$ .

$$w_i = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{r_i}{4,685 \cdot \sigma_r}\right)^2\right)^2 & |r_i| < 4,685 \\ 0 & |r_i| \geq 4,685 \end{cases} \quad (4.3)$$

Die gewichteten Messwerte werden anschließend erneut approximiert. Die Prozedur wiederholt sich, bis keine Änderungen in den Parametern der approximierten Funktion mehr festgestellt werden.

Abbildung 4.3(a) zeigt die Approximation eines Profils nach Gleichung (4.4) für die mittlere Windgeschwindigkeit an die gemessenen 10-min-Mittelwerte und Abbildung 4.3(b) eine Anpassung von Gleichung (4.6) auf Seite 43 an die gemessenen Turbulenzintensitäten longitudinaler und lateraler Turbulenz. Die Eignung der robusten Approximationsmethode zur Eliminierung fehlerhafter Sensoren ist deutlich erkennbar.

#### 4.1.2.3 Profil der mittleren Windgeschwindigkeit

Im Falle stabiler Windereignisse kann die Zunahme der mittleren Windgeschwindigkeit über die Höhe mit einer geschlossenen Funktion beschrieben werden. Der Verlauf der mittleren Geschwindigkeit  $\bar{U}$  über die Höhe  $z$  hängt dann nur von der Rauigkeit der Erdoberfläche ab.



Dieses Profil der mittleren Windgeschwindigkeit wird zum Beispiel in DIN 1055-4 durch den exponentiellen Zusammenhang nach Gleichung (4.4) beschrieben.

$$\bar{U} = \bar{U}_{ref} \left( \frac{z}{10} \right)^\alpha \quad (4.4)$$

Gegenüber dem theoretisch begründeten, auf einer über die Höhe konstanten Schubspannung basierenden logarithmischen Ansatz nach Gleichung (4.5) ist das Exponentialprofil rein empirisch. In den Gleichungen sind  $\alpha$  der topographieabhängige Profilexponent sowie  $z_0$  die topographieabhängige Rauigkeitslänge zur Berücksichtigung unterschiedlicher Geländerauigkeiten. Werte für die Topographieparameter sind zum Beispiel in [Rusc82] und [DIN05a] zu finden. Die beiden Parameter  $\alpha$  und  $z_0$  lassen sich im Rahmen baupraktischer Genauigkeit ineinander überführen. Untersuchungen wie jene von *Nölle* und *Telljohann* belegen jedoch eine weit bessere Approximation von in natura gemessenen Profilen mittels Gleichung (4.4), vor allem in Höhen über 100 m [Noel91, Tell98].

Weitere Funktionen zur Beschreibung der Höhenabhängigkeit der mittleren Windgeschwindigkeit sind zum Beispiel in [Dyrb96, Mehl96] zu finden. Dort wird für genauere Untersuchungen das korrigierte Logarithmus-Profil – eine Erweiterung der Gleichung (4.5) um nichtlineare Terme – empfohlen, welches die gesamte Grenzschicht beschreibt.

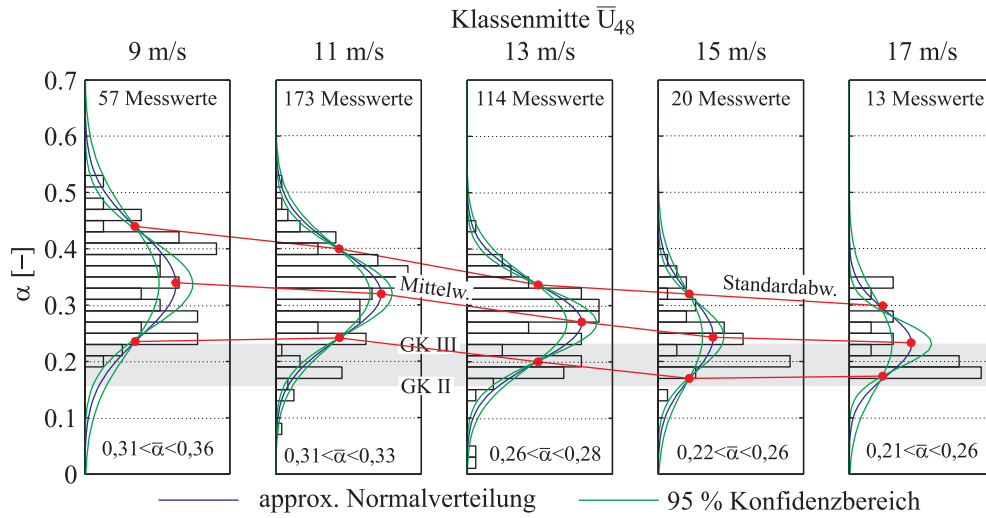
$$\bar{U} = \bar{U}_{ref} \left( \frac{\ln(z/z_0)}{\ln(10/z_0)} \right) \quad (4.5)$$

In zahlreichen Naturmessungen am Mast Gartow II hat *Telljohann* für Windereignisse ab  $\bar{U}_{z=48m} = 10 \text{ m/s}$  die Profile der mittleren Windgeschwindigkeit ermittelt [Tell98]. Er stellt fest, dass sich die Windprofile für solche Windereignisse gut mit dem Potenzprofil nach *Hellmann* entsprechend Gleichung (4.4) approximieren lassen.

*Telljohann* hat sich bei seiner Auswertung der Windgeschwindigkeitsprofile auf die Mittelwertmessungen<sup>3</sup> der Jahre 1990 bis 1996 beschränkt. Diese Messungen beinhalten alle Trends, wie sie den Naturmessungen eigen sind, da die statistischen Parameter aus numerisch unbehandelten Zeitreihen gewonnen wurden. Der Einfluss von Trends, vor allem auf die Varianzen ist erheblich und darf allenfalls bei der Ermittlung der Mittelwerte vernachlässigt werden. Alle Windprofile in dieser Arbeit wurden aus Zeitreihenmessungen gewonnen, deren numerische Nachbehandlung, wie in Kapitel 3 beschrieben, durchgeführt wurde.

Abbildung 4.4 auf der nächsten Seite zeigt Ergebnisse einer Approximation von Gleichung (4.4) an ca. 430 Profile aus den Jahren 1989 – 2005 für das 10-min-Mittel der Windgeschwindigkeit mit Windrichtungen aus dem Sektor A. Dargestellt ist die Häufigkeitsverteilung des Profilexponenten, klassiert nach mittleren Windgeschwindigkeiten in Höhe des Windsensors bei  $z = 48 \text{ m}$ . Signifikant ist die Abnahme des mittleren Profilexponenten mit steigender Windgeschwindigkeit von  $\alpha = 0,34$  bei  $\bar{U}_{48} = 9 \text{ m/s}$  auf  $\alpha = 0,23$  bei  $\bar{U}_{48} = 17 \text{ m/s}$ . Dies entspricht den Ergebnissen von *Telljohann*. Der Profilexponent für die Geländekategorien II und III nach DIN 1055-4 ist als

<sup>3</sup>Mittelwertmessungen wurden von der Messanlage Gartow in der Vergangenheit je Stunde einmal durchgeführt, wobei nur die Minima, Maxima, Mittelwerte und Standardabweichungen einer 30-min-Messung gespeichert wurden. Nähere Beschreibungen sind in [Tell98] zu finden.



**Abbildung 4.4:** Profilexponenten im Sektor A für das Exponentialprofil des 10-min-Mittelwertes der Windgeschwindigkeit

grau hinterlegter Bereich ebenfalls eingetragen. Nur bei Windereignissen mit Windgeschwindigkeiten  $\bar{U}_{48} > 16 \text{ m/s}$  liegt die Mehrzahl der gemessenen Profile innerhalb dieses Bereichs. Das Mittel aus allen Windereignissen beträgt  $\bar{\alpha} = 0,30$  und entspricht damit dem in [DIN05a] angegebenen Exponenten für die Geländekategorie IV.

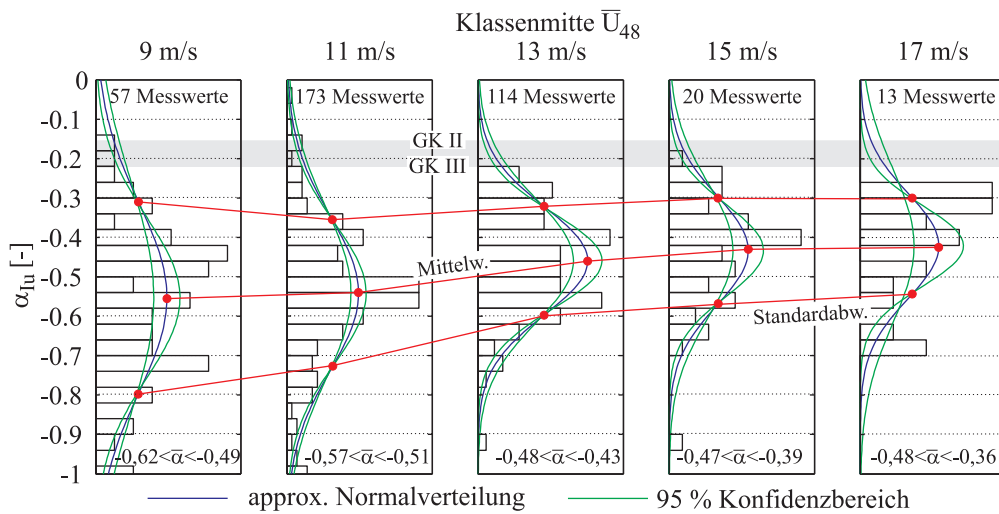
Eine geringere Streuung der Profilexponenten mit zunehmender Windgeschwindigkeit, wie von *Telljohann* angenommen, ist physikalisch durchaus plausibel. Jedoch ist die schmalere Glockenkurve bei  $\bar{U} = 17 \text{ m/s}$  vielmehr durch die geringere Datenbasis bedingt. Abbildung 4.4 zeigt deshalb zusätzlich neben der approximierten Normalverteilung auch deren 95%-Vertrauensbereich. Die Streuung zwischen oberem und unterem Fraktilewert ist bei  $\bar{U} = 17 \text{ m/s}$  aufgrund der geringen Datenbasis sehr groß. Zur Absicherung der von *Telljohann* getroffenen Annahme ist die Messung und Auswertung weiterer Windprofile notwendig.

Für den Sektor B liegen nur 76 geeignete Profile vor. Eine nach Windgeschwindigkeiten klassierte statistische Auswertung ist deshalb nicht sinnvoll. Der Mittelwert des Profilexponenten im Sektor B liegt mit  $\bar{\alpha} = 0,25$  unterhalb desjenigen Wertes für den Sektor A, was mit der glatteren Geländerauigkeit begründet werden kann.

#### 4.1.2.4 Turbulenzintensität

Die auf den 10-min-Mittelwert  $\bar{U}$  bezogene Standardabweichung  $\sigma_k$  der Windgeschwindigkeitsschwankungen wird Turbulenzintensität genannt. Der höhenabhängige Verlauf der Turbulenzintensität wird für die longitudinale Komponente in DIN 1055-4:2005-03 geregelt.

$$I_u(z) = I_{u,ref} \cdot \left( \frac{z}{10} \right)^{-\alpha_{Iu}} \quad (4.6)$$



**Abbildung 4.5:** Proflexponenten im Sektor A für das Exponentialprofil der long. Turbulenzintensität

Der Proflexponent  $\alpha_{I_u}$  entspricht in DIN 1055-4 demjenigen des Profils der mittleren Windgeschwindigkeit.  $I_{u,ref}$  ist der Referenzwert der longitudinalen Turbulenzintensität in 10 m Höhe.

Abbildung 4.5 zeigt analog zu Abbildung 4.4 die Proflexponenten bei Approximation der Gleichung (4.6) an die gemessenen longitudinalen Turbulenzintensitäten. Alle für die mittlere Windgeschwindigkeit getroffenen Aussagen können entsprechend auch für die Turbulenzintensität getroffen werden. Der mittlere Proflexponent ist mit  $\alpha_{I_u} = 0,55$  bei  $\bar{U}_{48} = 9 \text{ m/s}$  fast doppelt so groß wie  $\alpha$ . Mit zunehmender Windgeschwindigkeit fällt  $\alpha_{I_u}$  auf 0,42 bei  $\bar{U}_{48} = 17 \text{ m/s}$  ab. Insgesamt ist die Streuung der Proflexponenten jedoch deutlich größer als bei denen der mittleren Windgeschwindigkeit.

Die in DIN 1055-4 angegebenen Proflexponenten werden auch für höhere Windgeschwindigkeiten nicht erreicht, vielmehr sind die Proflexponenten  $\alpha_{I_u}$  ca. 1,7-mal größer. Der Ansatz in DIN 1055-4 fällt mit steigender Höhe flacher ab und ist konservativ. Das Mittel aller Proflexponenten im Sektor A beträgt  $\bar{\alpha}_{I_u} = 0,50$ .

*Telljohann* stellt fest, dass mit einem Verhältnis der lateralen zur longitudinalen Turbulenzintensität von  $I_v/I_u \approx 0,9$  bis 1,0 beide Verläufe über die Höhe affin zueinander sind. In Abbildung 4.6 auf der nächsten Seite sind für über 600 10-min-Messungen die longitudinalen und lateralen Turbulenzintensitäten in den Höhen 66 m und 104 m ermittelt worden. Das Verhältnis  $I_v/I_u$  streut sehr stark, jedoch ist die Annahme, dass die Turbulenzintensitäten beider Windgeschwindigkeitskomponenten ungefähr gleich groß sind, im Mittel gerechtfertigt.

In Anhang A.2 auf Seite 182 ist eine Klassierung des Verhältnisses der Turbulenzintensitäten nach der mittleren Windgeschwindigkeit wie bei den Proflexponenten dargestellt. Es besteht die Tendenz, dass die laterale Turbulenzintensität bei niedrigen Windgeschwindigkeiten etwa 2 % größer ist als diejenige der longitudinalen Komponente. Mit zunehmender Windgeschwindigkeit reduziert sich die laterale Turbulenzintensität im Mittel auf etwa 95 % des Wertes der longitudinalen Komponente.

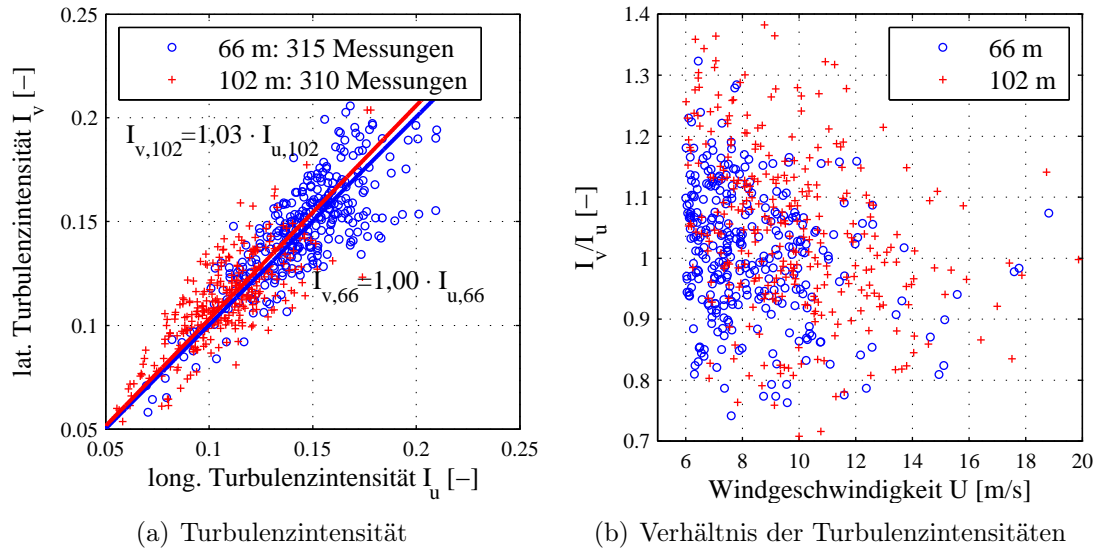


Abbildung 4.6: Turbulenzintensitäten in long. und lat. Richtung für 10-min-Messungen mit  $\bar{U} \geq 6 \text{ m/s}$

#### 4.1.2.5 Integrallängenmaße

Die Integralmaße streuen schon allein wegen der in Abschnitt 3.3.3 angesprochenen numerischen Nachbehandlung der Messdaten erheblich. Ein Vergleich mit Messungen anderer Autoren ist somit nur eingeschränkt möglich. Das Integrallängenmaß  $L_{ux}$  für die longitudinale Turbulenz und dessen höhenabhängiger Verlauf ist in DIN 1055-4 angegeben.

Abbildung 4.7 auf der nächsten Seite zeigt die integralen Längenmaße aus den beiden Messhöhen 66 m und 104 m für die bereits bei den Turbulenzintensitäten gezeigten Messungen.

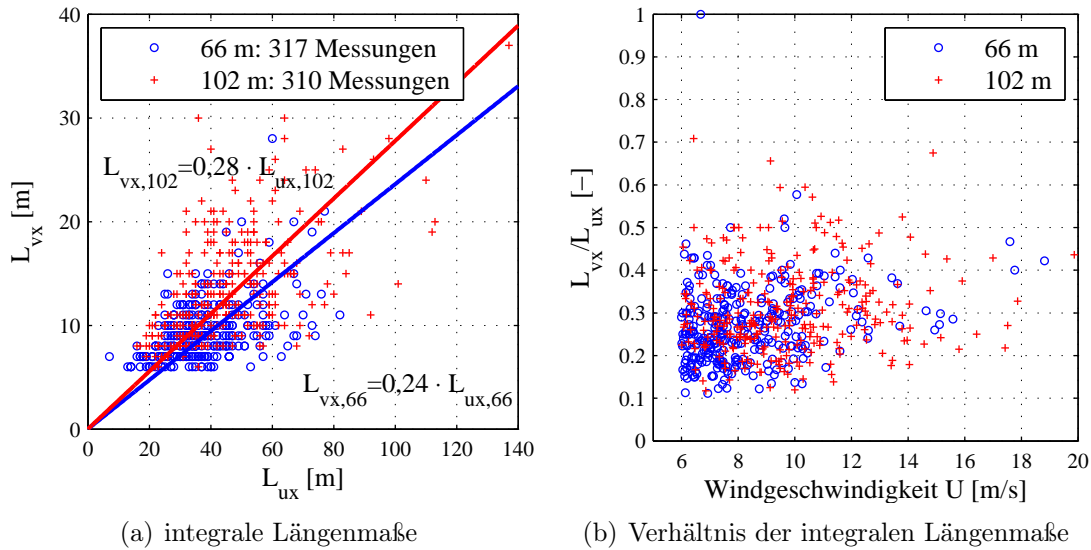
Ebenso wie bei den Turbulenzintensitäten scheint sich die Streuung mit zunehmender mittlerer Windgeschwindigkeit nicht zu verringern. In Anhang A.2 auf Seite 182 ist eine Klassierung der Ergebnisse nach der mittleren Windgeschwindigkeit wie bei den Profilexponenten dargestellt.

Eine Geschwindigkeitsabhängigkeit ist auch dort nicht erkennbar. Das von *Solari* angegebene Verhältnis von  $L_{vx}/L_{ux} \approx 0,2 \dots 0,3$  lässt sich prinzipiell bestätigen [Sola01].

### 4.1.3 Leistungsdichtespektren der Windturbulenz

Eine Zusammenstellung von funktionalen Beschreibungen des natürlichen Leistungsdichtespektrums der Windturbulenz ist zum Beispiel in [Wang94], [Mehl96] oder [Bach03] zu finden. Die nach Kenntnis des Verfassers umfangreichste Zusammenstellung von Leistungsdichtespektren und weiteren Turbulenzparametern für alle drei Turbulenzkomponenten gibt *Solari* [Sola01].

Messungen, die *Jensen* an einer Schrägkabelbrücke in der Nähe von Bergen, Norwegen, durchgeführt hat, zeigen, dass auch bei Windgeschwindigkeiten um  $\bar{U} = 4 \text{ m/s}$  eine sehr gute Übereinstimmung der natürlichen Böenspektren mit den Ansätzen von *Kaimal* vorliegt [Jens78]. Anhand der Naturmessungen am Mast Gartow II zeigt *Behrens*, dass die Beschreibungen für



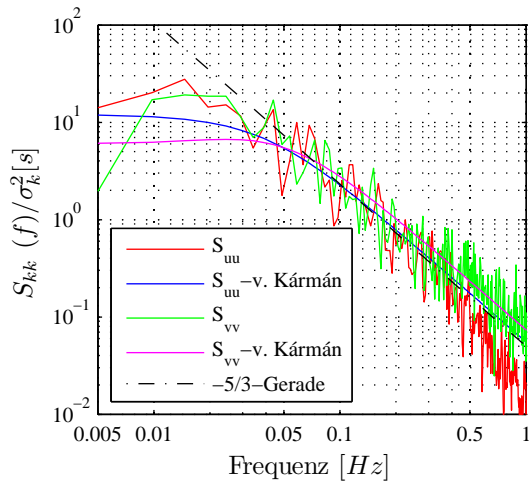
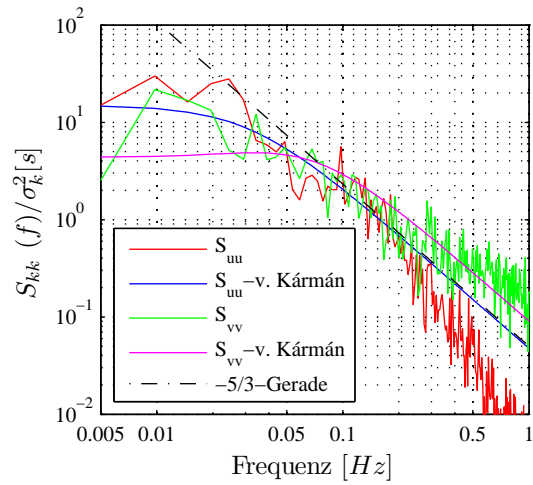
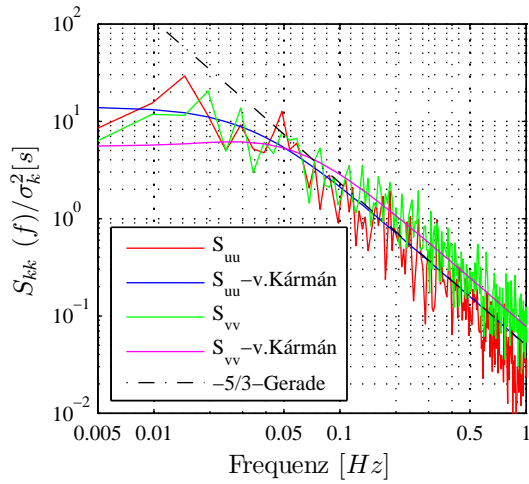
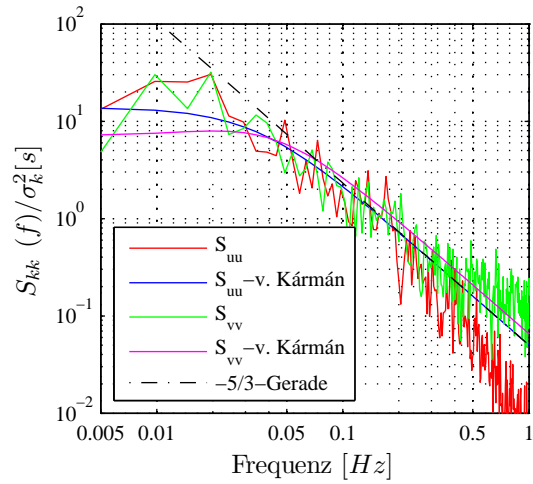
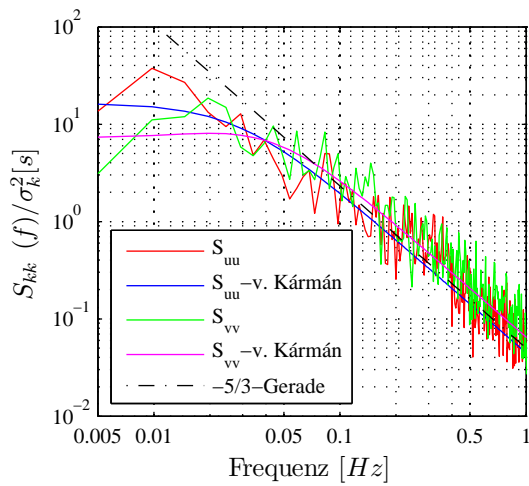
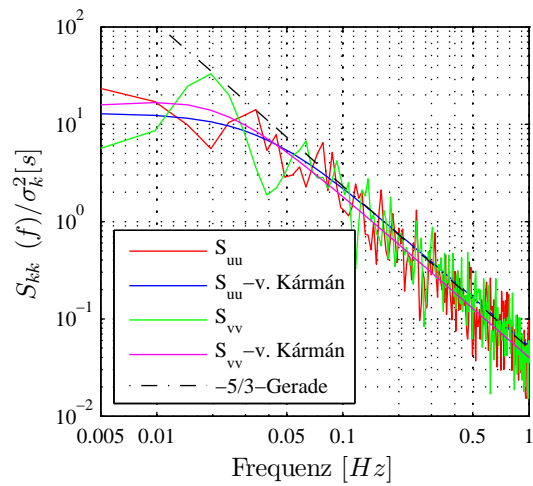
**Abbildung 4.7:** Integrallängenmaße in long. und lat. Richtung für 10-min-Messungen mit  $\bar{U} \geq 6 \text{ m/s}$

die longitudinalen und lateralen Spektren nach *von Kármán* die natürlichen Windspektren, vor allem in großen Höhen, sehr gut approximieren [Behr04]. Zu ähnlichen Ergebnissen kam bereits *Telljohann* auf Basis einer funktionaler Beschreibungen nach *Davenport* und *Kaimal* [Tell98]. Letztgenannten Arbeiten liegen Windereignisse mit  $\bar{U}_{z=30\text{m}} > 10 \text{ m/s}$  zugrunde.

Wird der Parameter  $\xi$  neben  $T_{ux}$  nach Gleichung (3.18) und (3.19) auf Seite 34 als zweiter freier Parameter mit den Grenzen  $\xi = 1$  (*Kaimal*-Spektrum) und  $\xi = 2$  (*von Kármán*-Spektrum) in der Approximation belassen, erlaubt dies eine Aussage darüber, welche der beiden Spektren die Messwerte besser beschreiben. Die Auswertung von über 600 Messungen in den Höhen 66 m und 104 m bei Windgeschwindigkeiten zwischen 6 m/s und 20 m/s zeigt, dass fast 90 % der Messungen von der *von Kármán*'schen Spektraldichte besser approximiert werden als von dem *Kaimal*-Spektrum.

Abbildung 4.8(a) auf der nächsten Seite zeigt Autoleistungsdichtespektren für ein Starkwindereignis mit  $\bar{U} = 20,0 \text{ m/s}$ . Das gemessene Spektrum folgt im höherfrequenten Bereich bis  $f \approx 0,4 \text{ Hz}$  der *Kolmogoroff*'schen  $-5/3$ -Gerade. Das Abknicken im Frequenzbereich oberhalb 0,4 Hz lässt sich mit dem Tiefpaßverhalten der Schalenkreuzanemometer infolge mechanischer Trägheit erklären. Das Spektrum der lateralen Turbulenz liegt im höherfrequenten Bereich oberhalb des zugehörigen *von Kármán*-Spektrums. Bei Windereignissen mit geringer Windgeschwindigkeit knicken die Spektren früher von der *Kolmogoroff*'schen-Gerade ab, wobei sich der Knickpunkt mit sinkender Windgeschwindigkeit in Richtung niedriger Frequenzen zu verschieben scheint.

Da sich die Ausleger am Rande der Verdrängungszone befinden, wäre es möglich, diese Abweichungen auf eine Beeinflussung der Turbulenzstruktur durch den Mastschaft zurückzuführen. Vergleicht man Abbildung 4.8(a) und 4.8(c) ist zu erkennen, dass bei ähnlichem Windwinkel und ähnlicher Windgeschwindigkeit die Messung der verkleideten 104-m-Ebene im höherfrequenten Bereich stärker abknickt als die Messung der unverkleideten 138-m-Ebene. Mutmaßlich ist die Ausdehnung der Verdrängungszone im Bereich des durchlässigen Mastschaftes geringer als im

(a) 28.10.02 01 102 m:  $\bar{U} = 20,0 \text{ m/s}$   $\bar{\varphi} = 8^\circ$ (b) 01.01.02 01 66 m:  $\bar{U} = 6,4 \text{ m/s}$   $\bar{\varphi} = 11^\circ$ (c) 12.02.02 03 138 m:  $\bar{U} = 18,2 \text{ m/s}$   $\bar{\varphi} = 8^\circ$ (d) 22.02.02 02 102 m:  $\bar{U} = 9,6 \text{ m/s}$   $\bar{\varphi} = 2^\circ$ (e) 26.06.07 66 m:(USA)  $\bar{U} = 13,8 \text{ m/s}$   $\bar{\varphi} = 46^\circ$ (f) 04.07.07 66 m:(USA)  $\bar{U} = 6,4 \text{ m/s}$   $\bar{\varphi} = 1^\circ$ **Abbildung 4.8:** Vergleich gemessener Windspektren mit den *von Kármán*-Spektren nach Tabelle 4.1

**Tabelle 4.1:** Für die numerische Windfeld-Simulation angenommene Eigenschaften der Windturbulenz

Turbulenzkomponente	Spektrum	normierte Frequenz	Integral-längenmaß	Turbulenzintensität
$u$	$\frac{f \cdot S_{uu}}{\sigma^2} = \frac{4 \cdot f_n}{(1+70,8 \cdot f_n^2)^{5/6}}^\circ$	$f_n = \frac{f \cdot L_{ux}(z)}{\bar{U}(z)}$	$L_{ux}^*$	$I_u^*$
$v$	$\frac{f \cdot S_{vv}}{\sigma^2} = \frac{4 \cdot f_n \cdot (1+755,2 \cdot f_n^2)^\circ}{(1+283,2 \cdot f_n^2)^{11/6}}$	$f_n = \frac{f \cdot L_{vx}(z)}{\bar{U}(z)}$	$\frac{L_{vx}}{L_{ux}} = 0,3^{\ddagger \times}$	$\frac{I_v}{I_u} = 1,0^{\triangleleft \times}$
$w$	$\frac{f \cdot S_{ww}}{\sigma^2} = \frac{2,15 \cdot f_n}{1+11,16 \cdot f_n^{5/3}}^\diamond$	$f_n = \frac{f \cdot z}{\bar{U}(z)}$		$\frac{I_w}{I_u} = 0,5^{\ddagger}$

Quellen:  $^\circ$ [ESDU90];  $^\triangleleft$ [Tell98];  $^{\ddagger}$ [Sola01];  $^\diamond$ [Holm01];  $^*$ [DIN05a];  $^\times$ eigene Messungen

verkleideten Bereich. Widerlegt wird diese Annahme jedoch durch die trägheitsfreien Messungen mittels Ultraschallanemometer (USA). Abbildung 4.8(f) zeigt die Turbulenzspektren eines Messereignisses mit senkrechter Anströmung und geringer Windgeschwindigkeit. Im Gegensatz zu den Messungen mittels Windmonitoren zeigen diese keinerlei Abknicken, sondern vielmehr eine hervorragende Übereinstimmung mit den *von Kármán*-Spektren.

Bisherige Auswertungen der trägheitsfreien Turbulenzmessungen bestätigen, dass der funktionale Ansatz nach *von Kármán* im Frequenzband bis 1 Hz eine sehr gute Approximation der gemessenen Spektren sowohl der longitudinalen als auch der lateralen Turbulenz darstellt. Dieser Ansatz kommt deshalb in der vorliegenden Arbeit im Rahmen der numerischen Simulation von Windfeldern zum Einsatz. Die verwendeten Ansätze zur Beschreibung der Autoleistungsdichtespektren des dreidimensionalen Windfeldes sind in Tabelle 4.1 zusammengestellt.

Zur Beschreibung des Spektrums der vertikalen Turbulenz liegen keine Messungen aus Gartow vor. In der numerischen Windfeldsimulation wird deshalb auf das Spektrum nach *Busch* und *Panofsky* zurückgegriffen [Holm01].

Für eine vollständige Beschreibung des Windfeldes sind Kenntnisse über die statistische Bindung der Windgeschwindigkeiten an verschiedenen Orten erforderlich. Die Spektraldichtematrix der Größe  $3n \times 3n$  nach Gleichung (4.7) definiert ein Windfeld mit  $n$  Knoten im Frequenzbereich vollständig.

$$\mathbf{S}(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_u & \mathbf{S}_{uv} & \mathbf{S}_{uw} \\ \mathbf{S}_{vu} & \mathbf{S}_v & \mathbf{S}_{vw} \\ \mathbf{S}_{wu} & \mathbf{S}_{wv} & \mathbf{S}_w \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{S}_u & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}_w \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Die laterale Komponente ist in guter Näherung unkorreliert mit der longitudinalen und vertikalen Komponente, sodass diese Prozesse als unabhängig angesehen werden können. Man stellt jedoch fest, dass die vertikale Turbulenzkomponente mit der longitudinalen Turbulenzkomponente korreliert ist. Eine vertikale aufwärts gerichtete Böe transportiert Luftmassen von einer Strömung mit niedriger Grundgeschwindigkeit in eine Ebene höherer Grundgeschwindigkeit. Diese Luftmassen haben damit eine gegenüber der mittleren Windgeschwindigkeit reduzier-

te Geschwindigkeit, was zu einem negativen Korrelationskoeffizienten führt [Höff97]. Ansätze für ein Kreuzleistungsdichtespektrum  $S_{uw}(f)$  sind zum Beispiel in [Minh00] enthalten. Da bei der Beanspruchung der Abspannseile die vertikale Turbulenz gegenüber den horizontalen Turbulenzkomponenten von geringerer und beim Mastschaft ohne Bedeutung ist, wird auf eine Berücksichtigung dieser statistischen Abhängigkeiten verzichtet und von vollständig isotroper Turbulenz ausgegangen. Alle Turbulenzkomponenten  $u, v, w$  werden als statistisch unabhängig und *Gauß*-verteilt angesehen. Die Dimension der Problemstellung reduziert sich somit von  $3n \times 3n$  auf  $3 \cdot (n \times n)$  bei  $n$  Knoten des Windfeldes.

Neben den Autoleistungsdichtespektren auf der Hauptdiagonale von  $\mathbf{S}_k(f)$  müssen ebenso alle Kreuzleistungsdichtespektren bekannt sein. Die Kreuzleistungsdichtespektren  $S_{k_i k_j}(f)$  sind aufgrund der Phasendifferenz zwischen zwei Punkten immer komplex, wobei gilt, dass  $S_{k_i k_j}(f)$  und  $S_{k_j k_i}(f)$  konjugiert komplexe Paare sind. Der Betrag der Kreuzleistungsdichtespektren kann über die Kohärenzfunktion für die zwei Punkte  $i$  und  $j$  im Windfeld nach Gleichung (4.9) berechnet werden, vgl. zum Beispiel [ESDU91c].

$$\mathbf{S}_k(f) = \begin{bmatrix} S_{k_1 k_1}(f) & S_{k_1 k_2}(f) & \cdots & S_{k_1 k_n}(f) \\ S_{k_2 k_1}(f) & S_{k_2 k_2}(f) & \cdots & S_{k_2 k_n}(f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k_n k_1}(f) & S_{k_n k_2}(f) & \cdots & S_{k_n k_n}(f) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$coh_{k_i, j}^2(f) = \frac{|S_{k_i k_j}|^2}{S_{k_i k_i} \cdot S_{k_j k_j}} \quad (4.9)$$

In Gleichung (4.9) sind für den Index  $k = u, v, w$  die jeweiligen Turbulenzkomponenten einzusetzen.

#### 4.1.3.1 Beschreibung der Kohärenz

Obwohl die Turbulenz an einem einzelnen Ort rein stochastisch ist, sind die Bewegungen einzelner Fluidteilchen nicht statistisch voneinander unabhängig, sondern in Abhängigkeit der räumlichen Distanz zweier betrachteter Raumpunkte mehr oder minder korreliert. Diese Korrelation wird im Frequenzbereich über die Kohärenzfunktion beschrieben. Die Kohärenz ist stets eine Funktion des Abstandes  $\Delta r_{i,j}$  zwischen zwei Punkten  $i$  und  $j$  im Windfeld und der Frequenz, wobei der Abstand relativ zur Windrichtung festgelegt werden muss. Die Kohärenzfunktion muss aus Anschauungsgründen folgende Eigenschaften besitzen:

$$\begin{aligned} coh_{k_i, j} &\rightarrow 1 \quad \text{für} \quad \Delta r_{i,j} \rightarrow 0 \\ coh_{k_i, j} &\rightarrow 0 \quad \text{für} \quad \Delta r_{i,j} \gg L_{kr} \end{aligned}$$

wobei  $L_{kr}$  das Längenmaß der Turbulenzkomponente  $k$  bezüglich der Raumkoordinate  $r$  ist. Erwiesenermaßen sind kleine Böenballen mit hohen Frequenzen, große Böenballen mit niedrigen Frequenzen verknüpft [Kris79]. Dies führt zu der in der Praxis verwendeten empirischen, exponentiell abklingenden Funktion nach Gleichung (4.10) auf der nächsten Seite. Hierin ist



die Koordinatenbezeichnung auf ein strömungsfestes Koordinatensystem mit  $\tilde{x}$  als Hauptströmungsrichtung bezogen.  $\Delta\tilde{x}$ ,  $\Delta\tilde{y}$  und  $\Delta\tilde{z}$  sind die Relativabstände zweier Punkte  $i$  und  $j$  des Windfeldes [Behr04]. Weitere, in der Anwendung weitaus komplexere Beschreibungen für die Kohärenzfunktion finden sich in [ESDU91c, Dyrb96, Mehl97].

$$coh_{k_{i,j}}(f) = \exp \left( \frac{-2 \cdot f \cdot \sqrt{C_{k,\tilde{x}}^2 (\Delta\tilde{x})^2 + C_{k,\tilde{y}}^2 (\Delta\tilde{y})^2 + C_{k,\tilde{z}}^2 (\Delta\tilde{z})^2}}{\bar{U}_i + \bar{U}_j} \right) \quad (4.10)$$

Da die Kohärenzfunktionen schnell abklingen, genügt es in Gleichung (4.8), ein schmales Band neben der Hauptdiagonalen zu berücksichtigen und kleine Nebendiagonalelemente zu vernachlässigen. Die numerische Simulation gelingt dann beschleunigt, sofern Algorithmen verwendet werden, die mit schwach besetzten Matrizen (engl. sparse matrices) arbeiten.

Die Abklingfaktoren  $C_{v,\tilde{z}}$  und  $C_{u,\tilde{z}}$  sind in zahlreichen Naturmessungen am Mast Gartow II ermittelt worden [Noel91, Tell98]. Nölle stellt fest, dass sowohl der vertikale Abstand  $\Delta z$  der Punkte untereinander als auch die mittlere Höhe der Messpunkte einen Einfluss auf den Abklingfaktor haben. Telljohann schlägt – ebenfalls auf Basis von Messungen am Mast Gartow II – einen abschnittsweise konstanten, aber mit der Höhe abnehmenden Abklingfaktor vor.

Eine umfangreiche Zusammenstellung für von anderen Autoren gemessenen Abklingfaktoren für die longitudinale Geschwindigkeitskomponente  $C_{u,\tilde{y}}$  und  $C_{u,\tilde{z}}$  ist in [Wang94] zu finden. Die Angaben streuen erheblich, nicht nur, weil die Schätzung der Kohärenzfunktion mit großen statistischen Unsicherheiten belegt ist, sondern auch weil die Darstellung in der Form von Gleichung (4.10) stark vereinfachend ist. Zudem entstammen die Angaben Messungen in unterschiedlicher Topographie und aus unterschiedlichen Höhen. Ebenso unterscheidet sich die numerische Nachbehandlung der Messdaten, die einen erheblichen Einfluss auf die Ergebnisse hat.

Dies macht eine vollständige Beschreibung der Kohärenz unmöglich. Zudem liegen für die Abklingfaktoren der vertikalen Turbulenz  $w(t)$  nach Kenntnis des Verfassers keine Naturmessungen bis in große Höhen vor.

Die in den Berechnungen dieser Arbeit angesetzten Abklingfaktoren sind in Tabelle 4.2 angegeben. Die Werte orientieren sich, soweit möglich, an publizierten Naturmessungen aus unterschiedlichen Quellen, wobei die eingeklammerten Werte konservativ abgeschätzt wurden.

Die Kohärenz in longitudinaler Richtung klingt weitaus langsamer ab als in den anderen Richtungen. Bei Gültigkeit der *Taylor-Hypothese* wäre die Kohärenz unabhängig vom horizontalen Abstand  $\Delta\tilde{x}$  gleich eins. Messungen zeigen jedoch, dass die Kohärenz mit zunehmender Turbulenz abnimmt, da hohe Turbulenz einem schnelleren Zerfall der Böenkörper entspricht. In [Pano84] wird deshalb ein, der Turbulenzintensität proportionaler, Abklingfaktor mit  $C_{u,\tilde{x}} = 60 \cdot I_u$  vorgeschlagen. Bei den hier untersuchten Windsituationen liegt die Turbulenzintensität in der Regel zwischen 10 % und 20 %, der angesetzte Wert von  $C_{u,\tilde{x}} = 3$  ist somit als konservativ anzusehen.

Beobachtungen zeigen außerdem, dass die Abklingfaktoren  $C_u$  in  $\tilde{z}$ -Richtung tendenziell kleiner sind als in  $\tilde{y}$ -Richtung und die Abklingfaktoren generell noch eine gewisse Frequenz- und

**Tabelle 4.2:** Zusammenstellung von Abklingfaktoren  $C_{k,r}$  der Kohärenz  $coh(f)$ 

Turbulenz- komponente	Höhenbereich	Korrelationsrichtung		
		$\tilde{x}$ (long.)	$\tilde{y}$ (lat.)	$\tilde{z}$ (vert.)
$u$	$z < 100\text{m}$	$3^{\ddagger}$	$11^{\circ\odot}$	$10^{\triangleleft}$
	$100\text{m} < z < 150\text{m}$	$3^*$	(7)	$6^{\triangleleft}$
	$z > 150\text{m}$	$3^*$	(6)	$5^{\triangleleft}$
$v$	$z < 100\text{m}$	$3^{\ddagger}$	$11^{\circ}$	$7^{\triangleleft}$
	$100\text{m} < z < 150\text{m}$	(6)	(10)	$3^{\triangleleft}$
	$z > 150\text{m}$	(6)	(9)	$3^{\triangleleft}$
$w$	$z < 50\text{m}$	$1^{\ddagger}$	$11^{\circ}$	$4^{\ddagger\bullet}$
	$z > 50\text{m}$	(1)	(8)	(3)

Quellen:  $\odot$ [Kris79];  $*$ [Wang94];  $\triangleleft$ [Tell98];  $\ddagger$ [Sola01];  $\circ$ [Madu02];  $\bullet$ [Chen05]

Windgeschwindigkeitsabhängigkeit zeigen. Für die vertikalen und lateralen Geschwindigkeitskomponenten sind die Abklingfaktoren um das 1,5- bis 2-Fache größer als für die longitudinale Turbulenz [Mehl97].

Die Problematik einer vollständigen Beschreibung des Windfeldes wird zusätzlich verschärft, da, wie erwähnt, die Kreuzleistungsdichtespektren stets komplexer Natur sind. Es sind somit noch Aussagen über die Phasenbeziehungen der Turbulenzkomponenten notwendig. Hierzu liegen weitaus weniger Messwerte vor.

Für den Fall homogener Turbulenz ist es im Rahmen baupraktischer Genauigkeit vertretbar, eine Phasendifferenz bei den Kreuzleistungsdichtespektren zu vernachlässigen [Laza85, Peil95]. Im Bedarfsfall könnte diese Phasendifferenz zum Beispiel mit dem von *Wang* beschriebenen Ansatz eines für kleine Frequenzen und Knotenabstände linearen und für größer werdende Knotenabstände und Frequenzen vom Zufall dominierten Phasenwinkels berücksichtigt werden [Wang94]. Ansätze zur Berücksichtigung der Phasendifferenz sind ebenfalls in [Nies74], [Noel91] und [ESDU91c] veröffentlicht. Im Rahmen dieser Arbeit wird lediglich eine Beschreibung der Phasenbeziehung entsprechend der *Taylor*-Hypothese für die  $\tilde{x}$ -Richtung berücksichtigt, vgl. Abschnitt 4.2.

## 4.2 Generierung turbulenter, korrelierter Windfelder

Für eine Tragwerksanalyse im Zeitbereich muss eine deterministische Beschreibung der Windgeschwindigkeit an jedem Tragwerksknoten vorliegen, um zum Beispiel mit den in Kapitel 5 und Kapitel 6 erläuterten Verfahren daraus die Windkräfte berechnen zu können. Die Generierung der Zeitreihen kann sich dabei allein auf den Schwankungsanteil der Windgeschwindigkeit beschränken. Die Mittelwerte werden anschließend auf Basis der Gleichung (4.4) addiert. Für die Erzeugung von Datenreihen, die den in Absatz 4.1.2 und Absatz 4.1.3 beschriebenen statis-

tischen Eigenschaften genügen, stehen eine Vielzahl von numerischen Verfahren zur Verfügung, als da sind:

- Verfahren, die harmonische Wellen mit unterschiedlichen Amplituden und stochastischer Phase additiv überlagern,
- Verfahren, die weißes Rauschen mit linearen, autorekursiven Filtern anpassen (AR- & ARMA Modelle) und
- Verfahren auf Basis einer Datenkomposition mittels Wavelets.

Die Arbeitsweisen der Verfahren sowie deren Vor- und Nachteile werden unter anderem in [Wang94], [Höff97] und [Heng99] beschrieben. *Rossi et al.* stellen in Vergleichsberechnungen fest, dass der Speicherbedarf bei den ARMA-Methoden wegen der notwendigen Invertierung der Systemmatrizen vergleichsweise groß ist, sich diese aber durch eine gegenüber den *Shinozuka*-Methoden geringere CPU-Rechendauer auszeichnen [Ross04]. *Li* und *Kareem* kommen in früheren Untersuchungen hingegen zu dem Ergebnis, dass die FFT-basierenden Wellenüberlagerungsverfahren und Filtermethoden bezüglich ihrer CPU-Rechenzeit vergleichbar sind [Li93].

Die Leistungsfähigkeit der ARMA-Methoden hängt stark von der Ordnung des Filtermodells ab. Bei falscher Wahl der Filterordnung oder zu kleinem Zeitinkrement kann die Methode zudem instabil werden [Spar95]. Die Methode der Wellenüberlagerung nach *Shinozuka* liefert Zeitschriebe, die grundsätzlich die gewünschten Vorgaben besser beschreiben [Aas01]. Sie kommt daher in dieser Arbeit zur Anwendung.

### 4.2.1 Wellenüberlagerung nach *Shinozuka*

Der Windgeschwindigkeits-Zeit-Verlauf im Knoten  $j$  ergibt sich bei dem Verfahren nach *Shinozuka* aus einem Kaskaden-Algorithmus nach Gleichung (4.11), bei dem ausgehend vom Prozess am Knoten  $j = 1$ , der einzig auf dessen Autoleistungsdichte basiert, alle Prozesse an den folgenden Knoten nacheinander durch Addition jeweils eines weiteren unabhängigen Prozesses generiert werden.

$$u_j(t) = \sum_{m=1}^j \sum_{n=1}^N |H_{jm}(f_n)| \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta f} \cdot \cos(2\pi f_n t + \Theta_{jm}(f_n) + \Phi_{mn}) \quad (4.11)$$

Hierbei sind  $|H_{jm}(f)|$  die Amplituden der harmonischen Komponenten am Knoten  $j$ , welche aus der Spektraldichtematrix über eine *Cholesky*-Zerlegung gewonnen werden können. Die Elemente  $H_{jm}(f)$  der Linksdreiecksmatrix  $\mathbf{H}(f)$  müssen der Bedingung (4.12) genügen [Shin72, Schu87].

$$\mathbf{S}(f) = \mathbf{H}(f) \mathbf{H}^*(f)^T \quad (4.12)$$

In Gleichung (4.11) ist  $\Delta f$  der Frequenzabstand zwischen den diskreten Frequenzen  $f_n$  und  $f_{n+1}$ . Der Phasenwinkel  $\Theta$  ergibt sich aus den komplexen Kreuzleistungsdichtespektren und

kann mittels

$$\Theta_{jm} = \arctan \frac{\Im \{H_{jm}(f)\}}{\Re \{H_{jm}(f)\}} \quad (4.13)$$

aus  $H_{jm}(f)$  berechnet werden. Der Zusammenhang mit den Phasenwinkeln der Spektraldichtematrix ist in [Wang94] zu finden.

Die Spektraldichtematrix wird im Rahmen dieser Arbeit reell angesetzt, vgl. Gleichung (4.9). Es wird lediglich ein Phasenwinkel von  $\Theta = 2\pi f \Delta x / \bar{U}$  infolge der *Taylor'schen* Hypothese in Gleichung (4.11) berücksichtigt.<sup>4</sup> Der Phasenwinkel  $\Phi_{m,n}$  des  $m$ -ten Teilprozesses mit der Frequenz  $f_n$  im Knoten  $j$  ist eine gleichverteilte Zufallszahl zwischen 0 und  $2\pi$ .

#### 4.2.1.1 Wellenüberlagerung im Frequenzbereich

Die Überlagerung der harmonischen Komponenten gelingt mit deutlich geringerem numerischem Aufwand, sofern diese im Frequenzbereich durchgeführt wird. Die Amplitude der harmonischen Schwingung mit der Frequenz  $f_n$  der Windkomponente des Knotens  $m$  im Knoten  $j$  lässt sich entsprechend Gleichung (4.14) bestimmen.

$$|c_{jm}(f_n)| = \frac{1}{2} |H_{jm}(f_n)| \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta f} \quad (4.14)$$

Der Faktor  $1/2$  ergibt sich hier aus der spektralen Darstellung über das gesamte zweiseitige Frequenzband bis zur Frequenz

$$f = \frac{N-1}{T} \quad (4.15)$$

mit  $N \dots$  Anzahl der diskreten Werte im Zeitbereich  
 $T \dots$  Länge des Zeitschriebes

Vergleiche hierzu auch die Fußnote in Abschnitt 3.3.1 auf Seite 29.

Aus der komplexen Zahlenebene folgen für die Real- und Imaginärteile der *Fourier*-Koeffizienten der Komponente  $m$  im Knoten  $j$

$$\Re \{c_{jm}(f_n)\} = 2 \cdot |c_{jm}(f_n)| \cdot \cos(\Theta_{jm}(f_n) + \Phi_m(f_n)) \quad (4.16)$$

$$\Im \{c_{jm}(f_n)\} = 2 \cdot |c_{jm}(f_n)| \cdot \sin(\Theta_{jm}(f_n) + \Phi_m(f_n)) \quad (4.17)$$

wobei

$$c_{jm}(f_n) = \frac{1}{2} (\Re \{c_{jm}(f_n)\} - i \cdot \Im \{c_{jm}(f_n)\}) \quad (4.18)$$

ist.

---

<sup>4</sup>Hierbei sind  $\Delta x$  der horizontale Abstand der beiden Knoten und  $\bar{U}$  das Mittel der mittleren Windgeschwindigkeiten zwischen den beiden Knoten.

Über die *Euler*'sche Identität

$$e^{-ix} = \cos(x) - i \cdot \sin(x) \quad (4.19)$$

ergeben sich die komplexen *Fourier*-Koeffizienten zu

$$c_{jm}(f_n) = |c_{jm}(f_n)| \cdot e^{-i(\Theta_{jm}(f_n) + \Phi_m(f_n))} \quad (4.20)$$

Durch Summation über alle Komponenten  $m$  erhält man die *Fourier*-Transformierte des Zeit-schriebes im Knoten  $j$  entsprechend Gleichung (4.21).

$$c_j(f_n) = \sum_{m=1}^j |c_{jm}(f_n)| \cdot e^{-i(\Theta_{jm}(f_n) + \Phi_m(f_n))} \quad (4.21)$$

Eine Transformation in den Zeitbereich kann über die Inverse-*Fourier*-Transformation nach Gleichung (4.22) erfolgen.

$$u_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_j(f_n) \cdot e^{i2\pi nk/N} \quad (4.22)$$

Ist zudem die Anzahl der *Fourier*-Koeffizienten eine Zweierpotenz, gelingt die Berechnung stark beschleunigt mit dem FFT-Algorithmus von *Cooley* und *Tukey* [Brig97].

Bei  $2^M$  Stützstellen im Zeitbereich ergeben sich wegen der Redundanz für negative Frequenzen  $2^{M-1} + 1$  Stützstellen im Frequenzbereich. Gegenüber einer reinen Zeitbereichsdarstellung erreicht man bei 200 korrelierten Zeitreihen von 10 min Dauer eine Reduzierung der Rechenzeit auf ein Zehntel.

#### 4.2.1.2 Konditionierung der Spektraldichtematrix

Um eine Trigonalisierung der Spektraldichtematrix durchführen zu können, mit dem Ziel die untere Linksdreiecksmatrix  $\mathbf{H}(f)$  zu gewinnen, müssen einige Eigenschaften für die Spektraldichtematrix gelten, damit eine *Cholesky*-Zerlegung gelingt. Im Allgemeinen besitzt  $\mathbf{S}(f)$  neben den positiven auch negative Eigenwerte und ist somit lediglich nicht negativ definit [Shin72]. Zusätzlich kann noch ein Rangabfall auftreten, zum Beispiel wenn die longitudinale Kohärenz zu eins gesetzt wird (*Taylor*-Hypothese). Hinweise zu einer modifizierten *Cholesky*-Zerlegung, welche diesen Sonderfall berücksichtigt, sind beispielsweise in [Wang94] beschrieben.

Durch die Berücksichtigung einer Höhenabhängigkeit der Kohärenz, wie hier nach Tabelle 4.2 auf Seite 51, oder durch die Knoteneinflussfunktionen nach Abschnitt 4.2.2 auf Seite 61, führt die *Cholesky*-Zerlegung in Abhängigkeit von der Geometrie des Windfeldes auf komplexe Ein-

träge für die Hauptdiagonalelemente in  $\mathbf{H}(f)$ .

$$H_{ii}(f) = \sqrt{\left( S_{ii}(f) - \sum_{j=1}^{i-1} |H_{ij}(f)|^2 \right)} \in \mathbb{C} \quad (4.23)$$

Dieser Umstand tritt bei niedrigen Frequenzen auf. Hier besitzen offenbar die Teilprozesse  $ij$ , deren Amplituden durch

$$H_{ij}(f), \quad j = 1, 2, \dots, i-1 \quad (4.24)$$

beschrieben werden, eine Energie am Gesamtprozess im Knoten  $i$ , die größer ist als die Energie von  $S_{ii}(f)$ . Die *Cholesky*-Zerlegung wird diesem Umstand mit der Vorgabe einer negativen Amplitude für den Teilprozess  $ii$  gerecht. Komplexe oder negative Elemente auf der Hauptdiagonalen von  $\mathbf{H}(f)$  widersprechen nicht nur den Bedingungen, die nach *Shinozuka* für die Anwendbarkeit der Wellenüberlagerungsmethode gelten [Deod96], sie führen auch bei der Berücksichtigung der komplexen Einträge zu Zeitschrieben, die sich durch übermäßig starke Energie im betroffenen Frequenzbereich auszeichnen.

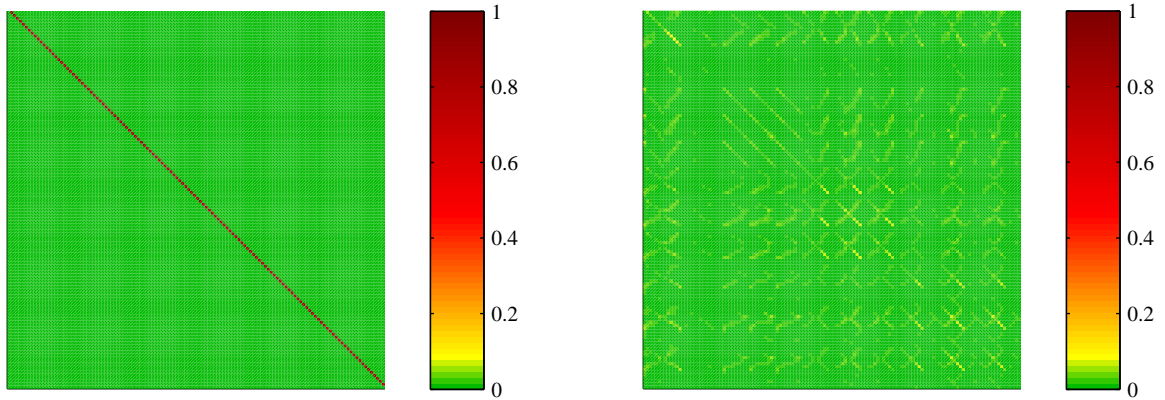
Publikationen für die Behandlung dieser Problematik sind dem Autor nicht bekannt. *Aas-Jakobsen* und *Strømmen* berichten lediglich von verschwindenden Einträgen und schlagen vor, die betroffenen Zeilen und Spalten in  $\mathbf{S}(f)$  zu streichen und die Windschriebe der zugehörigen Knoten separat zu generieren [Aas01].

Zerlegt man die Spektraldichtematrix in die Matrizen der Eigenvektoren  $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \dots \ \mathbf{v}_n]$  und der Eigenwerte  $\mathbf{E} = \text{diag} [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \dots \ \varepsilon_n]$ , stellt man Folgendes fest:

- Die Anzahl der negativen Eigenwerte ist stets geringer als die Anzahl der positiven Eigenwerte.
- Der betragsmäßig größte negative Eigenwert  $\varepsilon_1$  ist um Größenordnungen kleiner als der größte positive Eigenwert  $\varepsilon_n$ .

Die Ursprungsmatrix  $\mathbf{S}(f)$  ist eine Linearkombination der mit den Eigenwerten gewichteten Eigenvektoren. Vernachlässigt man Eigenvektoren, die kleinen Eigenwerten zugeordnet sind, hat dies geringe Auswirkungen auf die globale Gestalt der Matrix. Dies führt zu der Überlegung, die Matrix der Eigenwerte  $\mathbf{E}$  in geeigneter Weise zu konditionieren, um eine semi-positiv definite Spektralmatrix zu erhalten, welche nicht die zuvor genannten Probleme bei der *Cholesky*-Zerlegung besitzt. Eine so konditionierte Matrix  $\tilde{\mathbf{S}}(f)$  ist der Ursprungsmatrix  $\mathbf{S}(f)$  ähnlich, führt jedoch nicht mehr zu komplexen Hauptdiagonalelementen von  $\mathbf{H}(f)$ . Nachfolgend werden zwei Varianten der Konditionierung vorgestellt und bewertet:

1.) Die Eigenwerte werden um den Betrag des niedrigsten Eigenwertes erhöht, indem zur Matrix der Eigenwerte  $\mathbf{E}$  die Diagonalmatrix  $|\varepsilon_1| \cdot \mathbf{I}$  addiert wird. Hierbei stellt  $\mathbf{I}$  die Einheitsmatrix dar. Abbildung 4.9(a) auf der nächsten Seite zeigt die maximale Abweichung der ursprünglichen Spektraldichtematrix  $\mathbf{S}(f)$  von ihrer semi-positiv definiten Näherung  $\tilde{\mathbf{S}}(f)$  am Beispiel eines Windfeldes der longitudinalen Turbulenz für den Mast I, vgl. Kapitel 8. Die Abweichungen sind dabei stets auf die Werte der zugehörigen Hauptdiagonalelemente  $S_{ii}(f)$



(a) Verschiebung aller Eigenwerte bei  $f = 0,0083 \text{ Hz}$  (b) Vernachlässigung negativer Eigenwerte bei  $f = 0,0116 \text{ Hz}$

**Abbildung 4.9:** Maximale Abweichung der Elemente der konditionierten Spektraldichtematrix für die longitudinale Turbulenz von der Ursprungsmatrix als Vielfaches der Autoleistungsdichte bei einer Konditionierung der Eigenwerte am Beispiel eines Windfeldes für den Mast I

bezogen. Eine Verschiebung der Eigenwerte in den Bereich  $\varepsilon \geq 0$  führt zu einer Konditionierung von der ausschließlich die Hauptdiagonalelemente der Spektraldichtematrix betroffen sind. Die Änderungen liegen in der Größenordnung der Hauptdiagonalelemente.

2.) Alle negativen Eigenwerte  $\varepsilon_1$  bis  $\varepsilon_{i-1}$  mit  $\varepsilon_i \geq 0$  in  $\mathbf{E}$  werden vernachlässigt, indem in  $\mathbf{V}$  die zugehörigen Spalten 1 bis  $i$  und in  $\mathbf{E}$  die zugehörigen Zeilen und Spalten gestrichen werden.<sup>5</sup>

$$\tilde{\mathbf{S}}(f) = \mathbf{V}_{(i:n,:)} \mathbf{E}_{(i:n,i:n)} \mathbf{V}_{(i:n,:)}^T \quad (4.25)$$

Abbildung 4.9(a) zeigt in gleicher Darstellung die maximale Abweichung der ursprünglichen Spektraldichtematrix  $\mathbf{S}(f)$  von ihrer semi-positiv definiten Näherung  $\tilde{\mathbf{S}}(f)$ . Eine Reduktion der Modalmatrix um die negativen Eigenwerte liefert eine semi-positiv definite Beschreibung der Spektraldichtematrix, welche die Ausgangsmatrix sehr gut approximiert. Von den Änderungen sind alle Elemente der Spektraldichtematrix betroffen. Die maximalen Abweichungen betragen nur etwa 10 % der Autoleistungsdichte.

Die Reduktion der Modalmatrix um die negativen Eigenwerte ist somit eine legitime Vorgehensweise, eine *Cholesky*-Zerlegung von Spektraldichtematrizen zu ermöglichen, die ohne Konditionierung zu komplexen Einträgen der unteren Linksdreiecksmatrix  $\mathbf{H}(f)$  führen würden. Auf eine physikalische Interpretation der Eigenformen der Spektraldichtematrix wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet und auf die Veröffentlichungen [Kris89], [Chen00b] und [DiPa01] verwiesen.

<sup>5</sup>Zur Bezeichnung der Untermatrizen wird die MATLAB-Notation verwendet, wobei der Doppelpunkt entweder als Platzhalter für alle Zeilen oder Spalten oder als „bis“ zu verstehen ist.

**Tabelle 4.3:** Verwendete Zeit- und Frequenzintervalle zur Windfeldgenerierung

untere Eckfrequenz $f_u$	Frequenz- inkrement $\Delta f$	obere Eckfrequenz $f_o$	Zeit- inkrement $\Delta t$
0,00125 Hz	0,00125 Hz	1,28 Hz	0,391 s

#### 4.2.1.3 Wahl des Frequenz- und Zeitintervalls

Die mathematisch generierten Zeitverläufe müssen eine Reihe von Bedingungen erfüllen, die von der Wahl der Zeit- und Frequenzinkremente beeinflusst werden. Die Festlegung der Frequenz- und Zeitinkremente bedarf somit genauer Überlegungen.

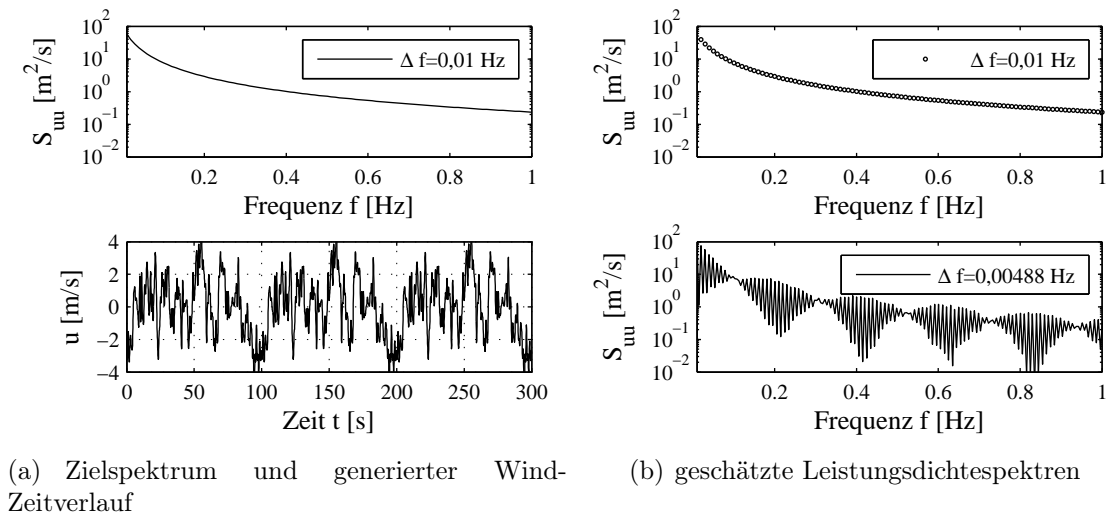
Bei der Anwendung der Windfeldgenerierung im Zeitbereich nach Gleichung (4.11) auf Seite 52 sind sowohl das Frequenzinkrement  $\Delta f$  als auch das Zeitinkrement  $\Delta t$  festzulegen. Bei der Windfeldgenerierung über die Inverse-*Fourier*-Transformation nach Gleichung (4.22) hingegen liegt, durch die Wahl der Anzahl der Stützstellen im Frequenzbereich, automatisch auch das Zeitinkrement  $\Delta t$  fest. Dies ist kein Nachteil, denn die scheinbare Unabhängigkeit der Wahl von Frequenz- und Zeitinkrement in Gleichung (4.11) täuscht über die Tatsache hinweg, dass das  $\Delta f$  des Spektrums der Zeitreihe ausschließlich von der Zeitschrieblänge  $T$  bestimmt wird.

Für alle in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen wird der 800 Sekunden lange Zeitverlauf durch  $2^{11}$  Stützstellen im Zeitbereich beschrieben. Nach den zuvor genannten Zusammenhängen ergeben sich damit die Parameter entsprechend Tabelle 4.3.

Der Frequenzabstand muss ausreichend klein sein, um den Bereich nahe der Eigenfrequenzen des Tragwerks ausreichend genau zu approximieren, da diese Anteile über die mechanische Vergrößerungsfunktion des Tragwerks entsprechend stark in der dynamischen Antwort gewichtet werden. Eine einfache Abschätzung kann durch numerische Integration der Vergrößerungsfunktion des linearen 1-FHG-Schwingers erfolgen. Um den Fehler bei der numerischen Integration stets unterhalb von 1 % zu halten, genügt bei einem logarithmischen Dämpfungsdekrement von  $\Lambda = 0,05$  ein Frequenzabstand von  $\frac{1}{60}$  der Eigenfrequenz. Bei einem logarithmischen Dämpfungsdekrement von  $\Lambda = 0,01$  hingegen ist hierfür bereits ein Frequenzabstand von  $\frac{1}{260}$  der Eigenfrequenz erforderlich. Da die niedrigste Eigenfrequenz der hier untersuchten Maste etwa bei 0,2 Hz liegt, ist das vorhandene Frequenzinkrement mit  $\frac{1}{160}$  der niedrigsten Eigenfrequenz ein Kompromiss. Dieser ist vertretbar, da die Gesamtdämpfung deutlich oberhalb von  $\Lambda = 0,01$  liegen wird.

Untere und obere Eckfrequenzen müssen so gewählt werden, dass sowohl der Großteil der Energie des Erregerprozesses als auch die maßgebenden Eigenformen des Tragwerks in diesem Frequenzband liegen. Zwischen 0,005 Hz und 1 Hz liegen etwa 95 Prozent der Energie des Windes [Behr04] sowie die ersten 4 bis 5 Eigenformen des Mastschaftes und die ersten 2 bis 3 Eigenformen der Abspannseile. Das nach Tabelle 4.3 gewählte Frequenzband ist deshalb ausreichend.



Abbildung 4.10: *Moiré*-Effekt

(a) Zielspektrum und generierter Wind-Zeitverlauf

(b) geschätzte Leistungsdichtespektren

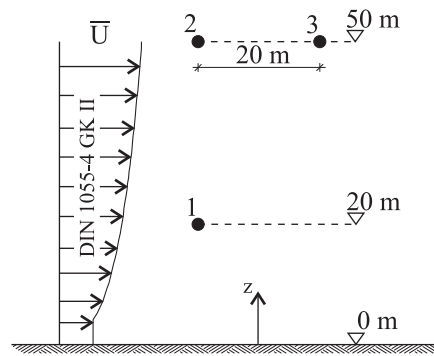
Abbildung 4.11: Durch *Moiré*-Effekt verursachte Oszillationen in geschätzten Leistungsdichtespektren künstlich generierter Wind-Zeitreihen

#### 4.2.1.4 Überprüfung der Simulationsgüte

Im Gegensatz zum gemessenen Zeitverlauf, bei dem kontinuierlich alle Frequenzen enthalten sind, ist dies bei dem mathematisch generierten Zeitverlauf nicht der Fall. Hier ist zwischen den diskreten Frequenzen eine spektrale Lücke. Die Amplituden sind dort identisch Null. Bei einer notwendig erscheinenden Überprüfung der erzeugten Wind-Zeitreihen über einen Vergleich der Spektren mit den Zielspektren ist darauf zu achten, dass die Fensterbreite zur Berechnung der Spektren mittels *Fourier*-Transformation so gewählt wird, dass diese eine grobere Frequenzauflösung liefert, als es dem Frequenzabstand in der Zeitverlaufsgenerierung entspricht. Ist die Frequenzauflösung der *Fourier*-Transformation feiner und zudem kein ganzzahliger Bruchteil des Frequenzabstandes bei der Zeitverlaufsgenerierung, kann es durch einen *Moiré*-ähnlichen Effekt zu harmonischen Oszillationen der Amplituden im Frequenzbereich kommen, da auch die spektralen Lücken abgetastet werden, vgl. Abbildung 4.10.

In Abbildung 4.11(a) sind oben das Zielspektrum mit dem gegebenen Frequenzabstand  $\Delta f$  und darunter ein daraus generierter Wind-Zeitverlauf dargestellt. Die Abbildung 4.11(b) zeigt oben das aus dem simuliertem Zeitverlauf geschätzte Spektrum, bei dem das Frequenzintervall mit dem generierten Intervall übereinstimmt. Unten wurde das Abtastintervall kleiner gewählt.<sup>6</sup>

<sup>6</sup>Um den Effekt grafisch stärker hervorzuheben, wurde ein Zeitverlauf generiert, der nicht den zuvor genannten Bedingungen entspricht. Dies ist deutlich durch eine Periodizität des Zeitsignals erkennbar.



**Abbildung 4.12:** Geometrie und Strömungsparameter des numerisch generierten Windfeldes

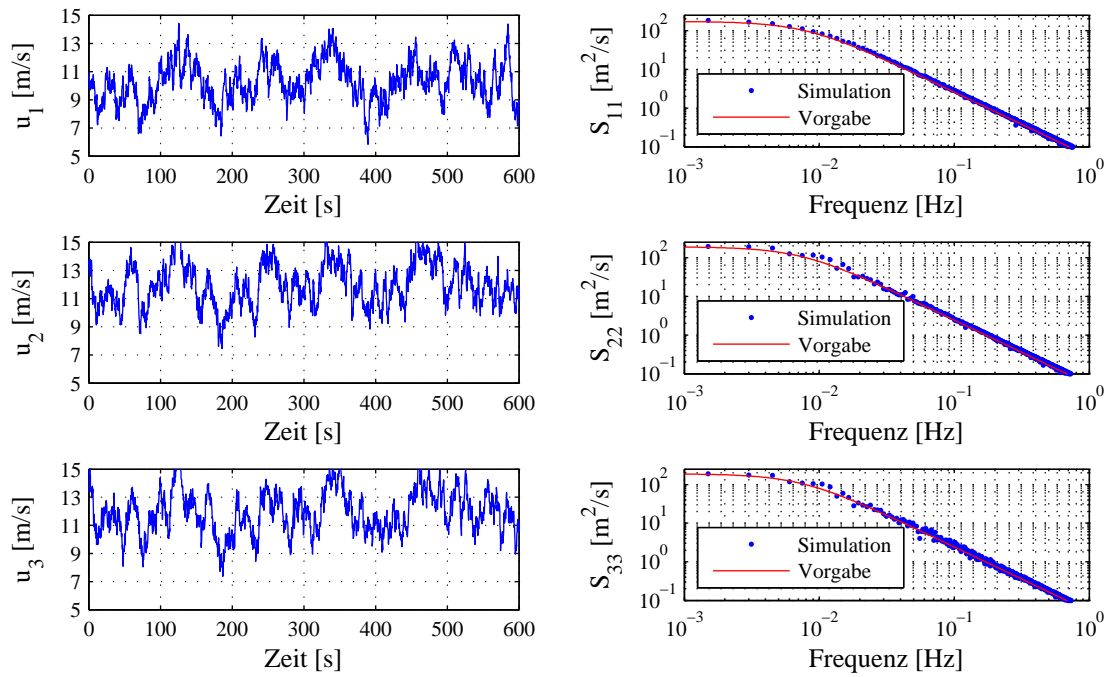
Die Folge sind Oszillationen im Leistungsdichtespektrum.

Eine solche vollständige Übereinstimmung der Amplitude des Zeitverlaufs mit der Amplitude des Zielspektrums ergibt sich jedoch nur für den ersten Zeitverlauf mit  $j = 1$  nach Gleichung (4.21) auf Seite 54. Durch die Superposition von Zeitverläufen mit zufälliger Phase kommt es zu leichten Verschiebungen in den Amplituden. Das diskrete Spektrum schwankt um das Zielspektrum. Entspricht die Frequenzauflösung genau dem Frequenzschritt der Generierung – der Zeitverlauf wird also nicht befenstert – liegen die Autoleistungsdichtespektren genau auf den Zielspektren, die Kohärenz ist jedoch für alle Frequenzen gleich eins. Weitere Hintergründe hierzu können unter anderem [Stoi97] entnommen werden. Es ist also angebracht, die Spektren auch bei den mathematisch generierten Zeitverläufen stets durch die in Abschnitt 3.3.1 beschriebene Methode nach *Welch* zu ermitteln.

Zur Überprüfung der Güte der numerischen Simulation eines Windfeldes mit dem vorgestellten Verfahren dient das in Abbildung 4.12 dargestellte Beispiel eines 2-dimensionalen Windfeldes mit drei Knoten. Die Topographie entspricht Geländekategorie II,  $U_{ref}$  ist  $9 \text{ m/s}$ . Abbildung 4.13 auf der nächsten Seite zeigt als Ergebnis der Simulation die generierten Zeitverläufe für die longitudinale Turbulenz sowie deren Autoleistungsdichtespektren, Kohärenz- und Korrelationsfunktionen. Die Übereinstimmung mit den Vorgaben ist insgesamt als gut zu bezeichnen. Die Kreuzkorrelationsfunktion zwischen den Knoten 1 und 2 hat ihr Maximum bei  $\tau = 0$ , da für die vertikale Richtung kein Phasenversatz berücksichtigt wurde. In den Kreuzkorrelationsfunktionen zwischen den Knoten 1 und 3 sowie den Knoten 2 und 3 ist Zeitversatz infolge der *Taylor-Hypothese* erkennbar.

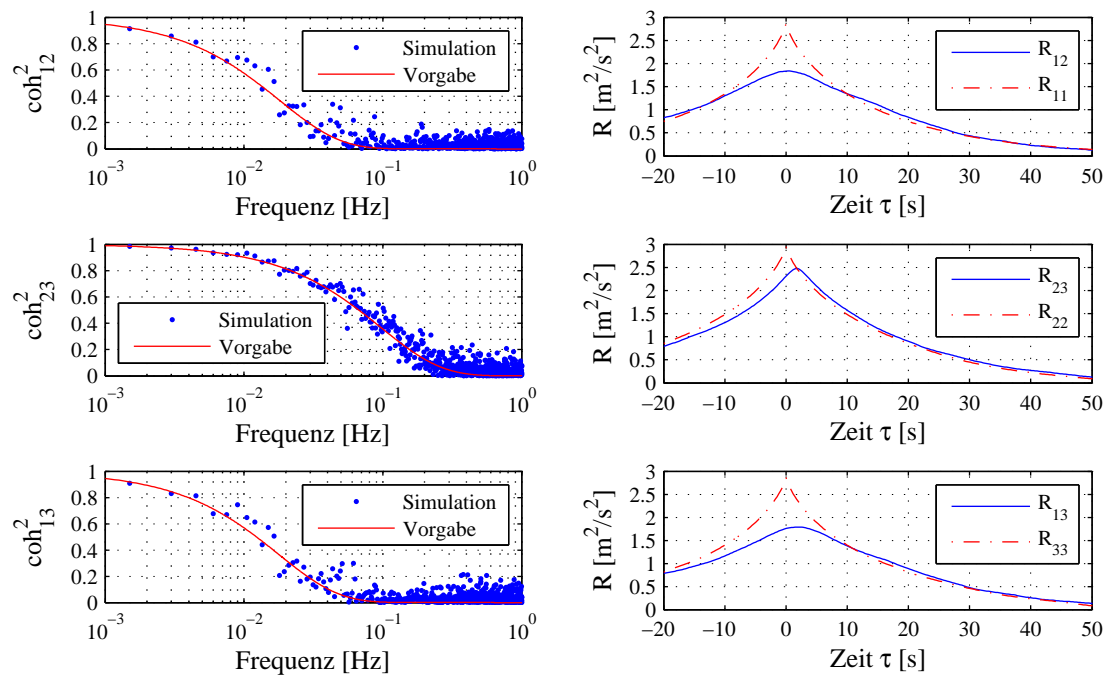
#### 4.2.1.5 Probleme der Simulationsmethode nach *Shinozuka*

Bei der Simulation der Windfelder mittels der Methode nach *Shinozuka* treten einige Probleme und Besonderheiten auf, die es zu beachten gilt. So fallen die Kreuzleistungsdichtespektren und Kohärenzfunktionen der generierten Windschriebe mit zunehmender Frequenz nicht so steil ab, wie es Gleichung (4.9) und Gleichung (4.10) auf Seite 50 vorgeben. Die mit dem Verfahren nach *Shinozuka* berechneten Windschriebe vermögen diesem auf Null abklingenden Verlauf nicht zu folgen [Wang94]. Dass es sich dabei um einen *Aliasing*-Effekt handelt, wie ihn zum Beispiel *Mann* bei der Generierung von Windfeldern mit der *Shinozuka*-Methode festgestellt



(a) generierte Windgeschwindigkeits-Zeitreihen

(b) Autoleistungsdichtespektren



(c) Kohärenzfunktionen

(d) Korrelationsfunktionen (Simulation)

**Abbildung 4.13:** Ergebnisse des numerisch generierten 2-D-Windfeldes

hat, kann nicht bestätigt werden [Mann98]. Hierzu müsste sich der Fehler durch die Wahl eines kleineren Abtastintervalls beeinflussen lassen. Ein solcher Effekt konnte in den numerischen Untersuchungen nicht festgestellt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit soll auf diese Problematik nicht weiter eingegangen werden. Da die Energie des Windprozesses in dem hiervon maßgeblich betroffenen Frequenzbereich ebenfalls stark abfällt, ist dieser Effekt für eine Tragwerksberechnung auch ohne Belang. Zudem stellt *Nölle* fest, dass die gemessenen Kreuzspektren nicht so stark abfallen, wie es der empirische Ansatz nach Gleichung (4.10) vorgibt [Noel91]. Die generierten Spektren beschreiben somit die realen Spektren gut, trotz der genannten Abweichungen.

### 4.2.2 Diskretisierung der Turbulenz

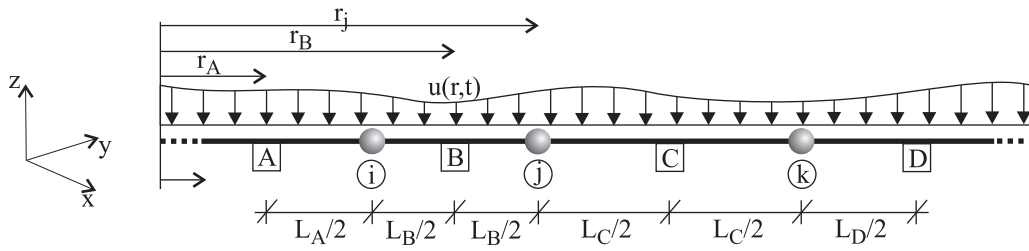
Werden die Windgeschwindigkeiten des Windfeldes nur an den Systemknoten des Tragwerks generiert, wird häufig von der vereinfachenden Annahme einer vollen Korrelation der turbulenten Windbelastung auf einer Länge, die jeweils der halben Elementlänge oberhalb und unterhalb des betrachteten Knotens entspricht, ausgegangen. Die Elementlängen von Mastschaft und Seil sollten dann gewisse Größen nicht überschreiten, um den hiermit verbundenen Fehler nicht zu groß werden zu lassen.

Die tatsächlich mit steigendem Knotenabstand abnehmende Korrelation der Windgeschwindigkeiten zwischen zwei Systemknoten drückt sich im Frequenzbereich durch den Abfall der Kohärenzfunktion bei höheren Frequenzen gegenüber der vereinfachenden Annahme aus. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die den hohen Frequenzen zugewiesenen Böenballen mit kleinem Durchmesser nicht gleichzeitig beide Systemknoten umhüllen. So zeigen numerische Untersuchungen von *Zahlten*, dass die Varianz der Tragwerksantwort bei einem Knotenabstand von 16 m um 20 % überschätzt und Konvergenz erst bei einem Knotenabstand von 2 m erreicht wird [Zahl98]. *Denoël* führt vergleichende numerische Untersuchungen durch und stellt fest, dass beim vereinfachten Ansatz voller Korrelation die äquivalenten Knotenlasten deutlich überschätzt werden. Bei normierten Frequenzen  $\lambda_L = f \cdot C_{u,r} \cdot L / \bar{U} \approx 20$  ergeben sich etwa 10-fach höhere Lasten als bei Berücksichtigung einer abnehmenden Korrelation über die Elementlänge. *Denoël* empfiehlt deshalb, die Elementlänge  $L$  auf das Maß

$$L \leq \frac{2 \cdot \bar{U}}{C_{u,r} \cdot f} \quad (4.26)$$

zu begrenzen [Deno05]. Unter Beachtung der Tabelle 4.2 auf Seite 51 würde dies bedeuten, die Elementlängen der Balkenelemente zur Beschreibung des Mastschaftes auf etwa 2 m zu beschränken, was den Ergebnissen der numerischen Untersuchungen von *Zahlten* entspricht. Einerseits kann durch eine solch feine Elementierung die Korrelation zu Lasten des numerischen Aufwandes einfach berücksichtigt werden, andererseits existieren verschiedene Verfahren, die Korrelation der Windkräfte zwischen den Knoten direkt berücksichtigen.

Die Diskretisierung der numerischen Windfelder ist grundsätzlich nicht an die Elementierung des Tragwerks gebunden. *Hengst* beschreibt ein Verfahren, bei dem die Windfelder in einem vom Tragwerksmodell unabhängigen Gitter erzeugt werden, um die Windgeschwindigkeiten



**Abbildung 4.14:** Geschwindigkeitsverteilung auf dem Tragwerksmodell

anschließend auf die Tragwerksknoten durch angepasste stochastische Algorithmen zu interpolieren [Heng99]. Der Vorteil einer solchen Vorgehensweise liegt zum einen in der Möglichkeit, dieselben Windfelder für verschiedene Anströmrichtungen oder unterschiedliche Tragwerke verwenden zu können, zum anderen in der Möglichkeit, einen Kohärenzabfall zwischen den Systemknoten durch Interpolation auf mehrere Zwischenknoten und anschließende gewichtete Mittelung auf die Systemknoten berücksichtigen zu können.

Eine feine Elementierung des Tragwerks ist einfach zu implementieren, bedarf jedoch stets großer Rechenzeiten bei der späteren dynamischen Berechnung. Das Verfahren von *Hengst* ist vergleichsweise aufwendig in der Umsetzung. In dieser Arbeit werden die Windfelder deshalb grundsätzlich in einem dem Tragwerksmodell äquivalenten Gitter erzeugt. Auf eine über die Maßen feine Elementierung des Tragwerks wird verzichtet und der Kohärenzabfall zwischen den Systemknoten anschaulich im Frequenzbereich berücksichtigt.

#### 4.2.2.1 Analytische Herleitung von Knoteneinflussfunktionen

Zur analytischen Herleitung einer Funktion zur Berücksichtigung des Kohärenzabfalls zwischen den Systemknoten wird nachfolgend vereinfachend ein linienförmiges Tragwerk betrachtet. Eine Übertragung der nachstehenden Beziehungen auf beliebige Tragwerke ist prinzipiell möglich, wird hier jedoch aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt.

Unter Beachtung der Notationen in Abbildung 4.14 ergibt sich für den Zeitpunkt  $t$  die turbulenzinduzierte Schwankung der äquivalenten Knotenkraft im Knoten  $i$  durch Integration der Windgeschwindigkeitsschwankungen über die Lasteinzugslänge<sup>7</sup>  $r_B - r_A$  entsprechend Gleichung (4.27).

$$F'_i(t) = \rho C_W b \bar{U} \int_{r_A}^{r_B} u(r, t) dr \quad (4.27)$$

Hierbei ist  $b$  die Breite des Querschnittes. Für die äquivalente Knotenkraft im Knoten  $j$  gilt Gleichung (4.27) sinngemäß.

<sup>7</sup>Als Lasteinzugslänge wird vereinfachend jeweils die halbe Elementlänge rechts und links eines Knotens angenommen. Auf die Berücksichtigung einer Einheitsformfunktion als Einflusslinie, zum Beispiel in Gestalt *Hermite'scher* Polynome, wird verzichtet.

Im Falle der Annahme vollständiger Korrelation über die Lasteinzugslänge kann die Windgeschwindigkeit allein über jene in den Knoten ausgedrückt werden. Die Korrelation der Windkräfte aus Gleichung (4.27) liefert dann die Kreuzkorrelationsfunktion  $\tilde{R}_{F_i F_j}(\tau)$ <sup>8</sup> der Windkräfte im Knoten  $i$  und  $j$  zu

$$\tilde{R}_{F_i F_j}(\tau) = (\rho C_W b \bar{U})^2 \cdot (r_B - r_A) (r_C - r_B) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_i(t) \cdot u_j(t - \tau) dt \quad (4.28)$$

Für die Autokorrelationsfunktion gelten analoge Zusammenhänge.

Bei Berücksichtigung einer über das Element veränderlichen Windbelastung hingegen muss über die Elementlänge integriert werden. Es ergibt sich dann für die Kreuzkorrelationsfunktion

$$R_{F_i F_j}(\tau) = (\rho C_W b \bar{U})^2 \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \int_{r_A}^{r_B} \int_{r_B}^{r_C} u(r, t) \cdot u(\hat{r}, t - \tau) dr d\hat{r} dt \quad (4.29)$$

Da die Integrationsreihenfolge vertauscht werden kann, liefert eine *Fourier*-Transformation der Gleichungen (4.29) mit der zusätzlichen Annahme, dass das Autoleistungsdichtespektrum der Windturbulenz näherungsweise ortsunabhängig ist, für die Kraftspektren

$$S_{F_i F_j}(f) = (\rho C_W b \bar{U})^2 \cdot S_u(f) \cdot \int_{r_A}^{r_B} \int_{r_B}^{r_C} coh(f, r, \hat{r}) dr d\hat{r} \quad (4.30)$$

Für den Fall vollständiger Korrelation vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$\tilde{S}_{F_i F_j}(f) = (\rho C_W b \bar{U})^2 \cdot (r_B - r_A) (r_C - r_B) \cdot S_u(f) \cdot coh(r_j - r_i, f) \quad (4.31)$$

Damit ist eine Relation zwischen den Kraftspektren der Knotenkräfte bei vollständiger Korrelation und abnehmender Korrelation über die Elementlänge gegeben, was die Berechnung einer Korrekturfunktion gestattet. Diese lautet für die Autoleistungsdichtespektren

$$J_{F_i F_i}(r, f) = \frac{S_{F_i F_i}}{\tilde{S}_{F_i F_i}} = \frac{\int_{r_A}^{r_B} \int_{r_A}^{r_B} coh(f, r, \hat{r}) dr d\hat{r}}{(r_A - r_B)^2} \quad (4.32)$$

sowie für die Kreuzleistungsdichtespektren

$$J_{F_i F_j}(r, f) = \frac{S_{F_i F_j}}{\tilde{S}_{F_i F_j}} = \frac{\int_{r_A}^{r_B} \int_{r_B}^{r_C} coh(f, r, \hat{r}) dr d\hat{r}}{(r_B - r_A) \cdot (r_C - r_B) \cdot coh(r_j - r_i, f)} \quad (4.33)$$

---

<sup>8</sup>Mit einer Tilde werden die auf Basis einer vollständigen Korrelation berechneten Funktionen gekennzeichnet.

$J(r, f)$  ist somit eine Korrekturfunktion, die von der Elementlänge, der Kohärenz und im Falle der Kreuzleistungsdichtespektren zusätzlich von den Knotenabständen abhängt und den Diskretisierungsfehler im Frequenzbereich korrigiert. Im englischen Sprachgebrauch wird in diesem Zusammenhang von „*joint acceptance functions*“ gesprochen [Dyrb96, Chen00a].

Sind diese Funktionen bekannt, kann unter der vereinfachenden Annahme linearer aerodynamischer Übertragung die Spektraldichtematrix der Windturbulenz nach Gleichung (4.8) auf Seite 49 damit multipliziert werden, um äquivalente Windgeschwindigkeiten in den Tragwerksknoten zu generieren. Diese äquivalenten Windgeschwindigkeiten beinhalten dann bereits den Einfluss abnehmender Korrelation der Windgeschwindigkeiten über das finite Element.

In der programmtechnischen Umsetzung dieser Funktionen gilt es, den numerischen Aufwand bei der Lösung der Doppelintegrale zu vermeiden, da diese für eine Vielzahl von Knoten und Knotenkombinationen zu lösen wären. Das Doppelintegral von Gleichung (4.33) lässt sich wegen  $r \geq \hat{r}$  und unter der Voraussetzung, dass die Kohärenz durch eine Exponentialfunktion mit

$$\text{coh}(f) = e^{-\lambda \cdot \Delta r} \quad \text{mit} \quad \lambda = \frac{C_{k,r} \cdot f}{\bar{U}} \quad (4.34)$$

beschrieben werden kann, analytisch lösen. Es ergibt sich damit

$$J_{ij}(r, f) = \frac{(-e^{\lambda \cdot r_A} + e^{\lambda \cdot r_B}) \cdot (e^{-\lambda \cdot r_C} - e^{-\lambda \cdot r_D})}{\lambda^2 \cdot (r_B - r_A) \cdot (r_C - r_B) \cdot (e^{\lambda \cdot |r_j - r_i|})} \quad (4.35)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Lasteinzugslängen  $L$  für die Knoten  $i$  und  $j$  identisch sind, lässt sich die Beziehung weiter vereinfachen. Es ergibt sich nach längerer Zwischenrechnung

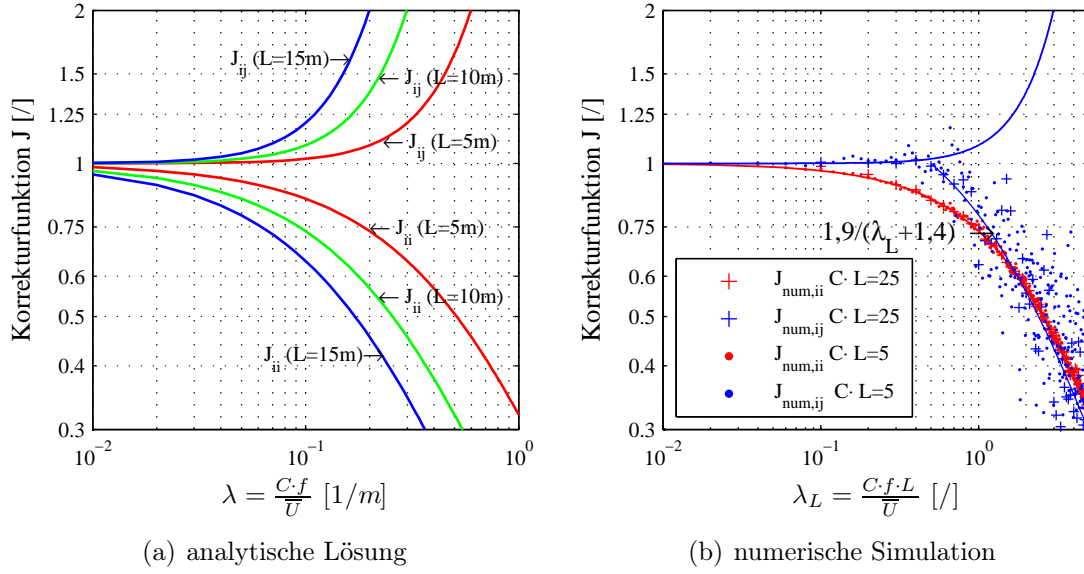
$$J_{ij} = \begin{cases} \frac{2}{\lambda_L^2} (\cosh(\lambda_L) - 1) & \lambda_L > 0 \\ 1 & \lambda_L = 0 \end{cases} \quad \text{mit} \quad \lambda_L = \frac{C_{k,r} \cdot f \cdot L}{\bar{U}} \quad (4.36)$$

Für die Gleichung (4.32) gelingt eine solche Darstellung auf ähnliche Weise. Hinweise zur Herleitung sind zum Beispiel in [Kivi01] gegeben. Es ergibt sich

$$J_{ii} = \begin{cases} \frac{2}{\lambda_L^2} (\lambda_L - 1 + e^{-\lambda_L}) & \lambda_L > 0 \\ 1 & \lambda_L = 0 \end{cases} \quad (4.37)$$

Abbildung 4.15(a) zeigt für drei Lasteinzugsbreiten  $L$  den Verlauf der beiden Funktionen.

Die Autoleistungsdichtespektren der Windkräfte in den Knoten werden reduziert, wogegen die Kreuzleistungsdichtespektren mit zunehmender Frequenz vergrößert werden. Die letztgenannte Eigenschaft verwundert zunächst, bedeutet aber lediglich, dass die Kreuzleistungsdichtespektren der Kräfte mit zunehmender Frequenz nicht so stark abfallen, wie dies die Kreuzleistungsdichtespektren der Windgeschwindigkeit tun.



**Abbildung 4.15:** Korrekturfunktionen zur Berücksichtigung des Einflusses der diskretisierten Turbulenz

Zur Veranschaulichung diene Abbildung 4.16 auf der nächsten Seite. Dargestellt sind zwei Knoten eines Tragwerks mit einer beispielhaften Unterteilung ihrer Knoteneinzugslänge  $L$  in drei Unterabschnitte der Länge  $dr$ .

Die girlandenartigen Linien stellen den Verlauf der Kohärenzfunktion mit  $coh = e^{-\lambda \Delta r}$  bei einer Frequenz  $f$  zwischen dem Knoten  $i$  und dem Knoten  $j$  dar. Der Wert  $\Omega$  des Doppelintegrals über die Kohärenzfunktion, approximiert durch die Doppelsumme, ergibt

$$\Omega = \int_{r_A}^{r_B} \int_{r_B}^{r_C} coh(f, r, \hat{r}) dr d\hat{r} \approx \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 e^{-\lambda \Delta(r_j - \hat{r}_i)} dr^2 \quad (4.38)$$

Im Fall vollständiger Korrelation über die Elementlänge ist für alle Abstände  $r_j - r_i$  der Wert der Kohärenzfunktion mit dem Wert für den Knotenabstand  $\Delta_{ij}$  identisch.

Es ergibt sich dann

$$\tilde{\Omega} \cdot \frac{1}{dr^2} = 9 \cdot e^{-\lambda \Delta_{ij}} \quad (4.39)$$

Dieser Wert ist grafisch durch die schwarze Linie symbolisiert. Im Falle abnehmender Korrelation über die Elementlängen hingegen ist

$$\Omega \cdot \frac{1}{dr^2} = (3 + 4 \cdot \cosh(dr) + 2 \cdot \cosh(2 \cdot dr)) \cdot e^{-\lambda \Delta_{ij}} \quad (4.40)$$

Der Klammerausdruck ist wegen  $\cosh(x) > 1$  für alle  $x$  stets  $\geq 9$  und ergibt sich auch grafisch durch Aneinanderreihen der entsprechenden Ordinaten der Kohärenzfunktion.



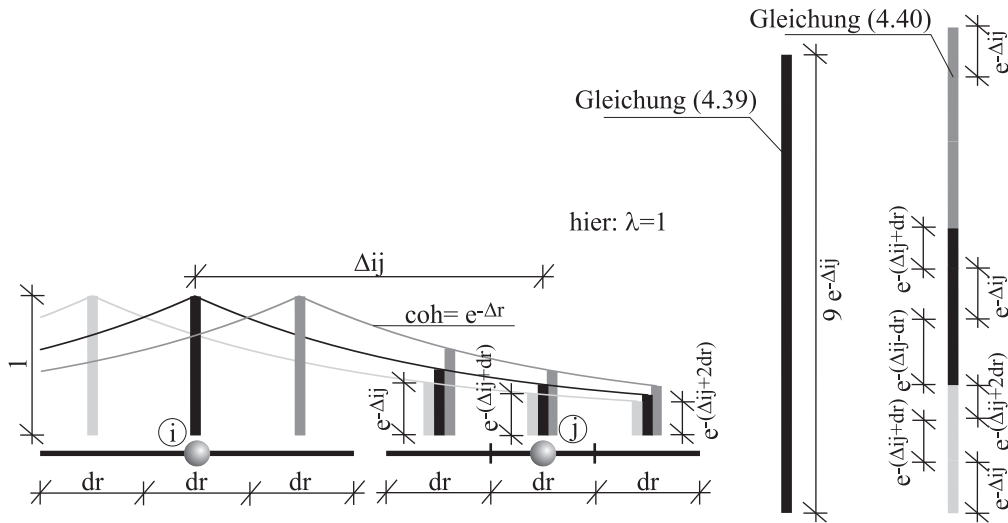


Abbildung 4.16: Kreuzkorrelation von Windkräften

#### 4.2.2.2 Numerische Simulation

Zur Verifikation der analytisch ermittelten Korrekturfunktionen werden diese auch aus einer numerischen Simulation gewonnen. Hierzu werden zwischen den Referenzknoten zusätzliche Zeitschriebe der Windgeschwindigkeit generiert. Die Auto- und Kreuzleistungsdichtespektren für den Fall voller Korrelation werden ausschließlich über die Windgeschwindigkeiten in den Referenzknoten gewonnen, die Leistungsdichtespektren für abnehmende Korrelation über die auf einem Element addierten Windgeschwindigkeiten. Abbildung 4.15(b) auf der vorherigen Seite zeigt das Ergebnis einer solchen numerischen Simulation im Vergleich mit den analytisch gewonnenen Funktionen (4.36) und (4.37) auf Seite 64, dargestellt über der normierten Frequenz  $\lambda_L$ . Während die numerisch gewonnene Korrekturfunktion  $J_{ii}(f)$  für die Autoleistungsdichtespektren genau der analytischen Lösung folgt, gilt dies für die Funktion  $J_{ij}(f)$  nur für sehr kleine normierte Frequenzen  $\lambda_L < 0,5$ . Für höhere Frequenzen folgen die Werte im Mittel ebenfalls der Funktion, die für die Reduktion der Autoleistungsdichtespektren bestimmt wurde. Die Ursache liegt in der in Abschnitt 4.2.1.5 angesprochenen Abweichung der simulierten Kreuzleistungsdichtespektren durch die *Shinozuka*-Methode von der theoretischen Vorgabe.

#### 4.2.2.3 Programmtechnische Umsetzung

Zur Abminderung der Autoleistungsdichtespektren wird die Gleichung (4.37) zugrunde gelegt. Eine Abminderung der Kreuzleistungsdichtespektren erfolgt erst ab einer normierten Frequenz von  $\lambda_L > 0,5$  mit der an die Ergebnisse der numerischen Simulation approximierten Gleichung

$$J_{ij} = \begin{cases} \frac{1,9}{\lambda_L^{1,4}} & \lambda_L \geq 0,5 \\ 1 & 0 < \lambda_L < 0,5 \end{cases} \quad (4.41)$$

Dabei wird vereinfachend das Mittel der beiden Lasteinzugslängen  $L_i$  und  $L_j$  und ausschließlich das Minimum des vertikalen Abklingfaktors  $C_{k,z}$  verwendet.

# 5 Quasistationäre Windlasten

---

*Um den Einfluss der instationären Übertragung auf die Beanspruchung abgespannter Maste zu verifizieren, muss ein quasistationäres Referenzmodell herangezogen werden, welches aus Gründen der Vergleichbarkeit anhand derselben Messdaten identifiziert wurde. Dieses Verfahren, auf Basis linearisierender Buffeting-Koeffizienten, wird in diesem Kapitel vorgestellt und mit Ergebnissen von Naturmessungen verglichen. Da an kantigen Körpern die lateralen Kräfte stark von körperinduzierter Turbulenz beeinflusst werden, wird anschließend ein quasistationäres Modell zur Beschreibung der Wirbelablösung in turbulenter Strömung vorgestellt.*

---

## 5.1 Quasistationäre Übertragung böeninduzierter Windkräfte

### 5.1.1 Einfluss der Turbulenz auf den Verlauf der Kraftbeiwerte

In Windkanalexperimenten kann man beobachten, dass die Turbulenz auch die Mittelwerte der Windkräfte beeinflusst und sich die unter turbulenter Anströmung ermittelten Verläufe mittlerer aerodynamischer Kraftbeiwerte  $\overline{C_F(\varphi)}$  von jenen in laminarer Strömung unterscheiden. So führen bereits niedrige Turbulenzintensitäten zu einer Glättung des Beiwerteverlaufs und einer Verschiebung der Mittelwerte [Vick66, Sock84, Chen92]. Ursache ist die mit der Turbulenz verbundene Schwankung des Windwinkels  $\varphi'(t)$  um den mittleren Anströmwinkel  $\overline{\varphi}$ . In turbulenter Strömung sind deshalb auch die Kraftbeiwerte ein zeitabhängiger Prozess. Wegen des nichtlinearen Verlaufs der aerodynamischen Kraftbeiwerte ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) der Kraftbeiwerte trotz normalverteilter Windrichtungsschwankungen nicht vom Gauß'schen Typ. Hieraus resultiert eine Verschiebung des Mittelwertes  $\overline{C_F(\varphi)}$  gegenüber dem Wert in laminarer Strömung.

Alle mit der Nichtlinearität des Beiwerteverlaufs verbundenen Effekte lassen sich in Zeitbereichssimulationen einfach abbilden. Für die hier zu untersuchenden Kraftmessungen am Mast Gartow II müsste jedoch der Beiwerteverlauf für den verkleideten Mastschaft in glatter Strömung vorliegen. Dies ist nicht der Fall. Zudem wird ein fairer Vergleich zwischen quasistationärem und instationärem Übertragungsmodell angestrebt, so dass es sinnvoll ist, ein quasistationäres Übertragungsmodell anhand derselben Messdaten zu validieren, wie dies auch für das instationäre Übertragungsmodell geschieht.

### 5.1.2 Statistisch äquivalente Linearisierung der Kraftbeiwerte

Anhand der Naturmessungen lässt sich vergleichsweise einfach ein linearisiertes, quasistationäres Übertragungssystem identifizieren, welches nach bisherigen Untersuchungen am Institut für Stahlbau der Technischen Universität Braunschweig als gute Approximation gemessener Kraftverläufe gilt [Behr04]. Dieses Modell, auf Basis sogenannter linearisierender Buffeting-Koeffizienten, berücksichtigt die zuvor beschriebenen Effekte der Turbulenz auf die aerodynamischen Kraftbeiwerte. Dies gelingt durch eine Linearisierung des Beiwerteverlaufs unter Berücksichtigung statistischer Eigenschaften des zeitabhängigen Prozesses der Kraftbeiwerte [Höff93, Niem96, Höff97].

In Abschnitt 2.2.1.1 auf Seite 8 wurde das Konzept zur Approximation des nichtlinearen Verlaufs der aerodynamischen Kraftbeiwerte durch eine Aufteilung in einen nur vom mittleren Anströmwinkel  $\bar{\varphi}$  abhängigen Beiwert  $C_F(\bar{\varphi})$  und einen mit dem Schwankungsanteil des Windwinkels  $\varphi'(t)$  verknüpften Anteil  $C'_F = dC_F(\bar{\varphi})/d\varphi$  beschrieben. Zur Verdeutlichung der Nachteile einer solchen Simulation aerodynamischer Kraftbeiwerte in turbulenter Strömung auf Basis einer Linearisierung des in glatter Strömung gemessenen Beiwerteverlaufs durch eine *Taylor*-Reihe diene Abbildung 5.1 auf der nächsten Seite.

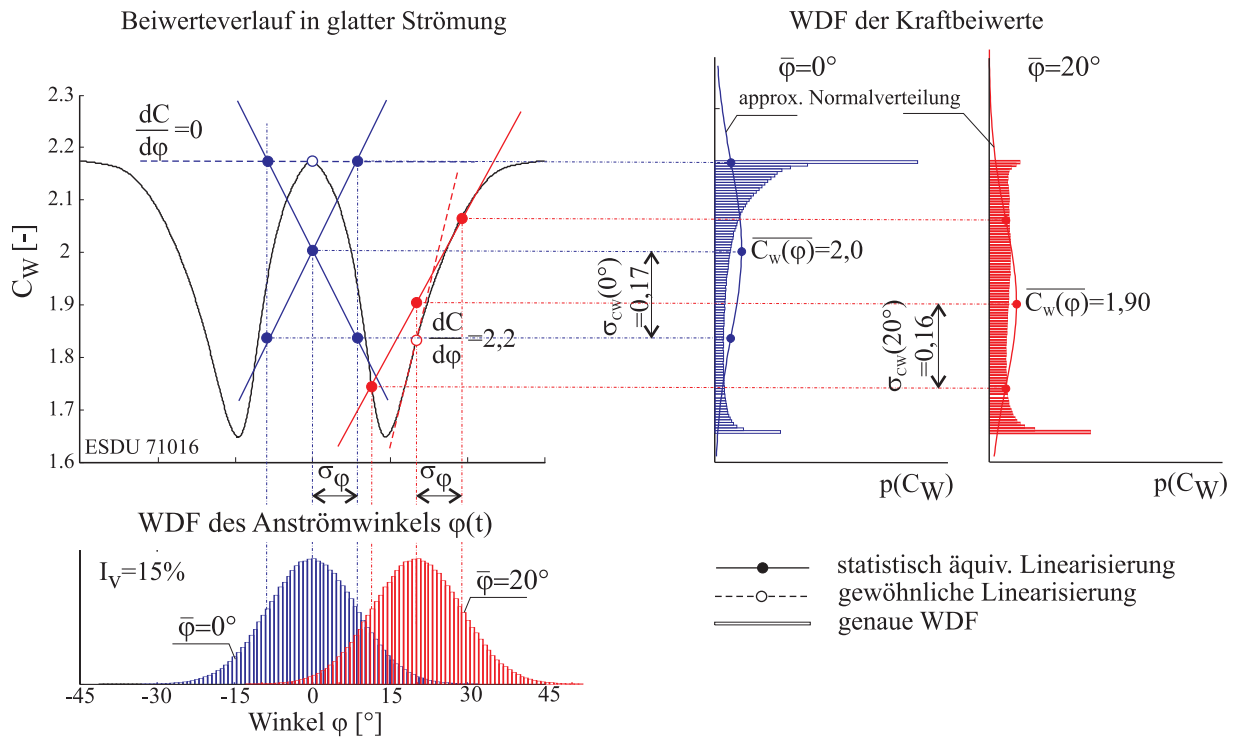
Die Verteilung der momentanen Anströmwinkel  $\varphi(t)$  in turbulenter Strömung kann in guter Näherung als *Gauß*-verteilt angesehen werden, vgl. Abbildung 5.1(a) unten oder Abbildung 5.1(b) unten. Über den nichtlinearen Verlauf der Kraftbeiwerte lässt sich hieraus die Verteilungsdichte für die Kraftbeiwerte analytisch bestimmen. Hinweise hierzu sind in [Höff97] zu finden. In dieser Arbeit werden die Dichtefunktionen der Kraftbeiwerte numerisch mittels *Monte-Carlo*-Simulation gewonnen. Abbildung 5.1(a) zeigt für zwei Windrichtungen  $\bar{\varphi} = 0^\circ$  und  $\bar{\varphi} = 20^\circ$  den auf Basis des Verlaufs des Widerstandsbeiwerts für den Quadratquerschnitt in glatter Strömung nach ESDU gewonnenen Zusammenhang zwischen den Dichtefunktionen der Windrichtungen und der Kraftbeiwerte. Abbildung 5.1(b) zeigt Gleiches für den Windquertrieb. Aus der lateralen Turbulenzintensität folgt unter Berücksichtigung von Gleichung (2.8) auf Seite 8 eine Standardabweichung der Windrichtung mit

$$\sigma_\varphi \approx I_v \quad (5.1)$$

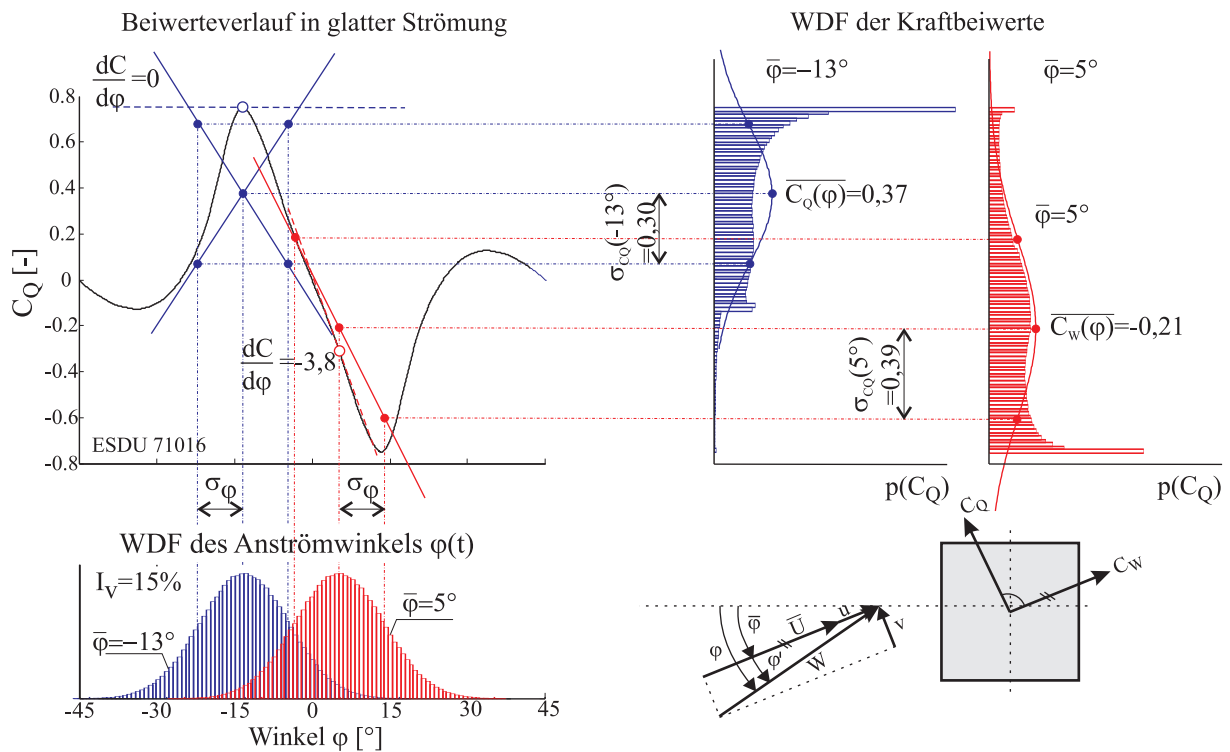
Die angenommene Turbulenzintensität von  $I_v = 15\%$  entspricht damit einer Standardabweichung von  $\sigma_\varphi \approx 8,6^\circ$  – ein im natürlichen Wind durchaus häufig vorkommender Wert.

Durch die üblicherweise vorgenommene Linearisierung der Kraftbeiwerte mittels *Taylor*-Reihenentwicklung nach Abschnitt 2.2.1.1 entsteht aus den *Gauß*-verteilten Windrichtungsschwankungen eine ebenfalls *Gauß*'sche Verteilung der Beiwerteschwankungen. Mittelwert und Standardabweichung stimmen jedoch nicht mit den Werten aus der tatsächlichen Dichtefunktion überein. An den Wendepunkten des Beiwerteverlaufs folgen physikalisch unsinnige Ergebnisse. So lässt Abbildung 5.1(a) für  $\bar{\varphi} = 0^\circ$  und folglich  $dC_W(\bar{\varphi})/d\varphi = 0$  eine singuläre Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion mit konstantem  $C_W = 2,17$  für alle Winkel  $\varphi(t)$  erkennen. Für den Windquertrieb tritt dies bei einem Windwinkel von  $\bar{\varphi} \approx -13^\circ$  auf.

Die aus dem nicht-linearisierten Beiwerteverlauf gewonnenen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Kraftbeiwerte weichen sehr stark von einer *Gauß*'schen Glockenkurve ab. Lediglich



(a) für den Windwiderstand



(b) für den Windquertrieb

**Abbildung 5.1:** Zusammenhang zwischen den Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen von Windrichtung und aerodynamischen Kraftbeiwerten für einen quadratischen Querschnitt

für den Windquertrieb bei  $\bar{\varphi} = 0^\circ$  und Turbulenzintensitäten  $I_v < 7\%$  ist der überstrichene Winkelbereich schmal und der Beiwerte Verlauf nahezu linear, so dass die tatsächliche Verteilung einer Normalverteilung ähnlich ist. Für alle anderen Fälle weicht dementsprechend das Ergebnis einer Linearisierung des Beiwerte Verlaufs stark von der tatsächlichen Dichtefunktion ab.

Der Mittelwert des aerodynamischen Kraftbeiwertes wiederum ist wegen der Schwankungen der Windrichtung infolge lateraler Turbulenz nicht der gleiche Wert, wie er sich aus dem Beiwerte Verlauf in laminarer Strömung ergibt. So fällt der Mittelwert des Prozesses der Quertriebsbeiwerte von  $\overline{C_Q(\varphi)} = 0,75$  bei  $\bar{\varphi} = -13^\circ$  auf  $\overline{C_Q(\varphi)} = 0,37$  ab.

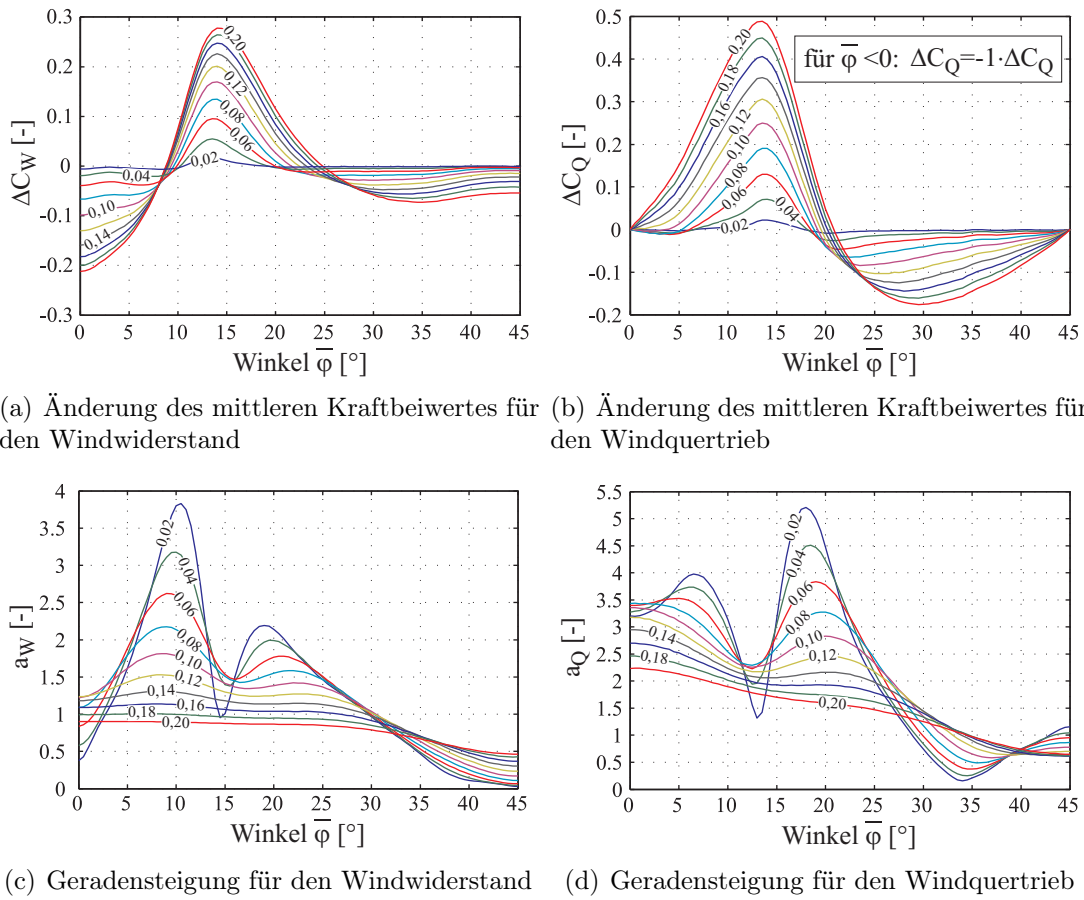
*Niemann et al.* stellen ein Verfahren vor, bei dem der Verlauf der nichtlinearen Kraftbeiwerte durch statistische Überlegungen linearisiert wird [Niem96]. Hierzu wird die nicht *Gauß*'sche Dichtefunktion der Kraftbeiwerte durch eine Normalverteilung mit identischem Mittelwert und identischer Standardabweichung ersetzt. Die Verläufe dieser approximierten Dichtefunktionen sind in Abbildung 5.1 ebenfalls eingetragen. Aus Mittelwert und Standardabweichung lassen sich Geraden für eine statistisch äquivalente Linearisierung ermitteln. Für die linearisierte Beschreibung des Prozesses der aerodynamischen Kraftbeiwerte folgt der Zusammenhang nach Gleichung (5.2).

$$\begin{bmatrix} C_W(\varphi(t)) \\ C_Q(\varphi(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{C_W(\varphi)} \\ \overline{C_Q(\varphi)} \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma_\varphi} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{C_W} \\ \sigma_{C_Q} \end{bmatrix} \cdot \varphi'(t) \cdot \operatorname{sgn} \left[ \frac{\frac{dC_W}{d\varphi}}{\frac{dC_Q}{d\varphi}} \right] \quad (5.2)$$

Der Quotient der Standardabweichungen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen von Kraftbeiwert und Windwinkel entspricht der Geradensteigung der statistisch äquivalenten Linearisierung. Dieser Quotient  $a_F = \sigma_{C_F}/\sigma_\varphi$  und die Änderung des mittleren Kraftbeiwertes gegenüber dem Verlauf aus glatter Strömung  $\Delta C_F = C_F - \overline{C_F(\varphi)}$  werden von *Niemann et al.* als Buffeting-Koeffizienten bezeichnet.

Wie Abbildung 5.1 verdeutlicht, führt die Berechnung der äquivalenten Linearisierung aus dem Verhältnis der Standardabweichungen nicht zu eindeutigen Beziehungen für das Vorzeichen der Geradengleichung. Die Vorzeicheninformation der Geradensteigung ist verloren. Diese Mehrdeutigkeit gilt nicht nur für die Wendepunkte des Beiwerte Verlaufs, sondern für jeden Windwinkel. Die Gleichung (5.2) wurde deshalb gegenüber den Darstellungen in [Niem96, Höff93, Behr04] um eine Signum-Funktion erweitert. Als Argument der Signum-Funktion wird vereinfachend die Ableitung des Verlaufs nach ESDU für die glatte Strömung verwendet. Nur mit der Signum-Funktion zeigt sich, dass die Vorzeichen des Maximums der Kreuzkorrelationsfunktionen zwischen Windgeschwindigkeit und Windkraft mit den Messungen übereinstimmen, vgl. Abschnitt 5.3.2.

In Abbildung 5.2 sind die mittels *Monte-Carlo*-Simulation ermittelten linearisierenden Buffeting-Beiwerte  $\Delta C_F$  und  $a_F$  für verschiedene Turbulenzintensitäten in Abhängigkeit vom Windwinkel dargestellt. Man erkennt den glättenden Einfluss der Turbulenz auf den Beiwerte Verlauf. Mit zunehmender Turbulenzintensität schwindet die Abhängigkeit der Beiwerte vom aktuellen Windwinkel  $\varphi(t)$ , wie am glatten Verlauf von  $a_F$  für  $I_v = 0,2$  zu erkennen ist. Die Spitzen der Kraftbeiwerte werden bei hohen Turbulenzintensitäten entsprechend stark reduziert.



**Abbildung 5.2:** Linearisierende Buffeting-Beiwerte für den Quadratquerschnitt in Abhängigkeit von der Turbulenzintensität

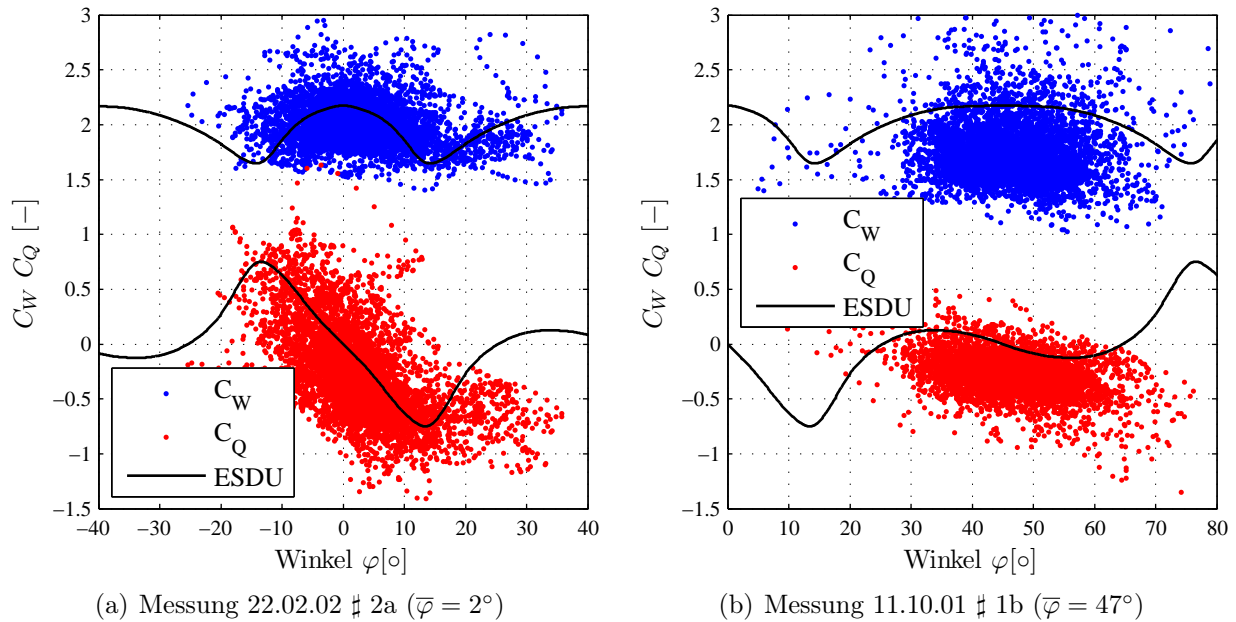
### 5.1.3 Identifikation der Buffeting-Koeffizienten

Durch simultane Messung von Windgeschwindigkeit und Windkraft am verkleideten Mast Gartow II lassen sich über die Formulierungen für die quasistationäre Windkraft nach Abschnitt 2.2, Gleichung (2.1) auf Seite 7 unmittelbar die aerodynamischen Kraftbeiwerte zu jedem Zeitpunkt bestimmen.

$$\begin{bmatrix} C_W(\varphi(t)) \\ C_Q(\varphi(t)) \end{bmatrix} = \frac{2}{\rho \cdot W(t)^2 \cdot A_{ref}} \begin{bmatrix} \cos(\varphi') & -\sin(\varphi') \\ \sin(\varphi') & \cos(\varphi') \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_W(t) \\ F_Q(t) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Aus den Zeitverläufen der aerodynamischen Kraftbeiwerte  $C_F(t)$  können dann deren Häufigkeitsverteilungen ermittelt und durch eine Normalverteilung approximiert werden.

Abbildung 5.3 auf der nächsten Seite zeigt einen Vergleich aus den Messungen ermittelter Kraftbeiwerte in Abhängigkeit vom Windwinkel mit dem in ESDU 71016 gegebenen Diagramm für den Quadratquerschnitt in glatter Strömung. Die ermittelten Beiwerte für den Windwiderstand überstreichen einen größeren Bereich zwischen  $C_W = 1,5$  und  $C_W = 3$  bei senkrechter Anströmung, vgl. Abbildung 5.3(a), und zwischen  $C_W = 1,0$  und  $C_W = 3$  bei Anströmung über Eck,



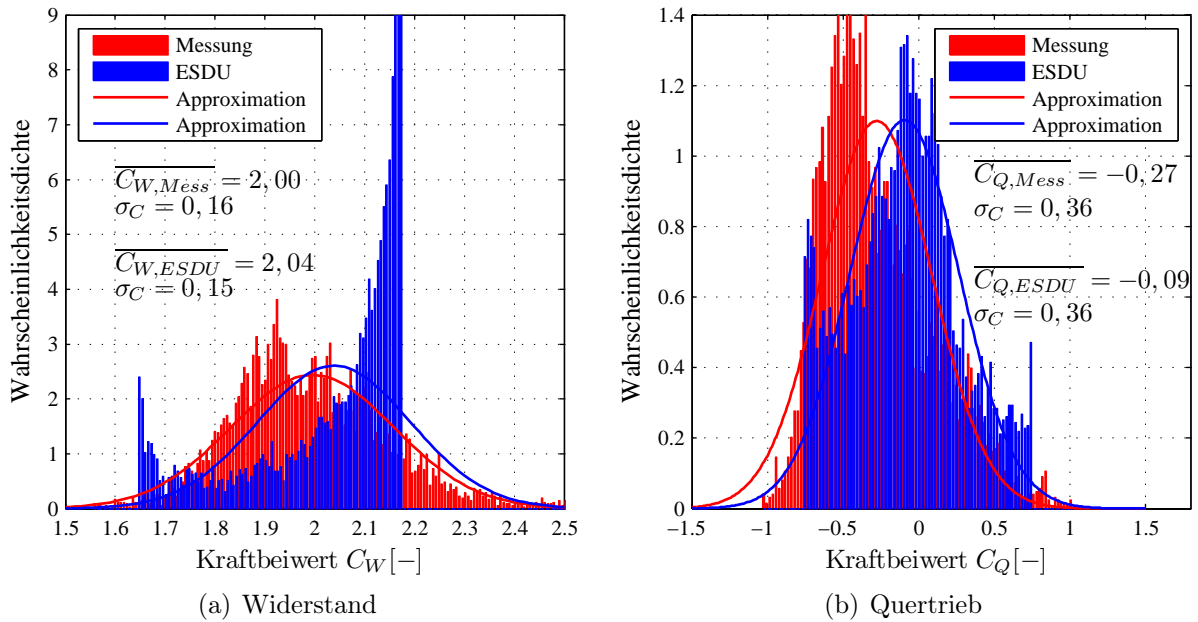
**Abbildung 5.3:** Ermittelte Kraftbeiwerte aus Messungen am Mast Gartow II im Vergleich mit dem Verlauf nach ESDU für glatte Strömung

vgl. Abbildung 5.3(b). Die starke Schwankung der Beiwerte kann auf die vereinfachende Annahme einer Zeitgleichheit zwischen Windgeschwindigkeits- und Windkraftmessung gemäß der quasistationären Theorie zurückgeführt werden. Gleiches gilt auch für die ermittelten Quertriebsbeiwerte.

In den Beiwerten für den Quertrieb ist die Winkelabhängigkeit tendenziell mit dem ESDU-Verlauf vergleichbar. Beide Messungen sind aufgrund eines geringen Trends in der Windrichtung nicht symmetrisch um den mittleren Anströmwinkel. Die Mittelwerte der Kraftbeiwerte liegen bei Anströmung über Eck deutlich unterhalb des Beiwerteverlaufs in glatter Strömung. Eine direkte Zuordnung der gemessenen Windgeschwindigkeiten zu den gemessenen Windkräften ist aus zwei Gründen nicht sinnvoll. Zum Ersten führt die örtliche Distanz zwischen Anemometer und Mastschaft im Idealfall zu einem linearen Phasenversatz und damit zu einer notwendigen zeitlichen Verschiebung bei der Zuordnung. Zum Zweiten führt das Tiefpassverhalten der Anemometer bei hohen Frequenzen zu entsprechend hohen Kraftbeiwerten. *Behrens* hat die Extremwerte bei der Approximation der Normalverteilung vernachlässigt und die Anpassung visuell durchgeführt. In dieser Arbeit wird der zeitliche Verlauf der Kraftbeiwerte über 5 Sekunden geglättet, wobei Ausreißer nicht in den Glättungsprozess miteinbezogen werden.

In Abbildung 5.4 auf der nächsten Seite sind die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der aerodynamischen Kraftbeiwerte  $C_W(\varphi)$  und  $C_Q(\varphi)$  für senkrechte Anströmung dargestellt. Rot ist die Wahrscheinlichkeitsdichte aus Klassierung der gemessenen Kraftbeiwerte und deren Approximation mittels Normalverteilung dargestellt. Die blauen Werte wurden mittels gemessener Windrichtungen aus dem Beiwertediagramm nach ESDU gewonnen, vgl. Abschnitt 5.1.2.

Die aus dem ESDU-Diagramm ermittelte Wahrscheinlichkeitsdichte stimmt nicht mit der ge-



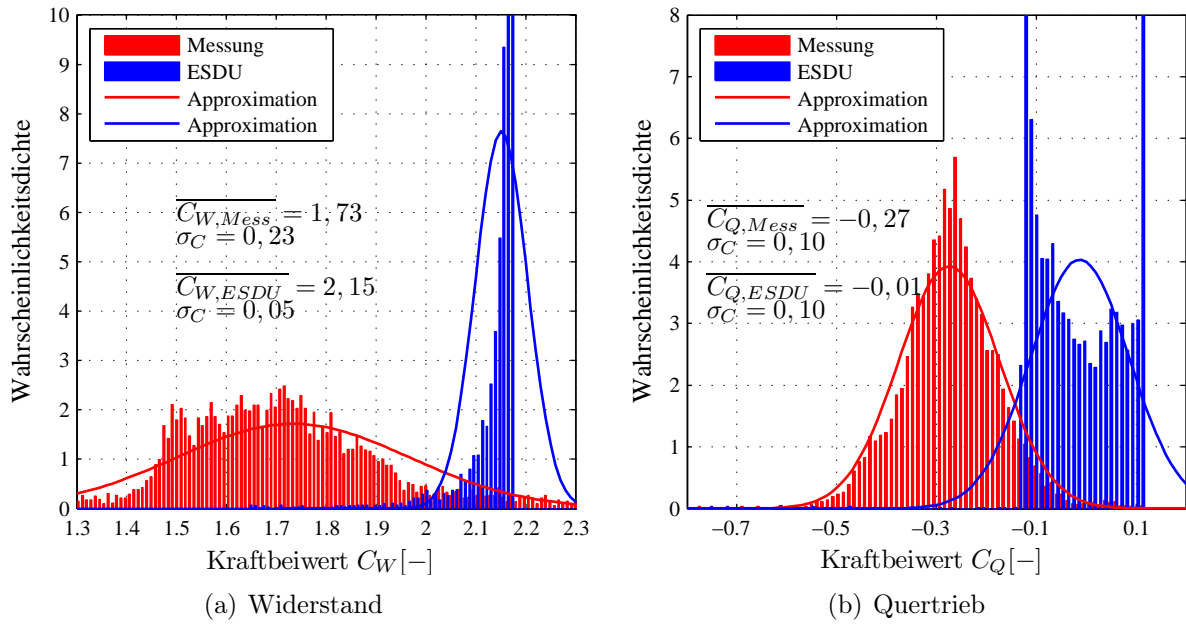
**Abbildung 5.4:** Messung 22.02.02 # 2a ( $\bar{\varphi} = 2^\circ$ ): Wahrscheinlichkeitsdichten ermittelter Kraftbeiwerte und approximierte Normalverteilung

messenen Dichte überein. Die von *Niemann et al.* vorgeschlagene Approximation der Wahrscheinlichkeitsdichte aus Beiwertediagrammen mittels Normalverteilung – dargestellt durch die durchgezogenen Linien – führt zu einer deutlich besseren Approximation der gemessenen Wahrscheinlichkeitsdichte. Die Mittelwerte für Widerstand und Quertrieb liegen etwas unterhalb der ESDU-Werte. Es liegt zunächst nahe, dies durch eine Beeinflussung der Windgeschwindigkeitsmessungen durch den Mastschaft zu begründen, da Windkanalversuche gezeigt haben, dass die Anemometer in der Verdrängungszone des Mastschaftes liegen [Tell98, Behr04]. Jedoch ergaben diese Untersuchungen eine Verringerung der Windgeschwindigkeit am Messpunkt, was tendenziell höhere Kraftbeiwerte zur Folge haben müsste. Grundsätzlich können niedrigere Windkräfte auch durch die endliche Schlankheit des verkleideten Mastschaftes begründet werden, wobei die Abweichungen jedoch nicht in der Größenordnung liegen, wie man sie unter Berücksichtigung einer Schlankheit  $\lambda \approx 9/5$  erwarten würde. Der fortgeführte Mastschaft mit großer Völligkeit erhöht offenbar die Schlankheit. Die Standardabweichungen der gemessenen und der berechneten aerodynamischen Kraftbeiwerte sind hingegen bei senkrechter Anströmung fast identisch.

Wesentlich stärkere Abweichungen zwischen den Wahrscheinlichkeitsdichten zeigen sich bei Anströmsituationen mit  $\bar{\varphi} \approx 45^\circ$ , vgl. Abbildung 5.5 auf der nächsten Seite. Die aus dem ESDU-Diagramm ermittelten Wahrscheinlichkeitsdichten sind sehr schmal – eine Folge des flachen Verlaufs, vor allem von  $C_W(\varphi)$  in diesem Winkelbereich. Unmittelbare Folge hiervon ist, dass die aus den Messwerten identifizierte WDF eine weitaus größere Standardabweichung besitzt. Die Standardabweichungen des Quertriebs aus Messung und Prognose stimmen hingegen überein.

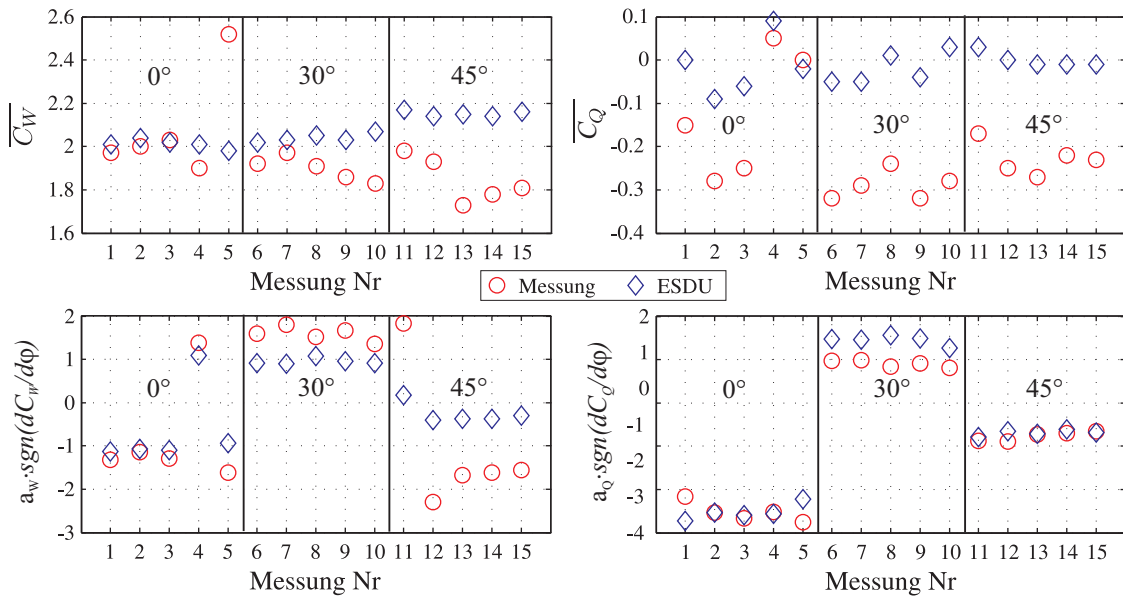
Die hier gezeigten Ergebnisse sind charakteristisch für die jeweiligen Anströmwinkel. Abil-





**Abbildung 5.5:** Messung 11.10.01 # 1b ( $\varphi = 47^\circ$ ): Wahrscheinlichkeitsdichte ermittelter Kraftbeiwerte und approximierte Normalverteilung

Abbildung 5.6 zeigt hierzu einen Vergleich der aus gemessenen Wahrscheinlichkeitsdichten ermittelten linearisierenden Buffeting-Beiwerte mit den über das ESDU-Diagramm ermittelten Parametern für die Messereignisse gemäß Anhang A, Tabelle A.1 auf Seite 179.



**Abbildung 5.6:** Linearisierende Buffeting-Koeffizienten aus gemessenen Kraftbeiwerten im Vergleich mit Werten aus dem ESDU-Beiwerteverlauf (Nummern der Messungen nach Tabelle A.1)

Bei senkrechter Anströmung liegen die mittleren Kraftbeiwerte dicht beieinander. Der Ausreißer bei der Messung Nr. 5 lässt sich nicht durch einen defekten Windmonitor an der Südfassade erklären, zeigt dieser doch bei westlichen und östlichen Winden stets dem nördlichen Windmonitor vergleichbare Werte an. Die Abweichung zwischen Prognose und Messung des mittleren Kraftbeiwertes  $\overline{C_W}$  nimmt mit steigendem Anströmwinkel zu. Signifikant ist die bereits zuvor angesprochene große Abweichung von den ESDU-Werten bei Anströmrichtungen unter  $\overline{\varphi} = 45^\circ$ . Die mittleren Quertriebsbeiwerte streuen stark, aber auf niedrigem Niveau.

## 5.2 Wirbelinduzierte Windkräfte

### 5.2.1 Quasistationäres Modell der Wirbelerregung in laminarer Strömung

Die an einem Baukörper gemessenen Kräfte beinhalten neben den Anteilen infolge Fluktuationen der Windgeschwindigkeit und -richtung stets auch Anteile aus körperinduzierter Turbulenz. Insbesondere die Quertriebskraft wird durch periodische Wirbelablösungen an den Kanten des Baukörpers beeinflusst. Bekannterweise treten Wirbelablösungen in laminarer Strömung periodisch mit der Frequenz

$$f_{St,\infty} = \frac{U_\infty \cdot St}{b_{ref}} \quad (5.4)$$

auf, wobei  $U_\infty$  die zeitlich unveränderliche Geschwindigkeit der laminaren Anströmung,  $St$  die *Strouhal-Zahl* und  $b_{ref}$  eine charakteristische Bauwerksabmessung<sup>1</sup> ist.

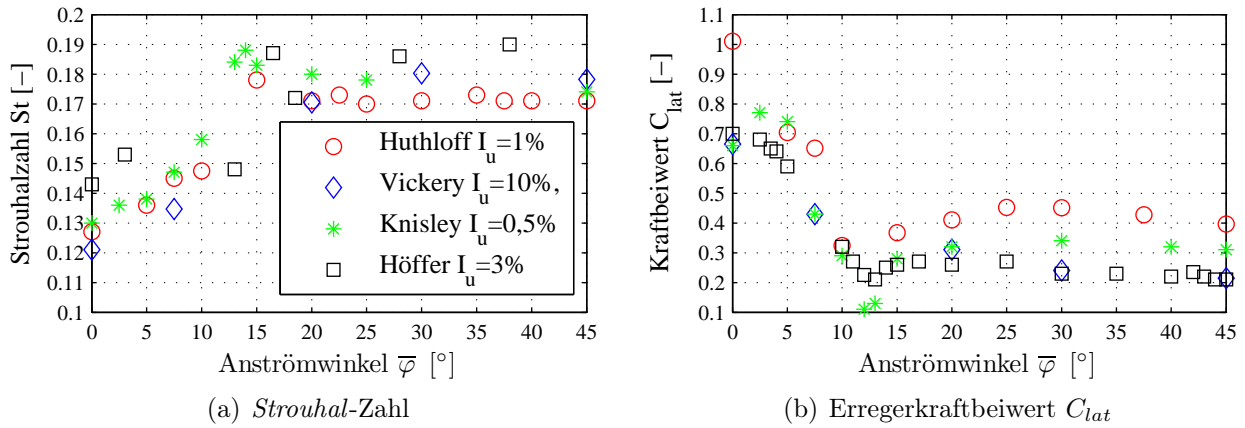
*Vickery* misst im Windkanal an einem quadratischen Querschnitt in glatter sowie in turbulenter Strömung die zeitabhängigen Windkräfte in und senkrecht zur Windrichtung [Vick66]. Bei einer Anströmung mit  $\varphi = 0^\circ$  liegt bei glatter Strömung über 90 % der Energie in einem schmalen Band zentriert um die *Strouhal-Frequenz*, bei einer Turbulenzintensität von  $I_u = 0,1$  sinkt dieser Anteil bei gleicher Bandbreite auf ca. 80 %.

Die *Strouhal-Zahlen* scharfkantiger Körper sind in natürlicher Windströmung weitgehend unabhängig von der *Reynolds-Zahl* und liegen für einen Baukörper mit quadratischem Querschnitt in Abhängigkeit vom Windangriffswinkel zwischen  $St \approx 0,12$  und  $0,19$ , vgl. Abbildung 5.7(a) auf der nächsten Seite [Vick66, Huth72, Höff97].

Die laterale Komponente der Kraft infolge periodischer Wirbelablösung  $F_{Q,St}$  auf einen linienförmigen Baukörper kann in glatter Strömung mittels des harmonischen Modells nach Gleichung (5.5) beschrieben werden.

$$F_{Q,St,\infty} = \frac{\rho}{2} \cdot U_\infty^2 \cdot C_{lat} \cdot b \cdot \sin(2\pi \cdot f_{St,\infty} \cdot t) \quad (5.5)$$

<sup>1</sup>Die Referenzbreite  $b_{ref}$  für die *Strouhal-Zahlen* ist die projizierte Breite senkrecht zur Windströmung mit  $b_{ref} = b \cdot \sin(\overline{\varphi}) + b \cdot \cos(\overline{\varphi})$ .



**Abbildung 5.7:** Parameter der Wirbelerregung in Abhängigkeit von Anströmwinkel und Turbulenzintensität

Der aerodynamische Kraftbeiwert<sup>2</sup> für die Erregerkraft infolge Wirbelablösung liegt in Abhängigkeit von Anströmwinkel und Turbulenzintensität zwischen  $C_{lat} \approx 0,1$  und  $1,0$ , vgl. Abbildung 5.7(b).

### 5.2.2 Quasistationäres Modell der Wirbelerregung in turbulenter Strömung

Überträgt man die Gleichung (5.4) für die Ablösefrequenz  $f_{St}$  auf eine turbulente Anströmung, unter Verwendung der longitudinalen und lateralen Windgeschwindigkeiten nach Gleichung (2.2) auf Seite 7, ergibt sich eine Abhängigkeit der Wirbelablösefrequenz von der Zeit. Die *Strouhal-Zahl* wiederum ist, ebenso wie die Referenzbreite, von der durch die laterale Turbulenz bedingten Schwankung des Windwinkels abhängig.

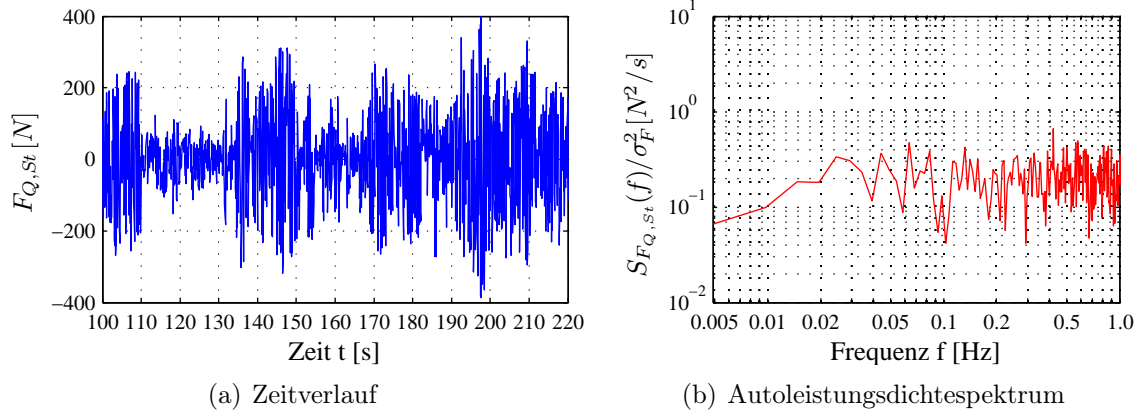
$$f_{St}(t) = \frac{St(\varphi)}{b_{ref}(\varphi)} \cdot W(t) \quad (5.6)$$

Werden die Schwankungen von *Strouhal-Zahl* und Referenzbreite infolge des zeitveränderlichen Windwinkels  $\varphi(t)$  vernachlässigt, ist die Wirbelablösefrequenz ebenso wie  $W(t)$  ein *Gauß-verteilter* Prozess. Unterstellt man die Gültigkeit einer quasistationären Übertragung, ergibt sich damit für die wirbelinduzierte Quertriebskomponente

$$F_{Q,St}(t) = \frac{\rho}{2} \cdot W^2(t) \cdot C_{lat}(\varphi) \cdot b \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{St}{b_{ref}} \cdot W(t) \cdot t\right) \quad (5.7)$$

Abbildung 5.8 zeigt einen mittels Gleichung (5.7) erzeugten Zeitschrieb lateraler Kräfte infolge Wirbelerregung und das zugehörige Autoleistungsdichtespektrum. Man erwartet, dass sich die Kräfte nach Gleichung (5.7) ähnlich wie in den Versuchen von *Vickery* in einem Spektrum

<sup>2</sup>Bei den Werten von *Huthloff* handelt es sich um Effektivwerte.



**Abbildung 5.8:** Simulation wirbelinduzierter Windkräfte in lateraler Richtung

zentriert um die mittlere Wirbelablösefrequenz  $\bar{f}_{St} = \bar{U} \cdot St/b$  darstellen. Dies ist nicht der Fall. Durch die zufällige Streuung der Frequenz  $f_{St}$  ergibt sich in jedem Zeitpunkt ein zufälliger Wert für die momentane Kraftamplitude. Das Autoleistungsdichtespektrum dieses Prozesses ist deshalb mit einem weißen Rauschen vergleichbar, wie bereits Höffer bemerkt [Höff97]. Signale, die sich durch die Eigenschaft auszeichnen, zu jedem Zeitpunkt die Momentanfrequenz  $f(t) = f_{St}(t)$  zu besitzen, werden durch die Gleichung (5.7) nicht generiert.

### 5.2.2.1 Momentanfrequenz und Hilbert-Transformation

In der Modellvorstellung der quasistationären Übertragung wirbelinduzierter Kräfte nach Gleichung (5.7) ist zu jedem Zeitpunkt der Kraftamplitude  $F_{Q,st}(t)$  genau eine Frequenz  $f_{St}(t)$  zugeordnet. Solche Signale werden als monokomponent bezeichnet. Ändert sich die Frequenz, wie in dem hier betrachteten Fall, wird auch von bezüglich des Frequenzgehaltes instationären Signalen gesprochen.

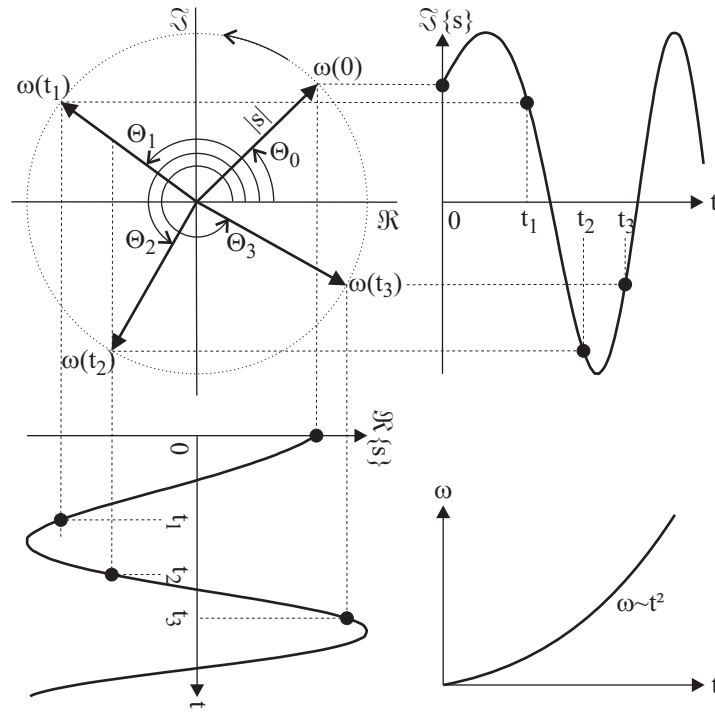
Um monokomponente Signale mit veränderlicher Frequenz zu erzeugen, kann man sich der Analyse von Schwingungen in der komplexen Zahlenebene bedienen. Abbildung 5.9 auf der nächsten Seite zeigt hierzu die Darstellung einer beispielhaften instationären Schwingung in der komplexen Zahlenebene.

Der komplexe Zeiger  $s$  rotiert in der Zahlenebene mit nichtlinear zunehmender Winkelgeschwindigkeit  $\omega(t) \sim t^2$ . Der physikalische Prozess ist dabei entweder der Realteil  $x = \Re\{s\}$  oder der Imaginärteil  $y = \Im\{s\}$  dieses komplexen Zeigers.

$$s(t) = x(t) + i \cdot y(t) = |s(t)| \cdot \cos(\Theta(t)) + |s(t)| \cdot \sin(\Theta(t)) = |s(t)| \cdot e^{i\Theta(t)} \quad (5.8)$$

Aus dieser Darstellung folgt, dass der Phasenwinkel  $\Theta(t)$

$$\Theta(t) = \arctan\left(\frac{\Im\{s\}}{\Re\{s\}}\right) \quad (5.9)$$



**Abbildung 5.9:** Darstellung einer monofrequenten, instationären Schwingung mit konstanter Amplitude in der komplexen Zahlenebene

als zurückgelegter „Weg“ des komplexen Zeigers  $s$  auch aus einer Integration über die Winkelgeschwindigkeit  $\omega(t)$  berechnet werden kann.

$$\Theta(t) = \int_0^t \omega(t) dt + \Theta(0) \quad (5.10)$$

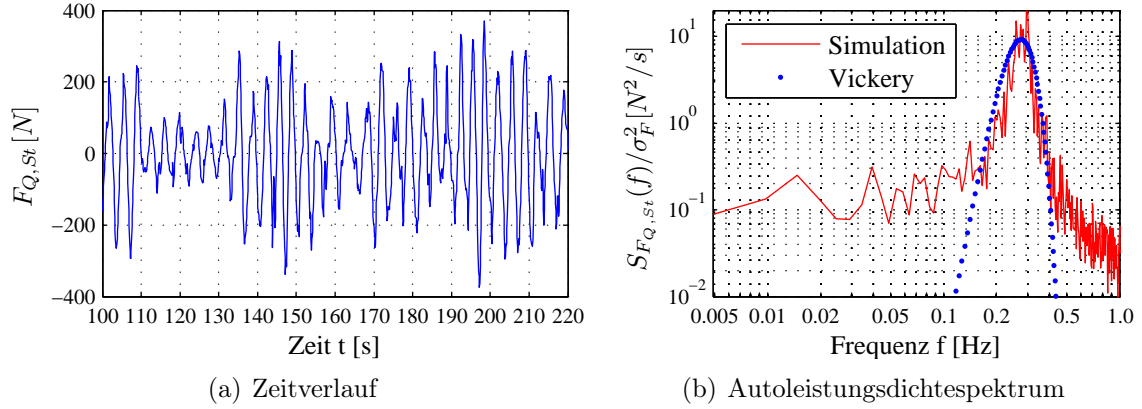
Die Anfangsphase  $\Theta(0)$  als Integrationskonstante ist dabei zunächst unbekannt.

Da die Momentanfrequenz gemäß Gleichung (5.6) auf Seite 76 für jeden Zeitpunkt  $t$  definiert ist, erhält man den Phasenverlauf für den Prozess der wirbelinduzierten Windkräfte zu

$$\Theta_{St}(t) = 2\pi \cdot \int_0^t \frac{St(\varphi)}{b_{ref}} \cdot W(t) dt + \Theta_{St}(0) \quad (5.11)$$

Die wirbelinduzierten Windkräfte in turbulenter Strömung lassen sich somit unter Beachtung von Gleichung (5.8) wie folgt darstellen:

$$F_{Q,St} = \frac{\rho}{2} \cdot W(t) \cdot C_{lat}(\varphi) \cdot b \cdot \sin \left( 2\pi \cdot \int_0^t \frac{St(\varphi)}{b_{ref}} \cdot W(t) dt \right) \quad (5.12)$$



**Abbildung 5.10:** Simulation wirbelinduzierter Windkräfte in lateraler Richtung

Die Gleichung (5.12) ist dem von *Höffer* abgeleiteten Modell vergleichbar, bedarf jedoch keinerlei Vereinfachungen, wie sie in [Höff97] beschrieben sind.

In Abbildung 5.10 sind ein Ausschnitt aus dem über diese Methode simulierten Zeitverlauf der Windkräfte sowie dessen Autoleistungsdichtespektrum dargestellt. Die Turbulenzintensität beträgt  $I_u = 0,14$ . Die Frequenzen des Signales schwanken nun zufällig, zentriert um die mittlere *Strouhal*-Frequenz.

Die Übereinstimmung mit dem von *Vickery* angegebenen Spektrum

$$\frac{f \cdot S_{F_{Q,St}}(f)}{\sigma_{F_{Q,St}}^2} = \frac{f}{\bar{f}_{St} \cdot \sqrt{\pi} \cdot B} \cdot e^{-\left(\frac{1-f/f_{St}}{B}\right)^2} \quad (5.13)$$

$$B = \sqrt{B_0^2 + 2 \cdot I_u^2} \quad B_0 = 0,05 \dots 0,1 \quad (5.14)$$

bei einem Bandbreitenmaß  $B = 0,22$  ist sehr gut. Das von *Vickery* angegebene Bandbreitenmaß wurde allerdings an einem Kreiszylinder in turbulenter Strömung ermittelt [Behr04].

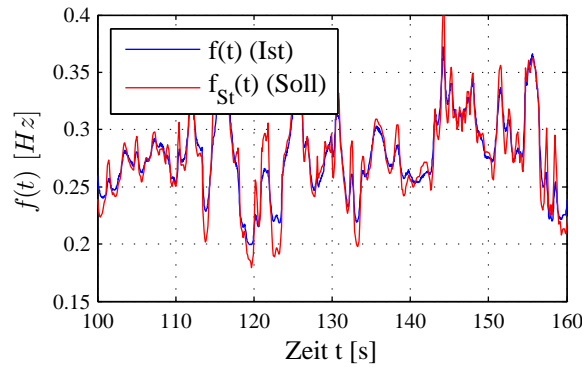
Um sich davon zu überzeugen, dass der generierte Zeitschrieb auch die mit Gleichung (5.6) definierte Momentanfrequenz besitzt, bedient man sich am besten der numerisch effizienten *Hilbert*-Transformation. Diese erlaubt eine Berechnung des sogenannten analytischen Signals.

$$\hat{F}_{Q,St} = F_{Q,St} + i \cdot \mathcal{H}[F_{Q,St}] \quad (5.15)$$

Die Beziehung  $\mathcal{H}[\dots]$  heißt *Hilbert*-Transformation und kann als Filter beschrieben werden, der für jede Frequenz eine Phasenverschiebung von  $\pi/2$  durchführt. Ist das analytische Signal für einen reellen Zeitschrieb bekannt, kann daraus mittels Ableitung des Phasenverlaufs die Momentanfrequenz zu jedem Zeitpunkt berechnet werden.

$$f(t) = \frac{\omega(t)}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Theta}{dt} \quad (5.16)$$

Der Vorteil einer solchen Darstellung der Frequenz ist, dass diese nicht, wie bei der Kurzzeit-



**Abbildung 5.11:** Momentanfrequenz des Wirbelablöseprozesses

*Fourier*-Transformation, wegen der dort auftretenden Integration, ein Mittelwert über ein Zeitfenster, sondern wegen der Ableitung ein echter Momentanwert ist. Nähere Hinweise zur Anwendung der *Hilbert*-Transformation, auch auf nicht monofrequente Signale, sind in [Huan98] und [Huan05] enthalten.

Abbildung 5.11 zeigt die gute Übereinstimmung der Momentanfrequenz  $f(t)$  des generierten Zeitschriebes mit dem Prozess  $f_{St}(t)$  nach Gleichung (5.6) auf Seite 76.

## 5.3 Simulation der Windkräfte in turbulenter Strömung

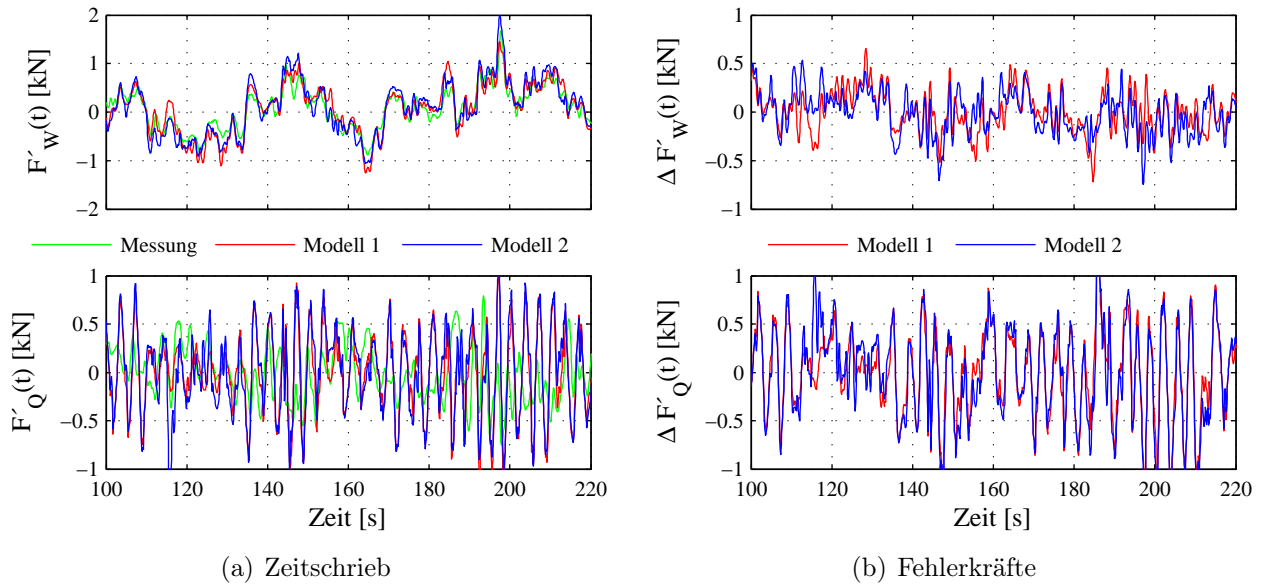
Die Güte, mit der sich die Windkräfte am verkleideten Mastabschnitt des Mastes Gartow II auf Basis von Windgeschwindigkeiten über quasistationäre Modelle prognostizieren lassen, soll nachfolgend durch Vergleiche im Zeit- und Frequenzbereich mit den gemessenen Windkräften überprüft werden.

### 5.3.1 Quasistationäre Windkraftmodelle

Die Simulation der Windkräfte mittels quasistationärer Übertragungsmodelle erfolgt nachfolgend grundsätzlich auf Basis der gemessenen Windgeschwindigkeiten des entsprechend Abschnitt 3.2.1.2 gewählten luvseitigen Anemometers. Es werden im Weiteren zwei quasistationäre Übertragungsmodelle für die böeninduzierten Windkräfte betrachtet.

Zum Ersten wird das Modell auf Basis der aus gemessenen Kraftbeiwerten abgeleiteten linearisierenden Buffeting-Koeffizienten, unter Beachtung von Gleichung (2.11) auf Seite 9, in Verbindung mit Gleichung (5.2) auf Seite 70 verwendet (Modell 1).

$$\begin{bmatrix} F'_W(t) \\ F'_Q(t) \end{bmatrix} = \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot \bar{U} \begin{bmatrix} 2 \cdot \bar{C}_W & a_W \cdot \operatorname{sgn}\left(\frac{dC_W}{d\varphi}\right) - \bar{C}_Q \\ 2 \cdot \bar{C}_Q & a_Q \cdot \operatorname{sgn}\left(\frac{dC_Q}{d\varphi}\right) + \bar{C}_W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$



**Abbildung 5.12:** Messung 07.03.02 # 3a: Simulation der Windkräfte im Vergleich mit Messwerten

Dieses Modell nutzt für seine Prognose somit nicht nur Informationen der Windgeschwindigkeitsmessungen, sondern auch statistische Informationen über die Kraftübertragung aus den ausgewerteten aerodynamischen Kraftbeiwerten von gemessenem Windwiderstand und Windquertrieb des selben Messereignisses.

Zum Zweiten wird ein Übertragungsmodell unter Auswertung des Beiwertediagramms in glatter Strömung für den Quadratquerschnitt aus ESDU 71016 mittels Gleichung (2.1) verwendet. In diesem quasistationären Modell werden damit sowohl die quadratischen Schwangungsglieder als auch die Nichtlinearität des Beiwerteverlaufs über den Windwinkel berücksichtigt (Modell 2).

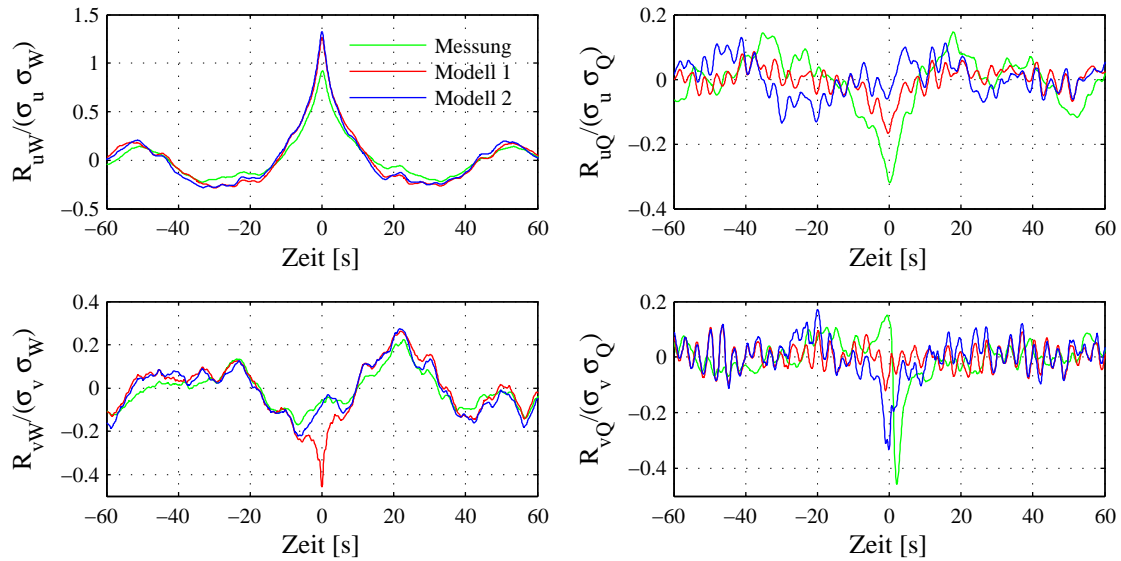
Zur Beschreibung der wirbelinduzierten Windkräfte wird auf das in Abschnitt 5.2.2 vorgestellte Modell zurückgegriffen. Die verwendeten *Strouhal*-Zahlen und Erregerkraftbeiwerte entsprechen den Messwerten von *Knisley* [Höff97]. Der unbekannte Phasenwinkel  $\Theta_{St}(0)$  nach Gleichung (5.11) wird durch eine Minimierung des Fehlerquadrates zwischen dem simulierten Wirbelprozess und den Differenzkräften von Kraftmessung und der böeninduzierten Windkräfte der Modelle 1 und 2 bestimmt.

## 5.3.2 Validierung der quasistationären Windkraftmodelle

### 5.3.2.1 Anströmung senkrecht auf den Mastschaft

Abbildung 5.12(a) zeigt – ausgehend von gemessenen Windgeschwindigkeitsverläufen – simulierte Zeitreihen für die Windkräfte im Vergleich mit den gemessenen Werten für ein Windereignis mit senkrechter Anströmung auf den Mastschaft. Der Verlauf des Windwiderstands wird durch die beiden in Abschnitt 5.3.1 genannten Modelle gut beschrieben, wobei die Simulation grundsätzlich etwas zu große Kräfte prognostiziert. Der Quertrieb wird im Gegensatz





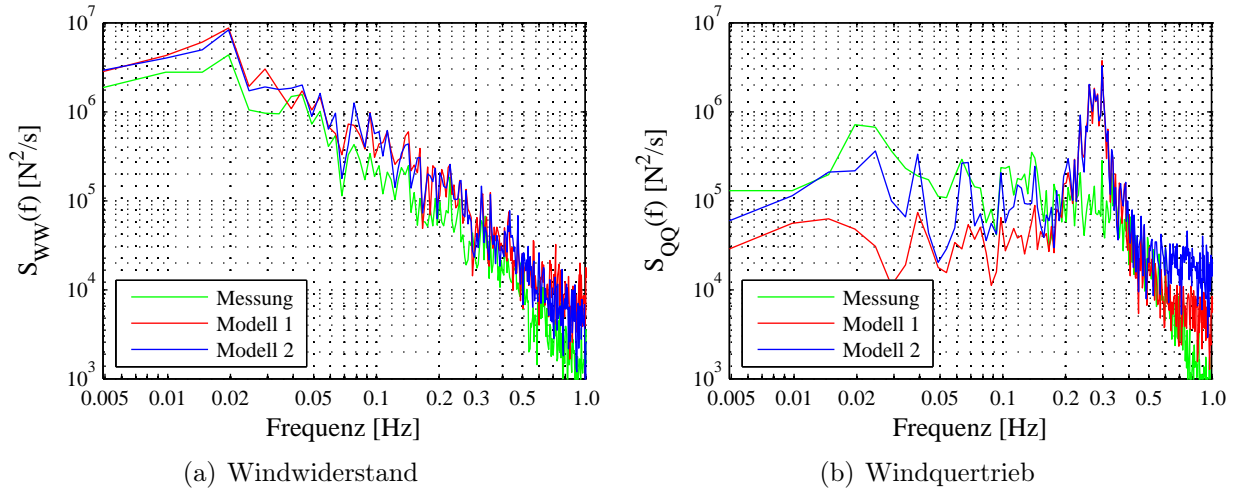
**Abbildung 5.13:** Messung 07.03.02 # 3a: Vergleich der Kreuzkorrelationsfunktionen

dazu von den beiden Modellen deutlich überschätzt. Die Fehlerkräfte sind in Abbildung 5.12(b) dargestellt. Deren Größenordnung liegt beim Windwiderstand bei etwa 50 % des Messwertes, beim Quertrieb sind die Fehlerkräfte mindestens in gleicher Größenordnung wie die gemessenen Windkräfte.

In Abbildung 5.13 sind die vier Kreuzkorrelationsfunktionen zwischen den Windgeschwindigkeiten und den Windkräften für das gleiche Messereignis dargestellt. Die Funktionen sind dabei mit dem Produkt der Standardabweichungen der gemessenen Zeitreihen normiert. Der Windwiderstand ist über einen Zeitbereich von etwa 15 Sekunden mit  $u(t)$  korreliert. Die Korrelationsfunktion  $R_{uW}$  fällt monoton ab und ist nahezu symmetrisch um die Ordinatenachse. Zeitverschiebungen des Korrelationsmaximums sind in diesem Maßstab nicht zu erkennen und liegen mit etwa 0,1 bis 0,2 Sekunden in der Größenordnung des Abtastintervalls der Messanlage. Der Maximalwert der Korrelationsfunktion wird jedoch von den quasistationären Modellen gleichermaßen um ca. 50 % überschätzt.

Die quasistationären Modelle ergeben keine oder nur sehr geringe Korrelation zwischen  $u(t)$  und dem Quertrieb, wohingegen bei den Messwerten eine deutliche Korrelation erkennbar ist. Das Fehlen einer Korrelation zwischen  $v(t)$  und dem Widerstand wird durch das Modell 2 richtig wiedergegeben, wohingegen das Modell 1 wegen des nicht verschwindenden mittleren Quertriebsbeiwertes hier eine deutliche Korrelation ergibt.

Die gemessene Kreuzkorrelationsfunktion zwischen lateraler Turbulenz  $v(t)$  und dem Quertrieb  $F_Q(t)$  fällt stärker ab und zeigt einen deutlichen Zeitversatz des Korrelationsmaximums von ca. 2 Sekunden, welcher durch die quasistationären Modelle nicht beschrieben werden kann. Die gemessene Korrelationsfunktion  $R_{vQ}$  ist zudem stark unsymmetrisch. Ein solcher Zeitversatz ist für alle ausgewerteten Messungen mit  $\bar{\varphi} \approx 0^\circ$  charakteristisch. Eine Berücksichtigung der Lage des Korrelationsmaximums von  $R_{vQ}$  in Form eines Zeitversatzes bei den Windgeschwindigkeiten führt im Übrigen nicht zu einer spürbar verbesserten Prognose der lateralen Windkräfte. In der



**Abbildung 5.14:** Messung 07.03.02 ‡ 3a: Vergleich der Autoleistungsdichtespektren der Windkräfte

gemessenen Korrelationsfunktion  $R_{vQ}$  sind harmonische Anteile zu erkennen, die in ähnlicher Weise auch die Korrelationsfunktionen der simulierten Zeitreihen zeigen.

Die Autospektren der gemessenen sowie der prognostizierten Windkräfte sind in Abbildung 5.14 dargestellt. Das Spektrum des Windwiderstandes wird durch beide Modelle im gesamten Frequenzbereich überschätzt. Die Varianzen beider Modelle betragen gut 180 % der Messwerte. Im niedrigen und mittleren Frequenzbereich liegen die beiden Modelle auf gleichem Niveau. Der Spektralwert für die niedrigste Frequenz  $f = 0,005 \text{ Hz}$  beträgt beim gemessenen Windwiderstand nur etwa 63 % des von den beiden quasistationären Modellen vorhergesagten Spektralwertes. Im höherfrequenten Bereich liegen die Amplituden des Modells 1 oberhalb jener des Modells 2.

Das Spektrum des Windquertriebs wird vom Modell 1 im niedrigen Frequenzbereich unterschätzt. Das Modell 2 ist nur oberhalb  $0,5 \text{ Hz}$  konservativ. Die Varianz liegt bei beiden Modellen deutlich oberhalb der Varianz der Messwerte. Der Spektralwert für die niedrigste Frequenz wird von den quasistationären Modellen hingegen nur auf ein Drittel des tatsächlichen Wertes geschätzt. Der Prozess der Wirbelablösung ist in der Naturmessung deutlich breitbandiger, als er in den Simulationen unterstellt wird, vgl. Abbildung 5.14(b).

In Tabelle 5.1 sind die Abweichungen der Mittelwerte und der Varianzen der beiden Modelle von den Messwerten in Prozent angegeben. Die Mittelwerte des Windwiderstandes werden von den beiden Modellen gleichermaßen gut beschrieben. Für den Quertrieb trifft dies nur auf das Modell 1 zu. Da dessen mittlere Quertriebsbeiwerte den Messungen entstammen, war dies zu erwarten. Es ist jedoch zu berücksichtigen, dass die größeren prozentualen Abweichungen beim Modell 2 auf einen kleinen Mittelwert des Quertriebs bei senkrechter Anströmung bezogen sind.

Die Varianzen des Windwiderstandes überschätzen beide Modelle in gleicher Weise um das 1,8-Fache. Für die Schwankungsanteile der Windkräfte bedeutet dies, dass die quasistationären Modelle ca. 30 % höhere Kräfte für den Windwiderstand prognostizieren, als sich an den verkleideten Mastabschnitten messen lassen. Die Schwankung des Quertriebs wird jedoch von beiden

**Tabelle 5.1:** Güte der Beschreibung von Windkräften in turbulenter Strömung unter  $\bar{\varphi} \approx 0^\circ$ 

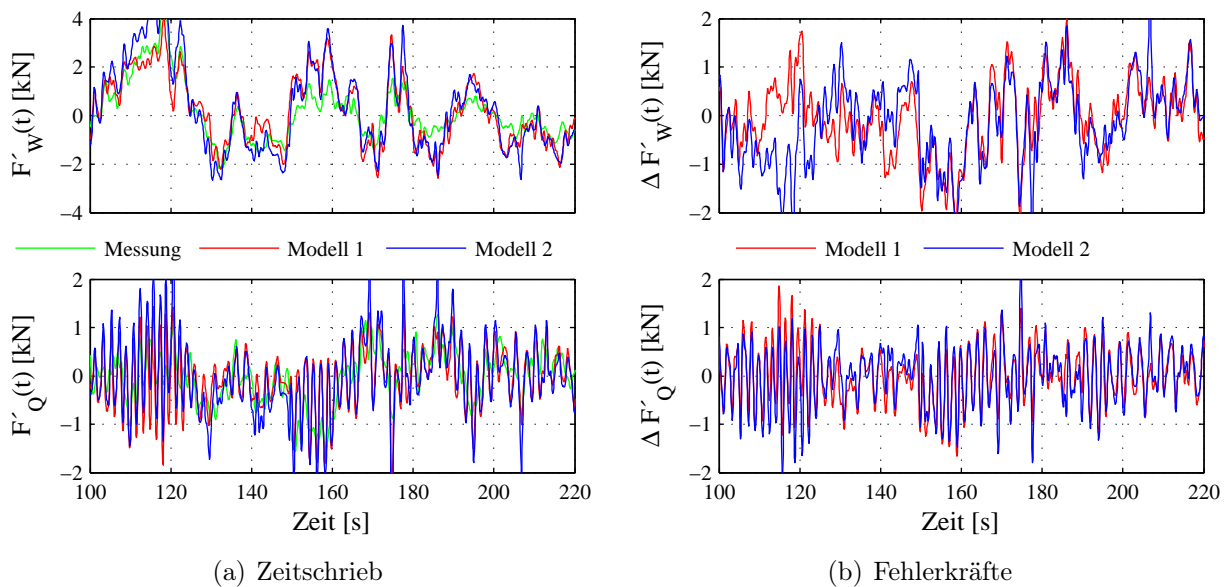
Nr.	Datum	Nr.	Ebene	$\bar{U}$	Modell 1				Modell 2			
					$\frac{\bar{F}_{W,1}}{\bar{F}_{W,M}}$	$\frac{\sigma^2_{W,1}}{\sigma^2_{W,M}}$	$\frac{\bar{F}_{Q,1}}{\bar{F}_{Q,M}}$	$\frac{\sigma^2_{Q,1}}{\sigma^2_{Q,M}}$	$\frac{\bar{F}_{W,2}}{\bar{F}_{W,M}}$	$\frac{\sigma^2_{W,2}}{\sigma^2_{W,M}}$	$\frac{\bar{F}_{Q,2}}{\bar{F}_{Q,M}}$	$\frac{\sigma^2_{Q,2}}{\sigma^2_{Q,M}}$
1	07.03.02	3 a	66 m	9,2	98	174	88	228	106	181	6	268
2	22.02.02	2 a	104 m	9,6	97	179	100	184	103	182	35	218
3	22.02.02	2 b	104 m	9,4	96	200	110	150	101	189	27	175
4	24.01.02	1 a	104 m	9,3	97	181	85	144	109	212	197	174
5	22.02.02	2 a	66 m	7,2	96	171	0	82	81	108	74	109

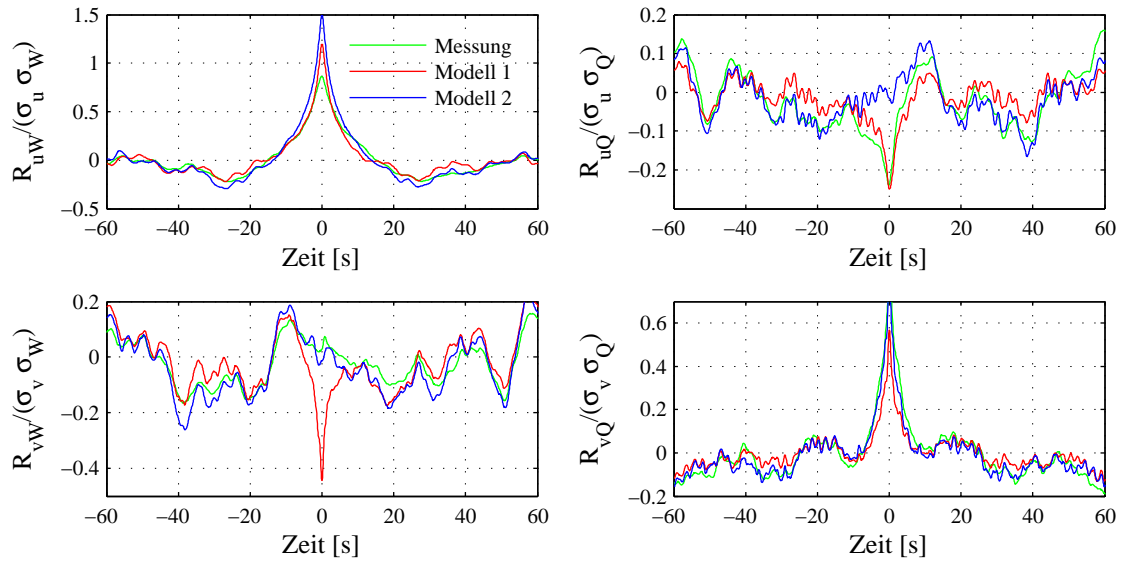
Modellen gleichermaßen deutlich überschätzt. Dies ist die Folge des Modells für die körperinduzierten Windkräfte.

In Anhang A, Tabelle A.4 sind die Ergebnisse für Messereignisse unter  $\bar{\varphi} \approx 30^\circ$  Anströmung dargestellt. Diese zeigen bezüglich der Mittelwerte ein vergleichbares Ergebnis. Die Varianzen des Quertriebs liegen jedoch hier sowohl bei Modell 1 als auch bei Modell 2 mit 200 % deutlich oberhalb der Messwerte.

### 5.3.2.2 Anströmung über Eck

Abbildung 5.15(a) zeigt simulierte Zeitschriebe der Windkräfte für ein Messereignis mit  $\bar{\varphi} \approx 45^\circ$  Anströmung und 50 % höherer Windgeschwindigkeit als das zuvor beschriebene Windergebnis im Vergleich mit den Messwerten. Trotz der höheren Windgeschwindigkeit sind beide

**Abbildung 5.15:** Messung 26.02.02 # 2b: Simulation der Windkräfte im Vergleich mit Messwerten

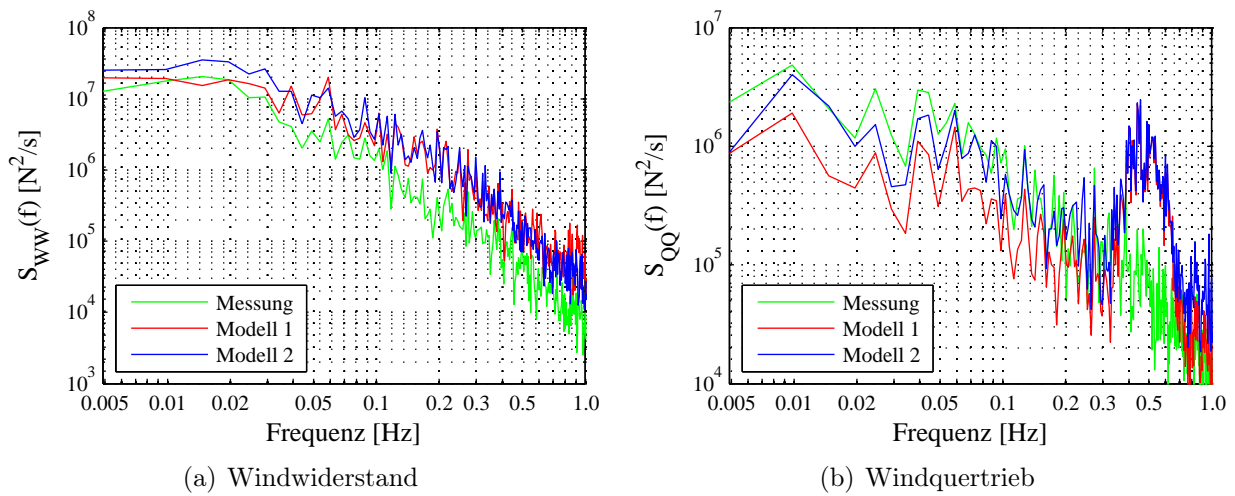


**Abbildung 5.16:** Messung 26.02.02 # 2b: Vergleich der Kreuzkorrelationsfunktionen

quasistationären Modelle nicht geeignet, die gemessenen Zeitverläufe der Windkräfte gut zu approximieren. Die Modelle beschreiben zwar den zeitlichen Verlauf des Windwiderstandes gut, überschätzen jedoch die Amplituden deutlich. Die Größenordnungen der Fehlerkräfte sind mit dem Ereignis unter senkrechter Anströmung vergleichbar.

Die Korrelation zwischen  $u$  und  $F_W$  wird durch die beiden quasistationären Modelle prinzipiell richtig wiedergegeben, jedoch verdeutlicht auch die Korrelationsfunktion die durch die Simulation auftretende Überschätzung der Amplituden, vgl. Abbildung 5.16. Eine Verschiebung des Korrelationsmaximums liegt hier nicht vor. Die tatsächlich vorhandene Korrelation zwischen  $u$  und dem Quertrieb wird nur durch das Modell 1, auch in der Größe, richtig wiedergegeben, wohingegen die von diesem Modell angegebene Korrelation zwischen  $v$  und dem Widerstand tatsächlich nicht vorhanden ist. Hier wiederum beschreibt das Modell 2 die Korrelationen richtig. Gleiches trifft auch auf den Zusammenhang zwischen  $v$  und  $F_Q$  zu. Hier wird die Ordinate der Korrelationsfunktion durch das Modell 2 gut getroffen. Die Zeitverschiebungen des Korrelationsmaximums zwischen  $v$  und  $F_Q$  betragen mit 0,2 Sekunden nur ein Zehntel des Wertes für senkrechte Anströmung auf den Mastschaft.

Wie Abbildung 5.17 auf der nächsten Seite zeigt, sind die simulierten Kraftspektren und das gemessene Kraftspektrum für den Windwiderstand lediglich im sehr niederfrequenten Bereich auf ähnlichem Niveau. Die Varianz des Windwiderstandes beträgt in der Simulation für beide Modelle um 200 % der Varianz des Messwertes, was einer Überschätzung der dynamischen Kraftamplituden von gut 40 % entspricht. Das Spektrum der Quertriebskraft wird durch das Modell 2 deutlich besser approximiert, es liegt im Frequenzband bis 0,3 Hz auf dem Niveau der Messung. Oberhalb von 0,7 Hz gewinnt offenbar das Spektrum der lateralen Turbulenz übermäßig Einfluss, was zu einem Anheben der Amplituden in diesem Bereich führt. Eine Beschreibung auf Basis der Buffeting-Koeffizienten unterschätzt hingegen im niedrigen Frequenzband den Prozess der Quertriebskräfte deutlich.



**Abbildung 5.17:** Messung 26.02.02 ‡ 2b: Vergleich der Autoleistungsdichtespektren der Windkräfte

**Tabelle 5.2:** Güte der Beschreibung von Windkräften in turbulenter Strömung unter  $\varphi \approx 45^\circ$

Nr.	Datum	Nr.	Ebene	$\bar{U}$	Modell 1				Modell 2			
					$\frac{\bar{F}_{W,1}}{\bar{F}_{W,M}}$	$\frac{\sigma^2_{W,1}}{\sigma^2_{W,M}}$	$\frac{\bar{F}_{Q,1}}{\bar{F}_{Q,M}}$	$\frac{\sigma^2_{Q,1}}{\sigma^2_{Q,M}}$	$\frac{\bar{F}_{W,2}}{\bar{F}_{W,M}}$	$\frac{\sigma^2_{W,2}}{\sigma^2_{W,M}}$	$\frac{\bar{F}_{Q,2}}{\bar{F}_{Q,M}}$	$\frac{\sigma^2_{Q,2}}{\sigma^2_{Q,M}}$
11	18.02.02	1 a	104 m	9,1	100	248	99	256	110	235	15	272
12	21.11.01	2 b	66 m	7,9	99	234	93	108	116	236	2	154
13	11.10.01	1 b	66 m	10,4	99	220	98	147	127	292	8	190
14	26.02.02	2 b	66 m	13,6	97	162	92	108	122	228	0	154
15	22.02.02	2 a	66 m	7,2	99	173	95	147	121	228	4	187

Die Energie des Wirbelablöseprozesses ist gegenüber senkrechter Anströmung reduziert. Es sind nur gering erhöhte Spektralwerte um die zentrale *Strouhal*-Frequenz von  $f_{St} \approx 0,35 \text{ Hz}$  im gemessenen Amplitudenspektrum erkennbar.

Die Zusammenstellung von Ergebnissen für alle ausgewerteten Messungen mit Anströmung über Eck ist in Tabelle 5.2 zu finden. Die Mittelwerte des Windwiderstandes werden durch das Modell 2 um ca. 20 % überschätzt. Dies konnte man bereits aufgrund der Ergebnisse in Abbildung 5.3(b) erwarten. Das Modell 1 prognostiziert hier die Mittelwerte naturgemäß besser. Die Schwankungsanteile des Widerstandes hingegen werden durch beide Modelle gleichermaßen deutlich überschätzt. Bei der Prognose des turbulenten Anteils am Quertrieb hingegen besitzt das Modell 2 im niederfrequenten Bereich Vorteile, was sich jedoch nicht in besser prognostizierten Varianzen ausdrückt.

### 5.3.3 Bewertung quasistationärer Modelle für die Windkräfte

In der Regel werden schlanke Bauwerke auf Basis quasistationärer Windlastmodelle bemessen. Üblicherweise beschränkt man sich dabei auf die longitudinale Turbulenzkomponente. Die Vernachlässigung lateraler Turbulenz hat, wie bereits *Behrens* zeigte, erheblichen Einfluss nicht nur auf die Quertriebskräfte, sondern auch auf den Windwiderstand. Die linearisierte Beschreibung der aerodynamischen Kraftbeiwerte mittels identifizierter Buffeting-Koeffizienten ist zur Beschreibung des Windwiderstandes im Zeitbereich ebenso geeignet, wie deren Beschreibung auf Basis eines Beiwerteverlaufs aus Windkanalversuchen in glatter Strömung.

In Naturmessungen, bei mäßigen Windgeschwindigkeiten bis  $13 \text{ m/s}$ , konnte nur für die Mittelwerte eine gute Übereinstimmung zwischen quasistationärer Simulation und den Messwerten der Widerstandskräfte festgestellt werden. Die mittleren Quertriebskräfte werden auf Basis von aus Windkanalexperimenten gewonnenen Beiwerten zu niedrig abgeschätzt, jedoch liegen die mittleren Quertriebskräfte im Allgemeinen auf niedrigem Niveau. Die Schwankungsanteile des Windwiderstandes werden durch die quasistationären Übertragungsmodelle deutlich, im Mittel mit etwa 30 %, überschätzt. Hier sind solche Modelle konservativ und erlauben damit eine auf sicherer Seite liegende Abschätzung der Windkräfte.

*Hölscher* gibt an, dass man in kleinskaliger Turbulenz  $L_{ux}/b \approx 1,5$  mit einer Reduktion der Spektraldichte bei  $f = 0,005 \text{ Hz}$  von ca. 65 % rechnen kann [Höls93]. Die hier untersuchten Windsituationen liegen mit Integrallängenmaßen  $L_{ux}/b = 5$  bis 13 über diesem Wert aber doch überwiegend unterhalb der von *Niemann et al.* angegebenen Grenze einer Zulässigkeit der Annahme quasistationärer Übertragung für  $L_{ux}/b \gg 10$  [Niem96]. Es liegen jedoch bisher keine brauchbaren Messungen mit höheren Windgeschwindigkeiten und größeren Integrallängenmaßen vor, so dass eine Abhängigkeit der Güte quasistationärer Simulationen von diesen Eigenschaften der Windströmung im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt werden konnte.

Die geringere Spektraldichte der gemessenen Windkräfte im gesamten Frequenzband ist wohl auf die verminderte Korrelation der Drücke auf der Oberseite des verkleideten Mastschaftes zurückzuführen. Hierbei ist zusätzlich zu beachten, dass die Messungen der Windgeschwindigkeit möglicherweise durch Verdrängungseffekte des Mastschaftes beeinflusst sind, da die Verdrängungszone etwa das 1,5-Fache der Körperabmessung umfasst [Höls93]. Hierdurch wird die von den Windsensoren gemessene Turbulenzstruktur gegenüber der freien Anströmung verändert, was Vergleiche, zum Beispiel mit Windkanalversuchen erschwert [Hunt90].

Eine Beschreibung der Schwankungsanteile des Quertriebs infolge Turbulenz mittels quasistationärer Modelle hingegen führt sowohl bei senkrechter Anströmung als auch bei Anströmung über Eck stets zu einer deutlichen Unterschätzung des wahren Quertriebsspektrums. Lediglich unter  $30^\circ$  Anströmung – siehe Tabelle A.4 – ergeben sich konservative Quertriebsspektren, was auf den hier deutlich größeren stationären Kraftbeiwert  $a_Q \cdot \text{sgn}(dC_W/d\varphi) + \overline{C}_W$  zurückgeführt werden kann, vgl. Gleichung (5.17) auf Seite 80.

Eine Beschreibung der Wirbelablösung mittels eines monofrequenten Ansatzes auf Basis des analytischen Signals und turbulenter *Strouhal*-Frequenz ist geeignet, die Untersuchungen von *Vickery* zu beschreiben. Im Gegensatz zu den Naturmessungen ist der so generierte Prozess jedoch zu schmalbandig. *Behrens* stellt eine bessere Approximation des gemessenen Quertriebsspektrums bei einem Bandbreitenmaß von  $3 \dots 4 \cdot I_u$  fest [Behr04]. Eine solche Bandbreite des

Prozesses der Wirbelkräfte kann mit dem vorgestellten Modell nicht erzeugt werden. Zudem tritt Beobachtungen von *Niemann* zufolge die Wirbelablösung nicht, wie in dem hier unterstellten Modell kontinuierlich, sondern vielmehr intermittierend auf [Niem01]. Der Prozess der böeninduzierten Windkräfte wird also nicht permanent, sondern nur in mehr oder minder begrenzten Zeitfenstern von körperinduzierten Windkräften überlagert. Die Annahme eines kontinuierlichen Lastprozesses nach Gleichung (5.12) vermag die Fehler bei der Beschreibung lateraler Windkräfte nicht wesentlich zu reduzieren.

# 6 Instationäre Beschreibung turbulenzinduzierter Windlasten

---

*In diesem Kapitel werden zunächst die Grundlagen der zur Formulierung des Übertragungsverhaltens verwendeten Systemtheorie beschrieben und notwendige Begriffe erläutert. Anschließend wird das verwendete Modell zur frequenzabhängigen Übertragung der Windturbulenz auf Basis aerodynamischer Admittanzen dargestellt und dessen Transformation in den Zeitbereich aufgezeigt. Die Zusammenhänge der Kausalität von Übertragungsfunktionen werden anhand der Hilbert-Transformation dargelegt. Es wird ein Algorithmus vorgestellt, der eine Identifikation von aerodynamischen Übertragungsfunktionen erlaubt. Anschließend erfolgt eine Approximation identifizierter komplexer Übertragungsfunktionen mittels rationaler Funktionen sowie deren Darstellung im Zeitbereich in Gestalt von Impuls- und Sprungantwortfunktionen.*

---

## 6.1 Einleitung

Will man physikalische Vorgänge theoretisch untersuchen, benötigt man ein Modell, welches diese Vorgänge durch mathematische Formulierungen mit gewünschter Genauigkeit beschreibt. Erst die mathematische Formulierung macht eine Prognose des physikalischen Prozesses überhaupt möglich. Physikalische Eingangsgrößen, Übertragungsmodell und Ausgangsgrößen werden als System bezeichnet. Die Identifikation dieser Modelle wird in der sogenannten Systemtheorie behandelt.

### 6.1.1 Begriffe in der Systemtheorie

Es ist angebracht, zunächst einige wichtige Begriffe aus der Systemtheorie zu definieren, um nachfolgende Erläuterungen zu vereinfachen.

#### **Zeitinvarianz**

Sind die fundamentalen Systemeigenschaften innerhalb des betrachteten Übertragungszeitraumes konstant, kann von einem zeitinvarianten System gesprochen werden (engl.: **Time Invariant**).



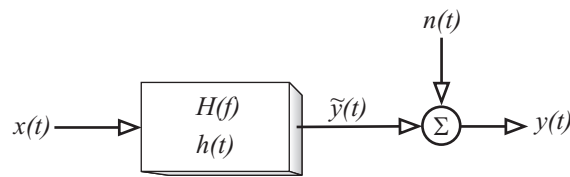


Abbildung 6.1: Schema des SiSo-Systems

### Gedächtnislose Systeme

Übertragungssysteme, welche die gegenwärtigen Ausgangswerte nur auf Basis der gegenwärtigen Systemeingänge berechnen, bezeichnet man als gedächtnislos. Die quasistationären Übertragungsmodelle nach Abschnitt 2.2 und Kapitel 5 sind gedächtnislose Übertragungssysteme, da sie die momentane Windkraft aus dem momentanen Windvektor berechnen. Vorausgegangene Strömungszustände gehen nicht in die Berechnung der momentanen Windkraft ein.

### Systeme mit Gedächtnis

Im Gegensatz zu den gedächtnislosen Systemen bestehen bei Systemen mit Gedächtnis die Systemausgänge aus vom Übertragungsmodell gewichteten Systemeingängen, die zu verschiedenen Zeitpunkten auftreten. Wird eine endliche Anzahl von Systemeingängen verwendet, spricht man von Systemen mit finitem oder flüchtigem Gedächtnis.<sup>1</sup> Als Erweiterung dazu wird von Systemen mit infinitem Gedächtnis gesprochen, wenn alle Systemeingänge für die Berechnung des momentanen Systemausgangs herangezogen werden. Die hier behandelten instationären Systeme sind stets Systeme mit Gedächtnis, da auch zurückliegende Windereignisse mit in die Berechnung der aktuellen Windkraft einfließen.

#### 6.1.2 Das SiSo-LTI-System

Anhand des einfachen Übertragungssystems mit jeweils einem Ein- und Ausgang werden die grundlegenden Beziehungen von Übertragungssystemen dargestellt. Dieses System ist als SiSo-System (engl.: **S**ingle-**i**nterface **S**ingle-**o**utput) bekannt. Für dieses System gilt ein lineares Übertragungsverhalten sowie die zeitliche Konstanz des Übertragungssystems (engl. **L**inear-**T**ime-**I**nvariant). Beim Identifikationsproblem ist die Übertragungsfunktion entweder in Gestalt der Admittanz  $H(f)$  oder der Impulsantwort  $h(t)$  gesucht. Der Systemeingang  $x(t)$  liegt ebenso wie der Systemausgang  $y(t)$  in Form von Messwerten vor. Der Systemausgang besteht dabei aus einer Überlagerung der wahren Ausgangsgröße  $\tilde{y}(t)$  mit einer unbekannten Störung  $n(t)$ . Das Schema dieses Systems ist in Abbildung 6.1 gezeigt.

<sup>1</sup>In der Systemtheorie werden gedächtnislose Systeme auch als statische Systeme, solche mit flüchtigem Gedächtnis als dynamische Systeme bezeichnet. In dieser Arbeit wird eine solche Bezeichnungsweise vermieden, da diese im Zusammenhang mit Problemstellungen des Bauingenieurwesens zu Missverständnissen führen kann.

### 6.1.2.1 Ideale und optimale Übertragung

Im Idealfall, wenn keine Störung  $n(t)$  vorliegt, kann die Admittanz des SiSo-Systems theoretisch verlustfrei unmittelbar aus dem Quotienten der *Fourier*-Transformierten von Systemein- und Systemausgang berechnet werden.

$$H_{x,y}(f) = \frac{\mathcal{F}\{y(t)\}}{\mathcal{F}\{x(t)\}} = \frac{Y(f)}{X(f)} \quad (6.1)$$

Wird der Systemausgang  $\tilde{y}(t)$  von einer Störung  $n(t)$  überlagert, so dass gilt

$$y(t) = \tilde{y}(t) + n(t) \quad (6.2)$$

lässt sich die Admittanz  $H(f)$  unter der Voraussetzung, dass die Störgröße nicht mit den Systemprozessen  $x(t)$  und  $\tilde{y}(t)$  korreliert ist, eindeutig aus den Auto- und Kreuzleistungsdichtespektren der Systemein- und Systemausgänge berechnen.

$$H_{x,y}(f) = \frac{S_{x,y}(f)}{S_{xx}(f)} \quad (6.3)$$

Die Störung kann auch mit dem Systemausgang  $\tilde{y}(t)$  korreliert sein, zum Beispiel weil andere, nicht erfasste Signale, die mit dem Eingang  $x(t)$  korreliert sind, auf das System einwirken. Die Gleichung (6.3) stellt dann eine optimale, mit minimalem quadratischem Fehler behaftete Schätzung der wahren komplexwertigen Admittanz dar. Das Optimum  $H_{x,y}(f)$  führt dann automatisch zu einem mit der Störung  $n(t)$  unkorrelierten Ausgang  $y(t)$  [Bend00]. Das Autoleistungsdichtespektrum des linear bedingten Anteils am Gesamtausgang lässt sich somit zu

$$S_{\tilde{y}\tilde{y}}(f) = |H_{x,y}(f)|^2 \cdot S_{xx}(f) \quad (6.4)$$

bestimmen. Das Autoleistungsdichtespektrum des messbaren Gesamtausgangs beinhaltet stets auch die Anteile aus der Systemstörung und ergibt sich aus der Überlagerung des Spektrums der Störung mit dem linear bedingten Anteil.

$$S_{yy}(f) = S_{\tilde{y}\tilde{y}}(f) + S_n(f) \quad (6.5)$$

Definiert man eine Kohärenzfunktion in der Form

$$coh_{x,y}(f) = \frac{|S_{x,y}(f)|}{\sqrt{S_{xx}(f) \cdot S_{yy}(f)}} \leq 1 \quad (6.6)$$

ergeben sich die Autoleistungsdichtespektren des Systemausgangs  $\tilde{y}(t)$  sowie der Störung  $n(t)$  aus dem Gesamtausgang  $y(t)$  über

$$S_{\tilde{y}\tilde{y}} = coh_{x,y}^2(f) \cdot S_{yy}(f) \quad (6.7)$$

$$S_{nn} = (1 - coh_{x,y}^2(f)) \cdot S_{yy}(f) \quad (6.8)$$

**Tabelle 6.1:** Abschätzung des Variationskoeffizienten der statistischen Parameter eines SiSo-Übertragungssystems aus [Bend00]

Parameter des SiSo-Systems		Variationskoeffizient $\epsilon$
Autoleistungsdichte	$S_{xx}(f)$	$\frac{1}{\sqrt{N}}$
Kreuzleistungsdichte	$ S_{x,y}(f) $	$\frac{1}{ coh_{x,y}(f)  \cdot \sqrt{N}}$
Betrag der Admittanz	$ H_{x,y}(f) $	$\frac{\sqrt{2 \cdot (1 - coh_{x,y}^2(f))}}{coh_{x,y}(f) \cdot \sqrt{N}}$
Realteil der Admittanz	$\Re\{H_{x,y}(f)\}$	$\frac{\sqrt{S_{xx}(f) \cdot S_{yy}(f) + \Re\{H_{x,y}(f)\}^2 - \Im\{H_{x,y}(f)\}^2}}{\Re\{H_{x,y}(f)\} \cdot \sqrt{2 \cdot N}}$
Imaginärteil der Admittanz	$\Im\{H_{x,y}(f)\}$	$\frac{\sqrt{S_{xx}(f) \cdot S_{yy}(f) + \Im\{H_{x,y}(f)\}^2 - \Re\{H_{x,y}(f)\}^2}}{\Im\{H_{x,y}(f)\} \cdot \sqrt{2 \cdot N}}$

Die Kohärenz stellt somit einen Indikator zur Güte des unterstellten linearen Übertragungsmodells dar. Ist die Kohärenz über das gesamte Frequenzband identisch eins, wird der Prozess durch das lineare Übertragungssystem vollständig beschrieben.

Da die Leistungsdichtespektren, wie in Abschnitt 3.3.1 auf Seite 29 beschrieben, nur als Schätzung der wahren Leistungsdichte der Messwerte vorliegen, gelingt für die Übertragungsfunktion mit den vorgestellten Systemgleichungen ebenfalls nur eine Schätzung. Wird der mit dieser Schätzung verbundene zufällige Fehler als normalverteilt unterstellt, lässt sich der Vertrauensbereich zum Beispiel von Amplituden- und Phasengang der Admittanz angeben [Höls93, Bend00]. Der wahre Wert  $\Lambda^\diamond(f)$  eines Schätzwertes  $\Lambda$  des Übertragungssystems liegt innerhalb des Intervalles

$$\Lambda(f) \cdot (1 - g \cdot \epsilon) \leq \Lambda^\diamond(f) \leq \Lambda(f) \cdot (1 + g \cdot \epsilon) \quad (6.9)$$

Hierin sind

- $\Lambda \dots$  der Schätzwert der betrachteten Größe
- $\Lambda^\diamond \dots$  der wahre Wert der betrachteten Größe
- $\epsilon \dots$  ein Schätzwert für den Variationskoeffizienten nach Tabelle 6.1
- $g \dots$  ein Parameter zur Festlegung des gewünschten Vertrauensintervalls  
 $g \approx 1$  für 68 %,  $g \approx 2$  für 95 %,  $g \approx 3$  für 99 %

Anhand der Angaben in Tabelle 6.1 kann man feststellen, dass der statistische Fehler stets umgekehrt proportional zur Wurzel des Stichprobenumfangs  $N$  ist.  $N$  muss dabei die Anzahl der unabhängigen Ereignisse sein.<sup>2</sup> Der statistische Fehler erlangt zudem über die Verbindung mit der wahren Kohärenz  $coh^\diamond(f)$  eine Frequenzabhängigkeit, die erst dann verschwindet, wenn

<sup>2</sup>Unter Bezug auf Abschnitt 3.3.1 wird in dieser Arbeit  $N = 106$  gewählt. Tatsächlich sind die überlappenden Zeitschriebe nicht statistisch unabhängig.

die Größen voll korreliert sind. Da die wahre Kohärenz selber unbekannt ist, muss hierfür der Schätzwert der Kohärenz  $\text{coh}(f)$  eingesetzt werden.

Eine Berechnung des Vertrauensbereichs für das Phasenspektrum  $\Phi_{x,y}(f)$  sollte nicht über den Variationskoeffizienten erfolgen, da die Phase auch verschwinden kann. Die Standardabweichung der Phase kann über

$$\sigma_{\Phi_{x,y}}(f) \approx \frac{\sqrt{1 - \text{coh}_{x,y}^2(f)}}{|\text{coh}_{x,y}(f)| \cdot \sqrt{2 \cdot N}} \quad (6.10)$$

abgeschätzt werden [Bend00].

### 6.1.2.2 Zeitbereichsdarstellung der instationären Übertragung

Da die *Fourier*-Transformation eine vollständige Transformation im mathematischen Sinn ist, kann bei Vorliegen aller *Fourier*-Glieder die Transformation rückgängig gemacht und alle Beziehungen in den Zeitbereich zurücktransformiert werden. Liegt also die Admittanz nach Gleichung (6.3) mit Real- und Imaginärteil vor, kann diese verlustfrei in den Zeitbereich transformiert werden. Man erhält dann aus der Admittanz  $H(f)$  mittels Gleichung (6.11) die Impulsantwort  $h(t)$  des Übertragungssystems.

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{i2\pi ft} df \quad H(f) \xrightarrow{\mathcal{F}} h(t) \quad (6.11)$$

Ebenso gilt die inverse Beziehung

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (6.12)$$

Mit Hilfe der Impulsantwortfunktion kann eine der Gleichung (6.4) vollständig äquivalente Darstellung im Zeitbereich erfolgen. Der Systemausgang  $\tilde{y}(t)$  ergibt sich über

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) x(\tau) d\tau = h(t) * x(t). \quad (6.13)$$

Die Gleichung (6.13) wird als *Wiener-Hopf*'sche Integralgleichung bezeichnet [Natk92, Brig97]. Hierin ist  $*$  das Faltungssymbol. Damit ist eine Zeitbereichsdarstellung der instationären Übertragung gefunden. Wird der kontinuierliche Zeitschrieb in Einzelimpulse der Breite  $d\tau$  aufgeteilt, gelingt die Berechnung des Systemausgangs unter zwei Voraussetzungen:

- (a) Die Impulsantwort ist bekannt und
- (b) es darf lineares Systemverhalten angenommen werden.

Der kontinuierliche Systemausgang ergibt sich dann aus einer Überlagerung der Systemantworten auf die Einzelimpulse  $x(t)$ . Diese Übertragungsweise dynamischer Vorgänge ist in der Baudynamik auch als *Duhamel-Integral* bekannt.

Neben der Darstellung der Übertragungsfunktion im Zeitbereich als Impulsantwort kann auch eine Darstellung in Form einer Sprungantwort gefunden werden, indem man für  $x(t)$  in Gleichung (6.13) die Einheitssprungfunktion  $\epsilon(t)$  mit

$$\epsilon(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1 & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad (6.14)$$

einsetzt. Man erhält so die Sprungantwort  $\phi(t)$  des Übertragungssystems auf den Einheitsprung  $\epsilon(t)$ .

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau = \int_0^{\infty} 1 \cdot h(t - \tau) d\tau \implies \frac{d\phi(t)}{dt} = \dot{\phi}(t) = h(t) \quad (6.15)$$

Die Sprungantwort ist die Stammfunktion der Impulsantwort und ermöglicht die Berechnung des Systemausgangs in äquivalenter Weise, sofern als Systemeingang die Zeitableitung der physikalischen Größe verwendet wird. Diese zweite Variante einer Darstellung der Systemübertragung im Zeitbereich ergibt sich formal durch partielle Integration von Gleichung (6.13).

$$\tilde{y}(t) = x(0) \cdot \phi(t) + \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t - \tau) \cdot \dot{x}(\tau) d\tau \quad (6.16)$$

Unter Beachtung von Gleichung (6.12) auf der vorherigen Seite ergibt sich für  $f = 0$  der Startwert der Übertragungsfunktion zu

$$H(0) = \Re \{H(0)\} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt \quad (6.17)$$

Dies bedeutet, dass die Fläche unter der Impulsantwort dem stationären Wert der Übertragung entspricht, also dem Wert, der sich als Quotient zwischen einer sich sehr langsamen Änderung des Einganges und dem Ausgang im Frequenzbereich ergibt. Ebenso folgt daraus der Grenzwert, dem die Sprungantwort zustrebt, zu

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt = H(0) = \Re \{H(0)\} \quad (6.18)$$

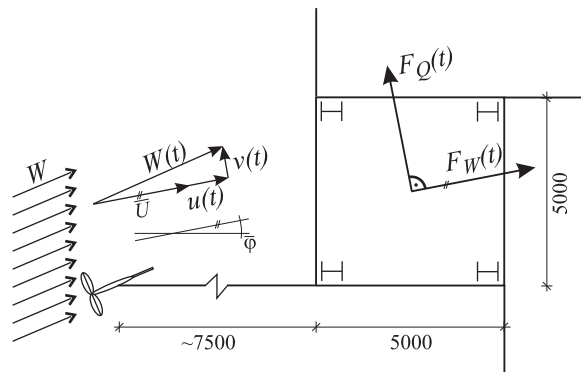


Abbildung 6.2: System zur Messung der Übertragung von Windkräften am Mast Gartow II

## 6.2 Instationäre Windlasten mittels MiSo-LTI-System

Grundsätzlich handelt es sich bei der Übertragung von Windgeschwindigkeiten (Eingangsgrößen) in Druck- oder Kraftschwankungen (Ausgangsgrößen) um Systeme mit einer Vielzahl von Systemeingängen. In der Praxis ist jedoch der Einfluss vieler Eingangsgrößen auf die Übertragung gering und kann in guter Näherung vernachlässigt werden. Wichtig ist hingegen die Erfassung fundamentaler Eigenschaften des Übertragungssystems.

Abbildung 6.2 zeigt das Messsystem am Mast Gartow II zur Messung turbulenter Windgeschwindigkeiten und Windlasten. Die Details der Messanlage wurden bereits in Kapitel 3.1 ausführlich beschrieben.

Für die Umsetzung der longitudinalen und lateralen Windgeschwindigkeitsschwankungen zu Windkräften wird ein mathematisches Modell zugrunde gelegt, welches aus den beiden Eingangsgrößen  $u(t)$  und  $v(t)$ , zweier Übertragungsfunktionen und einer Ausgangsgröße  $F_W(t)$  oder  $F_Q(t)$  besteht. Ziel dieses mathematischen Modells ist die Beschreibung der zeitabhängigen Lastwirkung infolge der rein äußeren, zeitveränderlichen Einwirkung infolge der Windböen (engl. **buffeting**). Zusätzliche Lastanteile, die aus einer Bauwerks-Wind-Wechselwirkung resultieren, wie zum Beispiel die aeroelastischen Einwirkungseffekte oder Windkräfte aus körperinduzierter Turbulenz infolge einer Wirbelablösung an den Kanten des Baukörpers, werden nicht betrachtet. Da die beiden Komponenten der Windkraft in longitudinaler und lateraler Richtung unabhängig voneinander sind, kann das Übertragungssystem getrennt für den Widerstand und den Quertrieb formuliert werden [Bend00].

Solche mathematischen Modelle mit zwei oder mehr Eingängen und einem Ausgang sind als MiSo-Systeme (engl.: **M**ulti-**i**nter-**S**ingle-**o**utput) bekannt. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von multivariaten Systemen, da das Zusammenwirken mehrerer Variablen untersucht wird. Das Schema des in dieser Arbeit analysierten Übertragungssystems ist in Abbildung 6.3 auf der nächsten Seite gezeigt.

Als Systemeingänge werden ausschließlich die Messwerte des besten luvseitigen Windsensors verwendet, da eine zusätzliche Verwendung von Messdaten der seitwärts des Baukörpers gelegenen Windsensoren wegen körperinduzierter Turbulenzen nicht sinnvoll ist. Die gemessene

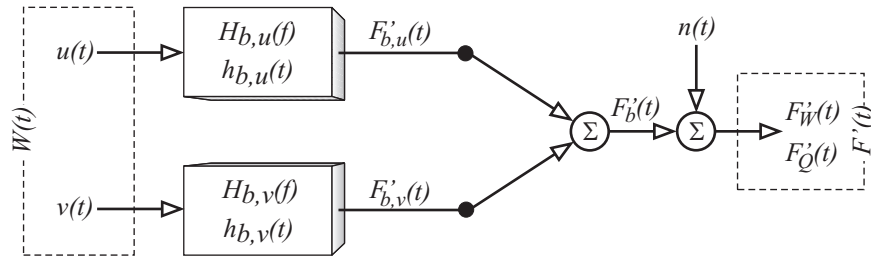


Abbildung 6.3: Schema des MiSo-Systems

Quertriebskomponente der Windkraft  $F_Q(t)$  senkrecht zur mittleren Windrichtung und die gemessene Widerstandskomponente der Windkraft  $F_W(t)$  parallel zur mittleren Windrichtung beinhalten bereits eine Störgröße  $n(t)$ . Alle Anteile an der Windlast, die nicht in einer linearen Beziehung zu den Systemeingängen stehen, werden als in dieser Störgröße zusammengefasst betrachtet. Die Schwankungen der Windkräfte  $F'_{b,k}(t)$ ,<sup>3</sup> die ausschließlich durch die Schwankungen der Windgeschwindigkeit  $k(t)$  bedingt sind – nachfolgend wird hierbei von der turbulenzinduzierten Komponente der Windlast gesprochen – sind im Modell verborgen und können nicht gemessen werden. Die Modellübertragung wird durch die Übertragungsfunktionen  $H(f)$  im Frequenzbereich oder  $h(t)$  im Zeitbereich beschrieben. Ziel eines jeden Identifikationsprozesses ist es, den Prozess weitgehend durch die Übertragungsfunktionen abzubilden und die in der Störgröße  $n(t)$  zusammengefassten Modellungenauigkeiten zu minimieren.

### 6.2.1 Aerodynamische Übertragung im Frequenzbereich

Aus der simultanen Messung der Windgeschwindigkeiten und der Windkräfte lässt sich deren mathematischer Zusammenhang durch die komplexe Übertragungsfunktion im Frequenzbereich quantifizieren.

Wie frühere Messungen am Mast Gartow II gezeigt haben, sind die beiden Turbulenzkomponenten  $u(t)$  und  $v(t)$  in guter Näherung unkorreliert und somit statistisch unabhängig [Peil97]. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich die komplexe Übertragungsfunktion zwischen den Eingangsgrößen und dem Systemausgang aus den jeweiligen Kreuzleistungsdichtespektren und dem Autoleistungsdichtespektrum des Eingangs [Bend00]. Es ergeben sich damit für den Widerstand die zwei Übertragungsfunktionen zu

$$H_{W,u}(f) = \frac{S_{u,F_W}(f)}{S_{uu}(f)} \quad |H_{W,u}(f)|^2 = coh_{u,F_W}^2(f) \cdot \frac{S_{F_W F_W}(f)}{S_{uu}(f)} \quad (6.19)$$

$$H_{W,v}(f) = \frac{S_{v,F_W}(f)}{S_{vv}(f)} \quad |H_{W,v}(f)|^2 = coh_{v,F_W}^2(f) \cdot \frac{S_{F_W F_W}(f)}{S_{vv}(f)} \quad (6.20)$$

<sup>3</sup>Der Index „b“ steht als Abkürzung für die im englische Sprachraum übliche Bezeichnung (engl.: buffeting) der turbulenzinduzierten Windlasten.

In analoger Weise erhält man die komplexen Übertragungsfunktionen für den Quertrieb.

$$H_{Q,u}(f) = \frac{S_{u,F_Q}(f)}{S_{uu}(f)} \quad |H_{Q,u}(f)|^2 = coh_{u,F_Q}^2(f) \cdot \frac{S_{F_Q F_Q}(f)}{S_{uu}(f)} \quad (6.21)$$

$$H_{Q,v}(f) = \frac{S_{v,F_Q}(f)}{S_{vv}(f)} \quad |H_{Q,v}(f)|^2 = coh_{v,F_Q}^2(f) \cdot \frac{S_{F_Q F_Q}(f)}{S_{vv}(f)} \quad (6.22)$$

Diese Beziehungen stellen bei Vorliegen einer Korrelation zwischen der Störung  $n(t)$  und den Systemeingängen eine optimale Beschreibung des mathematischen Zusammenhangs zwischen den Eingangsgrößen einerseits und den Systemausgängen andererseits dar. Als Optimum wird dabei jene Admittanz angesehen, welche die als Abweichung zwischen Prognose und Messung aufgefasste Störgröße  $n(t)$  minimiert. Liegen die optimalen Übertragungsfunktionen vor, führt dies automatisch zum Verschwinden der Kreuzleistungsdichtespektren  $S_{u,n}(f)$  und  $S_{v,n}(f)$  [Bend00]. Die Störung ist nicht mehr mit den Systemeingängen korreliert. Für jede Kraftkomponente sind zwei Übertragungsfunktionen zu ermitteln, die den Zusammenhang mit der longitudinalen und der lateralen Turbulenzkomponente herstellen. Es gilt somit für das Autoleistungsdichtespektrum der messbaren Ausgangsgröße der Windkraft

$$S_{F_W F_W}(f) = |H_{W,u}(f)|^2 \cdot S_{uu}(f) + |H_{W,v}(f)|^2 \cdot S_{vv}(f) + S_{nn}^W(f) \quad (6.23)$$

$$S_{F_Q F_Q}(f) = |H_{Q,u}(f)|^2 \cdot S_{uu}(f) + |H_{Q,v}(f)|^2 \cdot S_{vv}(f) + S_{nn}^Q(f) \quad (6.24)$$

### 6.2.1.1 Systemkonditionierung

Bei einem System mit mehreren Eingängen bietet es sich an, zusätzlich zur gewöhnlichen Kohärenzfunktion nach Gleichung (6.6) zwei weitere Kohärenzfunktionen zu definieren: die multiple und die partielle Kohärenz. Die multiple Kohärenz nach Gleichung (6.25) beschreibt dabei den linearen Zusammenhang zwischen allen Eingangsgrößen und der Ausgangsgröße.

$$coh_{W:F_b}^2(f) = \frac{S_{F_b F_b}(f)}{S_{FF}(f)} \quad (6.25)$$

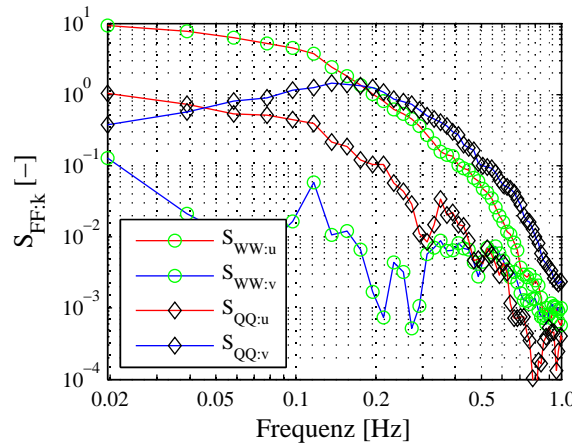
Die multiple Kohärenz erlaubt eine Aussage, welcher Anteil an der gemessenen Windkraft durch das Modell erklärt werden kann. Für den vorliegenden Fall unkorrelierter Eingänge mit  $R_{uv}(\tau) \approx 0$  entspricht die multiple Kohärenz der Summe der gewöhnlichen Kohärenzen nach Gleichung (6.6).

Die partielle Kohärenz nach Gleichung (6.26) hingegen betrachtet den linearen Zusammenhang einzelner Systemein- und -ausgänge durch Verwendung konditionierter Systemgrößen und ermöglicht so eine Bewertung der ursachenbedingten Abhängigkeiten zwischen den Systemein- und -ausgängen.

$$coh_{u,F \cdot v}^2(f) = \frac{|S_{u,F \cdot v}(f)|^2}{S_{uu \cdot v}(f) \cdot S_{FF \cdot v}(f)} \quad coh_{v,F \cdot u}^2(f) = \frac{|S_{v,F \cdot u}(f)|^2}{S_{vv \cdot u}(f) \cdot S_{FF \cdot u}(f)} \quad (6.26)$$

Das Vorgehen zur Berechnung der partiellen Kohärenz wird am Beispiel der longitudinalen





**Abbildung 6.4:** Messung 07.03.02 # 3a: konditionierte Windkraftspektren (varianznormiert)

Windgeschwindigkeitsschwankung erläutert. Zunächst wird  $u(t)$  in zwei Anteile zerlegt: in einen von  $v(t)$  linear abhängigen, kohärenten Anteil  $u_{\cdot v}(t)$  und einen residualen Anteil  $u_{\cdot v}(t)$ , der nicht linear durch  $v(t)$  bedingt ist. Diese Zerlegung wird Konditionierung genannt. Das durch die laterale Windgeschwindigkeit bedingte Autoleistungsdichtespektrum von  $u(t)$  ergibt sich zu

$$S_{uu \cdot v}(f) = coh_{u,v}^2(f) \cdot S_{uu}(f) \quad (6.27)$$

Für das residuale Spektrum der longitudinalen Turbulenz folgt dementsprechend

$$S_{uu \cdot v}(f) = (1 - coh_{u,v}^2(f)) \cdot S_{uu}(f) \quad (6.28)$$

und wird, da von den linear durch  $v(t)$  bedingten Anteilen befreit, auch als konditioniertes Spektrum bezeichnet [Bend00]. Ebenso kann auch der Systemausgang  $F'(t)$  konditioniert werden. Das konditionierte Spektrum der Windkraft, das von den linear durch  $v(t)$  bedingten Anteilen befreit ist, ergibt sich analog zu

$$S_{FF \cdot v}(f) = (1 - coh_{v,F}^2(f)) \cdot S_{FF}(f) \quad (6.29)$$

Auf eine Konditionierung der Systemeingänge kann verzichtet werden, da die Größen unkorreliert sind und damit die Kohärenzfunktion zwischen  $u(t)$  und  $v(t)$  verschwindet. Eine Konditionierung der Kraftspektren hingegen ist erforderlich, wie Abbildung 6.4 zeigt. Hier liegen, insbesondere für den Quertrieb, die Anteile der einzelnen Turbulenzkomponenten am Kraftspektrum in ähnlicher Größenordnung.

Zur Berechnung der partiellen Kohärenz zwischen  $u(t)$  und  $F'(t)$  nach Gleichung (6.26) werden somit nur die Anteile der Systemgrößen verwendet, die nicht mit dem zweiten Systemeingang  $v(t)$  korreliert sind. Das Kreuzleistungsdichtespektrum  $S_{u,F \cdot v}(f)$  zwischen  $u_{\cdot v}(t)$  und der Windlast  $F'(t)$  ist wegen der unkorrelierten Systemeingänge mit  $S_{u,F}(f)$  identisch. Der Unterschied zur gewöhnlichen Kohärenz besteht in diesem Fall lediglich in der Konditionierung des Systemausgangs. Für weitere Hinweise zur Identifikation konditionierter Übertragungssysteme und der

speziellen Notationen sei auf [Höls93, Bend00] verwiesen. Vergleiche gewöhnlicher und partieller Kohärenzfunktionen für Kräfte auf die einzelnen Fassadentafeln sind in [Behr04] zu finden.

Die der Identifikation der Übertragungsfunktionen  $H(f)$  zugrunde gelegten Gleichungen (6.19) bis (6.22) erlauben damit – im Gegensatz zur Ermittlung der Übertragungsfunktion aus den Autoleistungsdichtespektren der Systemgrößen – ein Studium der Ursache-Wirkungs-Beziehungen der aerodynamischen Übertragung der Windturbulenz, da die nicht mit der Anströmung korrelierten Anteile durch Einbindung der Kohärenzfunktionen abgespalten werden. Diese Anteile sind entweder Ursache von nichtlinearen Übertragungspfaden oder die Folge körperinduzierter Druckschwankungen.

### 6.2.1.2 Aerodynamische Admittanz

Die aerodynamische Admittanz beschreibt die Effektivität, mit der Frequenzkomponenten der Windgeschwindigkeitsschwankungen in Kraftschwankungen übertragen werden. Die aerodynamische Admittanz ist dabei eine dimensionslose Funktion, die das Verhältnis zwischen der instationären und der quasistationären Übertragung im Frequenzbereich beschreibt, vgl. Abschnitt 2.3.2. Hierzu müssen die aerodynamischen Übertragungsfunktionen mit dem stationären Übertragungsfaktor normiert werden. Zur Bestimmung des stationären Übertragungsfaktors gibt es mehrere Möglichkeiten.

Die aerodynamische Übertragungsfunktion kann mit dem Wert der niedrigsten Frequenz  $f = 0,02 \text{ Hz}$  als Schätzwert für die stationäre aerodynamische Übertragung  $H(f \rightarrow 0)$  normiert werden. Die Admittanz würde dann stets bei 1 für  $f = 0$  beginnen. Die stationären Werte für  $H(f \rightarrow 0)$  sind jedoch recht ungenau, vgl. Abschnitt 3.3.1.

Eine Normierung der aerodynamischen Admittanz mit den quasistationären Kraftbeiwerten zur Beschreibung des Schwankungsanteils der Windkraft wird unter anderem von *Jancauskas*, *Scanlan* und *Jones* sowie *Larose* vorgenommen [Janc86, Scan99, Laro99]. Sie verwenden jedoch die aus gemessenen Beiwerteverläufen ermittelten Terme entsprechend Gleichung (2.11) auf Seite 9 und erhalten die Admittanz für den Widerstand infolge  $u(t)$  und den Quertrieb infolge  $v(t)$  über

$$\chi_{W,u}(f) = \frac{H_{W,u}(f)}{\rho \cdot A \cdot \bar{U} \cdot \bar{C}_W} \quad \chi_{Q,v}(f) = \frac{2 \cdot H_{Q,v}(f)}{\rho \cdot A \cdot \bar{U} \cdot \left( \frac{dC_Q(\bar{\varphi})}{d\varphi} + \bar{C}_W \right)} \quad (6.30)$$

Analog könnte in dieser Arbeit eine Normierung mit den stationären Buffeting-Koeffizienten erfolgen. Jedoch stellen diese Koeffizienten, wie in Kapitel 5 gezeigt, für die untersuchten Windsituationen keine gute Beschreibung des stationären Übertragungsverhaltens dar. Dies würde zu Admittanzen führen, die auch die stationäre Übertragung reduzieren oder verstärken. Eine Übertragung der so normierten Admittanzen auf allgemeine Fälle wäre jedoch – auch im Hinblick auf die Simulationen in Kapitel 8 – ausgeschlossen.

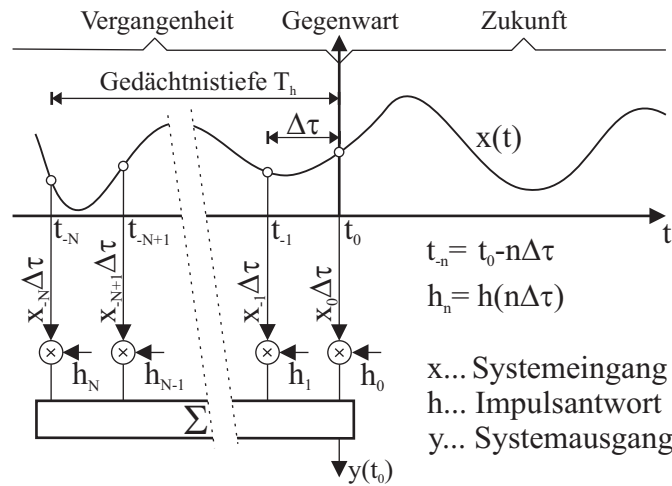


Abbildung 6.5: Diskretes lineares System mit kausalem Gedächtnis nach [Rupp93]

Eine Division der Systemgrößen durch deren Standardabweichung führt wegen

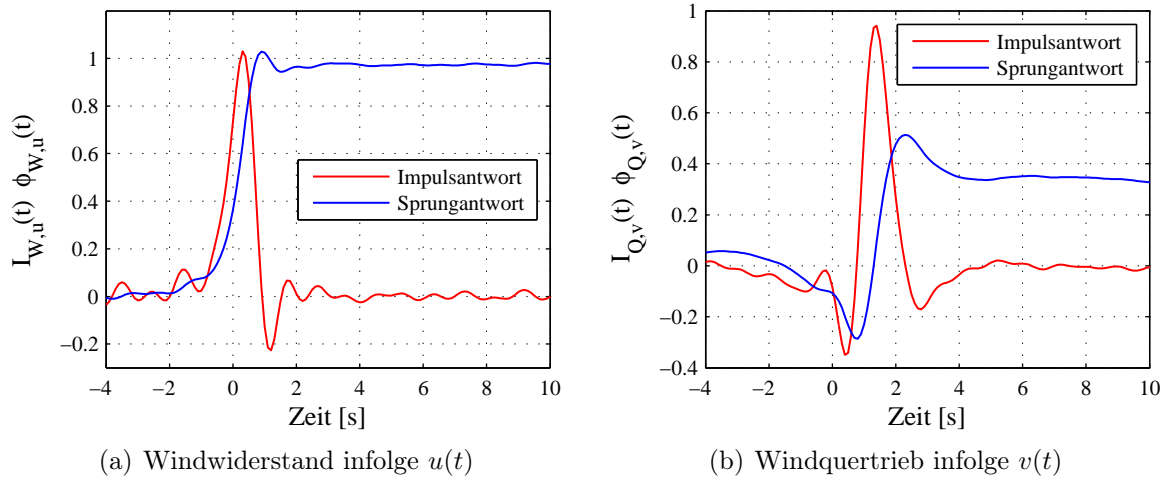
$$\int_0^\infty S_x(f) df = \sigma_x^2 \quad (6.31)$$

zu einer Normierung aller Spektraldichten auf den gleichen Energiegehalt „1“ und befreit somit die Übertragung vom stationären Wert. Eine solche Normierung wird unter anderem von *Hölscher* und *Behrens* vorgenommen und aus Gründen der Vergleichbarkeit auch in dieser Arbeit umgesetzt [Höls93, Behr04]. Zudem sind die Admittanzen so zumindest theoretisch auf alle quasistationären Systeme übertragbar.<sup>4</sup> Das Niveau der Admittanz wird jedoch entscheidend dadurch gesteuert, wie die zur Normierung herangezogene Varianz ermittelt wurde. So reduziert sich die Varianz mit schmäler werdendem Zeitfenster aufgrund der damit einhergehenden Bandbegrenzung, wodurch die Spektralwerte der aerodynamischen Admittanz zu hoch abgeschätzt werden. Die Varianz wird deshalb nicht aus den für die Ermittlung von Kreuzbeziehungen gewählten 51,2-s-Zeitfenstern, sondern aus den 204,8-s-Zeitfenstern bestimmt.

### 6.2.2 Kausale Übertragungssysteme

Ein System bezeichnet man als kausal, wenn dieses nur auf zeitgleiche oder zeitlich zurückliegende Eingangsgrößen antwortet, also auf solche Ereignisse, welche in der Vergangenheit stattfanden oder gerade stattfinden. Abbildung 6.5 zeigt hierzu das Schema des diskreten Faltungsprozesses  $y(t) = h(t) * x(t)$ . Gedächtnislose Systeme sind somit kausal, sofern Eingangswert und Ausgangswert zeitgleich gemessen wurden. Systeme mit Gedächtnis sind nur dann kausal, wenn sich ihre Gedächtnistiefe auf Gegenwart und Vergangenheit beschränkt. Akausale Systeme hingegen vermögen auch auf zukünftige Ereignisse zu antworten.

<sup>4</sup>Zu den Einschränkungen sei auf Kapitel 8 verwiesen.



**Abbildung 6.6:** Messung 07.03.02 # 3a: akausale Impuls- und Sprungantworten als inverse *Fourier*-Transformierte der komplexen aerodynamischen Admittanzen

Reale Systeme können immer nur kausal sein. Diese Bedingung drückt sich durch die Impulsantwort wie folgt aus:

$$h(t) \begin{cases} = 0 & \text{für } t < 0 \\ \neq 0 & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad (6.32)$$

Betrachtet man direkt aus den Auto- und Kreuzleistungsdichtespektren berechnete aerodynamische Impulsantworten,<sup>5</sup> wie zum Beispiel  $I_{W,u}$  für den Windwiderstand infolge longitudinaler Windgeschwindigkeit nach Abbildung 6.6(a), fällt auf, dass diese Übertragungsfunktion im Sinne der oben getroffenen Definitionen als akausal angesehen werden muss, was im Widerspruch zu der Tatsache steht, dass es sich bei der Übertragung der Turbulenz zu Windkraftschwankungen um reale, physikalische Vorgänge handelt. Im Gegensatz dazu ist die Impulsantwort  $I_{Q,v}$  zum größten Teil kausal, auch wenn diese demselben Messereignis entstammt, vgl. Abbildung 6.6(b). Jede Akausalität der identifizierten Übertragungsfunktionen kann also nur scheinbar sein und muss ihre Ursache in der Messtechnik oder dem Auswertealgorithmus haben.

### Scheinbare Akausalität durch Bandbegrenztheit

Bei inverser *Fourier*-Transformation einer bandbegrenzten Funktion  $X(f)$ , welche die *Fourier*-Transformierte eines Zeitsignales  $x(t)$  mit einer Unstetigkeitsstelle darstellt, ergibt sich eine Funktion  $\hat{x}(t)$  als Approximation von  $x(t)$ . Diese Approximation ist im Bereich der Unstetigkeitsstelle nicht befriedigend, sondern die Funktion  $\hat{x}(t)$  zeichnet sich vielmehr durch ein Unter- und Überschießen nahe der Unstetigkeitsstelle aus. Dies ist als *Gibbs*'sches Phänomen bekannt [Papo62]. Unstetigkeitsstellen können durch das *Fourier*-Integral nicht befriedigend beschrie-

<sup>5</sup>Die auf den stationären Wert normierten Impulsantwortfunktionen werden nachfolgend mit  $I_{F,k}$  bezeichnet und aerodynamische Impulsantwort genannt.

ben werden. Allgemein gilt, je breiter das Frequenzband ist, je kürzer ist der vom *Gibbs*'schen Phänomen betroffene Bereich, aber umso höher zeichnet sich die Zeitfunktion durch ein Unter- und Überschießen nahe der Unstetigkeitsstelle aus.

Da es sich bei einer kausalen Impulsantwortfunktion aufgrund der Forderungen der Gleichung (6.32) jedoch im Allgemeinen um eine nicht stetig differenzierbare Funktion mit einer Unstetigkeitsstelle bei  $t = 0$  handelt, sind für deren Beschreibung auch die hohen Frequenzen erforderlich. Durch die notwendige digitale Filterung der Messdaten wurden alle Anteile oberhalb  $1,1 \text{ Hz}$  eliminiert und der vom *Gibbs*'schen Phänomen betroffene Bereich verbreitert. Eine Bandbegrenzung führt zur Glättung des sprunghaften Übergangs und damit zu akausalen Anteilen.

### Scheinbare Akausalität durch mechanische Trägheit

Die Messungen von Windgeschwindigkeit und -richtung wurden, wie in Kapitel 3.1 auf Seite 19 beschrieben, zum größten Teil mit mechanischen Propelleranemometern durchgeführt. Durch die Massenträgheit der Propeller ist das Anemometer nicht in der Lage, turbulente Schwankungen von Windgeschwindigkeit und -richtung im hohen Frequenzbereich vollständig zu registrieren. Im Frequenzbereich drückt sich dieses Übertragungsverhalten durch eine deutliche Dämpfung der Amplituden oberhalb  $0,2 \text{ Hz}$  aus, wie vergleichende Windkanalexperimente und Naturmessungen mit trägheitsfreien Sensoren ergaben [Nies74, Tell98]. Der Effekt ist mit einer Bandbreitenreduktion vergleichbar.

Zusätzlich verursacht die Massenträgheit einen Phasenversatz. Im Zeitbereich, bei simultaner Messung der Windkräfte, führt dies dazu, dass Änderungen der Windkräfte von den Kraftmessdosen bereits registriert sind, während die dafür ursächliche Änderung der Windgeschwindigkeit von den Anemometern erst mit einem Zeitversatz gemeldet werden. Da beide Messungen aber mit dem gleichen Zeitstempel versehen werden, liegt die Turbulenzmessung bezogen auf die Kraftmessung in der Zukunft. Das System erscheint akausal.

#### 6.2.2.1 Kausalität und *Hilbert*-Transformation

Eine Verwendung von Impulsantworten, die unmittelbar aus den Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich in den Zeitbereich übertragen wurden, ist nicht sinnvoll. Diese Übertragungsfunktionen stellen eine mit minimalem Fehler verbundene Übertragung sicher, die jedoch nur bei Integration über den gesamten Zeitbereich der Impulsantwort erfüllt ist, vgl. Gleichung (6.13) auf Seite 93. In den Identifikationsgleichungen nach Abschnitt 6.2.1 steckt keinerlei Kausalitätsbedingung. Dies führt zum Beispiel dazu, dass ein Vergleich der berechneten Windkräfte über Faltung im Zeitbereich einerseits und Multiplikation im Frequenzbereich andererseits nur dann identische Ergebnisse liefert, wenn die komplette Impulsantwort – also akausale und sehr weit in der Vergangenheit liegende Anteile – berücksichtigt werden. Physikalisch plausibel ist, dass ab einem gewissen Zeitpunkt keinerlei statistische Bindung zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen vorliegt. Eingänge außerhalb dieses Zeitraumes, der mit dem integralen Zeitmaß  $T_{ux}$  in Beziehung stehen dürfte, dürfen nicht berücksichtigt werden.

Übertragungssysteme, die allein auf den gemessenen spektralen Werten beruhen, führen somit leicht zur Verletzung der Kausalität und physikalisch unsinnigen Beziehungen. Im Spektralbereich lässt sich die Kausalität von Übertragungsfunktionen durch die *Hilbert-Transformation* überprüfen.

Multipliziert man die Impulsantwort eines kausalen Übertragungssystems mit der Einheitsprungfunktion  $\epsilon(t)$  nach Gleichung (6.14) auf Seite 94, weicht das Ergebnis nicht von der Impulsantwort  $h(t)$  des kausalen Übertragungssystems ab. Überträgt man diesen Zusammenhang mittels *Fourier-Transformation* in den Frequenzraum, so erhält man nach [Föll03]

$$h(t) = \epsilon(t) \cdot h(t) \quad \xrightarrow{\mathcal{F}} \quad H(f) = \left( \frac{1}{i2\pi f} + \frac{1}{2} \cdot \delta(f) \right) * H(f) \quad (6.33)$$

Hierin ist  $\delta(f)$  die *Dirac-Funktion*. Nach kurzer Zwischenrechnung ergibt sich nachstehender Zusammenhang.

$$H(f) = \frac{1}{i\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H(\lambda)}{f - \lambda} d\lambda \quad (6.34)$$

Mittels Aufteilung der komplexen Übertragungsfunktion  $H(\lambda)$  in Real- und Imaginärteil folgt

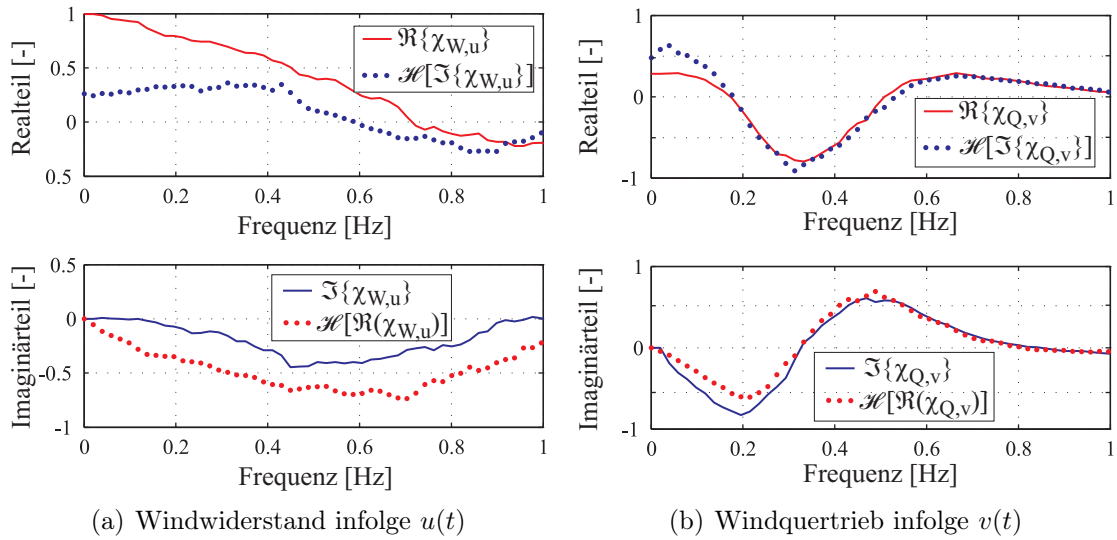
$$H(f) = \frac{1}{i\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Re\{H(f\lambda)\} + i \cdot \Im\{H(f\lambda)\}}{f - \lambda} d\lambda \quad (6.35)$$

Durch einen Vergleich der reellen und komplexen Größen in Gleichung (6.35) lassen sich Realteil  $\Re$  und Imaginärteil  $\Im$  der Übertragungsfunktion  $H(f)$  trennen.

$$\Re\{H(f)\} = +\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Im\{H(\lambda)\}}{f - \lambda} d\lambda = \mathcal{H}\{\Im\{H(f)\}\} \quad (6.36)$$

$$\Im\{H(f)\} = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Re\{H(\lambda)\}}{f - \lambda} d\lambda = \mathcal{H}^{-1}\{\Re\{H(f)\}\} \quad (6.37)$$

Für ein kausales System gilt somit, dass Real- und Imaginärteil der Übertragungsfunktion nicht unabhängig voneinander sind. Aus dem Imaginärteil der Übertragungsfunktion  $\Im\{H(f)\}$  ergibt sich der Realteil der Übertragungsfunktion  $\Re\{H(f)\}$  und umgekehrt. Die Beziehung  $\mathcal{H}\{\dots\}$  in Gleichung (6.36) heißt *Hilbert-Transformation*. Die inverse *Hilbert-Transformation* in Gleichung (6.37)  $\mathcal{H}^{-1}\{\dots\}$  unterscheidet sich nur durch das Vorzeichen. Bei kausalen Systemen sind die Real- und Imaginärteile der Übertragungsfunktion somit durch die *Hilbert-Transformation* miteinander verknüpft [Bend00]. Wegen der angenommenen Kausalität für das aerodynamische Übertragungssystem genügt es also, lediglich den Real- oder den Imaginärteil der Übertragungsfunktion  $H(f)$  zu kennen. Problematisch ist jedoch, dass alle Fehler bei der Identifikation in gleichem Maße in Real- und Imaginärteil zu finden sein werden.



**Abbildung 6.7:** Messung 07.03.02 ‡ 3a: *Hilbert*-Transformierte der aerodynamischen Admittanz

Abbildung 6.7 zeigt den Real- und Imaginärteil der aerodynamischen Admittanzen, deren Impuls- und Sprungantwortfunktionen in Abbildung 6.6 dargestellt sind. Die durchgezogenen Linien sind die direkt identifizierten Real- und Imaginärteile. Die gepunkteten Linien zeigen in korrespondierenden Farben den jeweiligen Real- oder Imaginärteil des *Hilbert*-Transformationspaares. Die Abweichungen von den Messwerten sind für  $\chi_{W,u}$  sehr groß, was darauf zurückzuführen ist, dass ein großer Teil der Impulsantwort im negativen Zeitbereich liegt, vgl. Abbildung 6.6(a). Bei  $\chi_{Q,v}$  sind die Abweichungen vergleichsweise gering, die Impulsantwort nach Abbildung 6.6(b) liegt zum überwiegenden Teil im kausalen Bereich.

### 6.2.3 Identifikationsprozess

Da von den Eingangs- und Ausgangsdaten des Übertragungsprozesses lediglich Schätzungen bezüglich der Leistungsdichtespektren vorliegen, können auch nur Schätzungen für die Übertragungsfunktion erwartet werden. Jedwede Aussage bezüglich der Übertragungsfunktionen muss sich zudem auf den Bereich des Paßbandes zwischen  $0,02 \text{ Hz}$  und  $1,1 \text{ Hz}$  beschränken. Über das Übertragungsverhalten im Stoppband kann wegen der digitalen Filterung keine Aussage gemacht werden. Eine direkte Transformation der Übertragungsfunktionen vom Frequenz- in den Zeitbereich scheidet zudem wegen der in Abschnitt 6.2.2 geschilderten Problematik der Akausalität aus. Vielmehr bietet es sich an, kontinuierliche Funktionen, die den Bedingungen der *Hilbert*-Transformation genügen, im Frequenzbereich an die Messwerte anzupassen, um die mess- und auswertetechnisch bedingten Schwankungen der Spektralwerte zu glätten und dann mittels *Fourier*-Transformation hieraus die Zeitbereichsdarstellungen der Übertragungsfunktion zu gewinnen. Im Rahmen dieser Arbeit werden hierzu rationale Funktionen herangezogen.

### 6.2.3.1 Approximation der Admittanz mittels rationaler Funktionen

Eine Approximation der Sprungantwort in der Gestalt

$$\phi(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ a_0 - \sum_{n=1}^N a_n \cdot e^{-b_n \cdot t} & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad (6.38)$$

wurde bereits im Abschnitt 2.3 als Approximation der *Wagner*-Funktion vorgestellt. Diese Funktion ist aufgrund ihrer Definition grundsätzlich kausal. Die Impulsantwort ergibt sich daraus als Ableitung unter Berücksichtigung des Sprunges bei  $t = 0$  zu

$$h(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ \delta(t) \cdot \left( a_0 - \sum_{n=1}^N a_n \right) + \sum_{n=1}^N a_n \cdot b_n \cdot e^{-b_n \cdot t} & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad (6.39)$$

Die *Fourier*-Transformierte  $H(\omega)$  lässt sich elegant aus der *Laplace*-Transformierten<sup>6</sup> der Funktion  $h(t)$  bestimmen.

Ein Umformen der Gleichung (6.39) zu

$$h(t \geq 0) = \delta(t) \cdot a_0 - \sum_{n=1}^N a_n (\delta(t) - b_n \cdot e^{-b_n \cdot t}) \quad (6.40)$$

führt mittels Korrespondenztabelle [Föll03],

$$\begin{aligned} \delta(t) - \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} & \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{T \cdot p}{1 + T \cdot p} \\ \delta(t) & \xrightarrow{\mathcal{L}} 1 \end{aligned} \quad (6.41)$$

auf die *Laplace*-Transformierte der Impulsantwort.

$$\mathcal{L}\{h(t)\} = a_0 - \sum_{n=1}^N \frac{a_n \cdot p}{b_n + p} \quad \text{mit} \quad p = \alpha + i\omega \quad (6.42)$$

Der Übergang vom Bildbereich der *Laplace*- zum Frequenzbereich der *Fourier*-Transformation gelingt mit  $\alpha = 0$  und damit  $p = i\omega$ , sofern der Konvergenzbereich der *Laplace*-Transformation die imaginäre Achse mit einschließt [Föll03]. Da die Pole der Gleichung (6.42) bei  $p = -b_n$  stets links der Imaginärachse liegen, ist dies der Fall.

<sup>6</sup>In dieser Arbeit ist mit dem Begriff *Laplace*-Transformation stets die einseitige Transformation mit den Integrationsgrenzen 0 bis  $\infty$  gemeint. Dabei ist stets  $h(t) = 0$  für  $t < 0$ .



Die Approximation im Frequenzbereich kann infolgedessen mit Gleichung (6.43) vorgenommen werden.

$$H(\omega) = a_0 - \sum_{n=1}^N \frac{a_n \cdot i\omega}{b_n + i\omega} \quad (6.43)$$

Eine Aufteilung in einen Real- und Imaginärteil gelingt durch Erweiterung mittels der konjugiert Komplexen der Nenner und führt nach einigen Zwischenschritten auf

$$\Re \{H(\omega)\} = a_0 - \sum_{n=1}^N \frac{a_n \cdot \omega^2}{b_n^2 + \omega^2} \quad \Im \{H(\omega)\} = - \sum_{n=1}^N \frac{a_n \cdot b_n \cdot \omega}{b_n^2 + \omega^2} \quad (6.44)$$

### Randbedingungen für Übertragungsfunktionen

In Gleichung (6.38) ist  $a_0$  der stationäre Wert, dem die Sprungantwort  $\phi$  für lange Zeiten  $t$  zustrebt. Der freie Parameter  $a_0$  ergibt sich deshalb unmittelbar aus dem Realteil der Admittanz bei der Frequenz  $f = 0$ .

$$a_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \phi_u(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) d\tau = H(0) = \Re \{H(0)\} \quad (6.45)$$

Die Problematik einer Schätzung dieses Grenzwertes wurde bereits eingehend diskutiert. Es wird in dieser Arbeit entsprechend Gleichung (3.11) auf Seite 31 verfahren.

Der Grenzwert der Übertragungsfunktion Gleichung (6.43) für  $\omega \rightarrow \infty$  ergibt sich zu

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} H(\omega) = a_0 - \sum_{n=1}^N a_n \quad (6.46)$$

Aus der Modellvorstellung, dass mit den hohen Frequenzen Windböen mit kleiner räumlicher Ausdehnung verknüpft sind, folgt, dass im Grenzfall für  $\omega \rightarrow \infty$  keine Windkräfte am Bauwerk induziert werden. Die aerodynamische Admittanz besitzt – ähnlich wie ein mechanischer Schwinger – ein Tiefpassverhalten. Somit muss für den Grenzwert gelten

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} H(\omega) = 0 \quad (6.47)$$

Daraus ergibt sich unmittelbar der Wert der Sprungantwort für  $t = 0$  zu

$$\phi(0) = a_0 - \sum_{n=1}^N a_n = 0 \quad (6.48)$$

wie er sich auch für die *Küssner*-Funktion nach Abschnitt 2.3.1 ergibt.

Aus der Bedingung nach Gleichung (6.47) folgt, dass die Impulsantwort frei von *Dirac*-Stößen ist [Papo62]. Die Ableitung der Sprungantwort  $\phi(t)$  nach Gleichung (6.39) vereinfacht sich dann zu

$$h(t) = \sum_{n=1}^N a_n \cdot b_n \cdot e^{-b_n \cdot t} \quad (6.49)$$

### 6.2.3.2 Berücksichtigung des Phasengangs

Bei eingliedrigen Ansätzen für Gleichung (6.49) können die Übertragungsfunktionen einzig aus dem Amplitudengang ermittelt werden, da diese Übertragungsfunktionen wegen der Bedingung (6.48) keine Nullstellen in der komplexen rechten Halbebene besitzen.<sup>7</sup> Der Phasengang des Übertragungssystems ist dann eindeutig über die Approximation des Amplitudenverlaufs mittels rationaler Funktion nach Gleichung (6.43) definiert. Der Phasengang muss dementsprechend nicht in die Approximation mit einbezogen werden.

Mehrgliedrige Ansätze hingegen können Nullstellen in der komplexen rechten Halbebene besitzen. Bei einer Approximation mittels rationaler Funktionen ist dann auch der Phasenverlauf zu beachten, ansonsten ergeben sich mehrere Lösungen für die komplexe Admittanz. Hierin liegt eine Unsicherheit, da der Verlauf des Phasengangs der aerodynamischen Übertragung nicht oder nur unzureichend bekannt ist.

So stellt man fest, dass die Phase von  $\chi(f)$  für  $f \rightarrow 0$  sowohl 0 als auch  $\pi$  sein kann. Dies wird nur vom Vorzeichen des stationären Wertes der Admittanz für  $f \rightarrow 0$  gesteuert. In Abschnitt 6.1.2 auf Seite 90 wurde darauf hingewiesen, dass die Breite des Vertrauensbereiches der geschätzten Übertragungsfunktion umgekehrt proportional zum Wert der Kohärenzfunktion für die betreffende Frequenz ist. Die Aussagen zum Amplituden- und Phasengang von Übertragungsfunktionen mit niedrigen Kohärenzen für  $f \rightarrow 0$  sind somit unsicher. Es wird deshalb folgende Annahme für den Identifikationsprozess zugrunde gelegt: Das Vorzeichen für den stationären Wert der Übertragung soll im Simulationsprozess über den quasistationären aerodynamischen Kraftbeiwert gesteuert werden. Hier wird von einem stets bei Null beginnenden Phasenverlauf ausgegangen.

Wie in Kapitel 5 beschrieben, sind die Maxima der Kreuzkorrelationsfunktionen zwischen den Windgeschwindigkeiten und den Windkräften in Richtung der positiven Zeitachse verschoben. Die Kraftmessung folgt somit zeitlich auf die Messung der Windgeschwindigkeit, wobei die festgestellten Verschiebungen in einem Bereich zwischen 0,1 und 2 Sekunden liegen. Grundsätzlich treten aufgrund der räumlichen Distanz zwischen dem Ort der Windgeschwindigkeitsmessung und dem Ort der Kraftmessung mit  $\Delta x \approx 7,5 \text{ m}$  immer zeitliche Verschiebungen auf, die wiederum durch die Trägheitslänge der Propelleranemometer von  $\approx 2,7 \text{ m}$  reduziert werden. Bei

<sup>7</sup>Die Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich nach Gleichung (6.43) können auch durch Nominator- und Denominatorpolynome beschrieben werden. Nullstellen in den Denominatorpolynomen (Pole) in der komplexen rechten Halbebene sind wegen der Bedingung (6.47) ausgeschlossen. Solche Polynome werden *Hurwitz*-Polynome genannt. Sind Nominator- und Denominatorpolynom *Hurwitz*-Polynome, beschreiben diese ein minimalphasiges Übertragungssystem [Papo62].

Gültigkeit der *Taylor*-Hypothese wären somit Zeitverschiebungen von  $\Delta t \approx b/\bar{U}$  zu erwarten. Dieser Zeitversatz schlägt sich ausschließlich im Phasengang nieder [Bend00]. Unterstellt man, dass die Zeitverschiebung eine Totzeit ist und somit eine lineare Phasenverschiebung von  $\Delta\Theta = \omega \cdot b/\bar{U}$  bewirkt, ließe sich diese vom gemessenen Phasengang abziehen. *Hölscher* stellt in seinen Windkanaluntersuchungen in der Tat eine lineare Phasenbeziehung zwischen  $u(t)$  und dem Staudruck auf einem Kreiszylinder fest [Höls93]. Allerdings fanden dessen Turbulenzmessungen weit außerhalb der Verdrängungszone mit  $\Delta x > L_{ux}$  statt. Tatsächlich werden die Böenballen bei Annäherung an den verkleideten Mastschaft deformiert und die Beziehungen aus der *Taylor*'schen Hypothese verlieren ihre Gültigkeit [Hunt90]. Dies macht eine Berechnung der Phasenverschiebung, die befreit von Effekten aus der Messdistanz und nur durch die aerodynamische Übertragung bedingt ist, unmöglich. Deshalb wird bei der Approximation von Amplituden- und Phasengang der gemessene Amplitudengang grundsätzlich deutlich stärker gewichtet und zudem nur niederfrequenten Phasen berücksichtigt, da diese von einer Zeitverschiebung weniger betroffen sind als die hochfrequenten Anteile.

### 6.2.3.3 Approximation durch genetischen Algorithmus

Eine Approximation der Übertragungsfunktion erfolgt im Frequenzbereich durch Anpassung von Gleichung (6.43) an den Amplituden- und den Phasengang der gemessenen Übertragungsfunktion, wobei eine Minimierung der quadrierten Abweichung zwischen Approximation und Messung angestrebt wird. Eine solche Optimierung ist hochgradig nichtlinear und gegebenenfalls unstetig. Klassische Gradientenverfahren vermögen das globale Minimum nur bei passenden Startbedingungen zu finden. Zur rationalen Funktionsapproximation wurden in verschiedenen Arbeiten spezielle Algorithmen entwickelt oder bestehende Verfahren angepasst [Coel99, Salv07]. In dieser Arbeit kommt der genetische Algorithmus, ein stochastisches Suchverfahren, zur Anwendung.

Der genetische Algorithmus startet durch Erzeugen einer bestimmte Anzahl an Lösungskandidaten, den sogenannten Individuen. Diese werden aus dem zuvor festgelegten Parameterbereich zufällig ausgewählt. Diese Startlösung wird Anfangspopulation genannt, die Anzahl der Lösungen ist die zuvor festgelegte Populationsgröße. Dabei ist es sinnvoll, diese an die Zahl der freien Parameter der zu approximierenden Funktion zu koppeln. Auf Basis der Zielfunktion wird als Qualitätsmerkmal für jede einzelne Lösung deren Residuum evaluiert, der sogenannte Fitnesswert der Lösung. Die Parameter der Lösung sind die Gene des Individuums. Das beste Individuum der Population besitzt den kleinsten Fitnesswert.

Aus der 1. Generation wird eine Anzahl an besten Individuen, die Elite, ausgewählt. Die Elite überlebt unverändert in die nächste Generation. Aus weiteren Individuenpaaren (Eltern) werden deren beste Eigenschaften (Gene) zur Erzeugung neuer Individuen (Kinder) kombiniert. Hierzu werden die Individuen mit besseren Fitnesswerten mit höherer Wahrscheinlichkeit ausgewählt. Durch zufällige Änderung (Mutation) der Eigenschaften einiger Individuen werden Individuen der neuen Generation erzeugt. Hierdurch wird sichergestellt, dass sich der Optimierungsprozess auch in neue Richtungen entwickeln kann. Ein solcher Algorithmus ist in der Entwicklungsumgebung MATLAB implementiert.

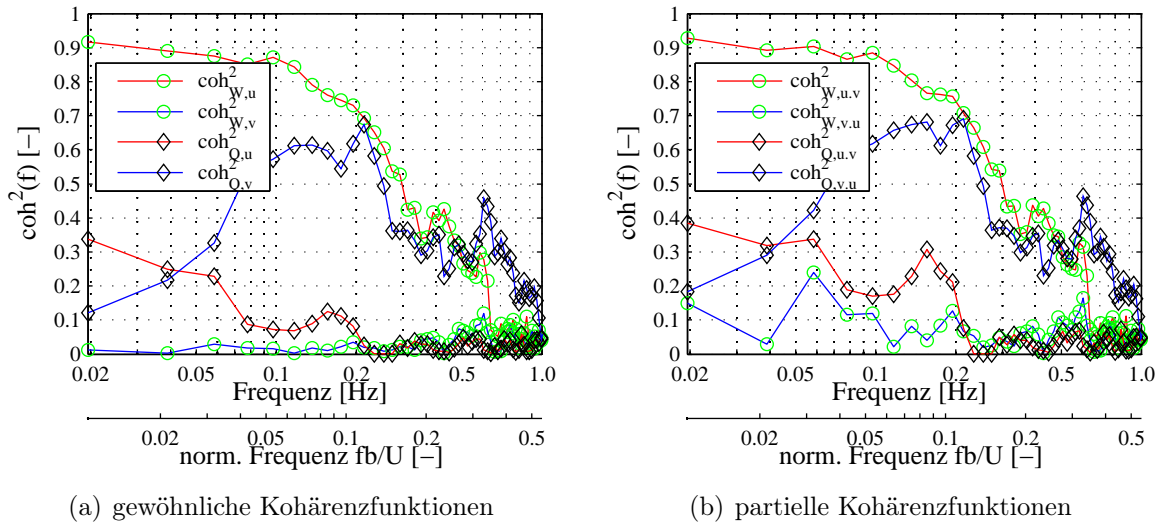


Abbildung 6.8: Messung 07.03.02 # 3a: Vergleich der Kohärenzfunktionen

## 6.3 Identifizierte aerodynamische Übertragungsfunktionen

Aus den Daten der Windmessenanlage Gartow wurden instationäre Übertragungssysteme auf Basis der zuvor beschriebenen Überlegungen identifiziert. Die Anzahl der Summenglieder nach Gleichung (6.43) zur Approximation der Messwerte wurde schrittweise gesteigert und abgebrochen, wenn keine wesentliche Verbesserung der Approximationsgüte erreicht werden konnte. Mit Blick auf die in Kapitel 8, Abbildung 8.6 auf Seite 149 angegebenen Windrichtungen wurden Ereignisse mit mittleren Windangriffswinkeln von  $\bar{\varphi} \approx 0^\circ$  und  $\bar{\varphi} \approx 45^\circ$  ausgewertet.

### 6.3.1 Anströmung senkrecht auf den Mastschaft

Eine Betrachtung des linearisierten, quasistationären Übertragungsmodells nach Gleichung (5.17) in Verbindung mit dem Beiwerteverlauf nach Abbildung 5.1 zeigt, dass bei senkrechter Anströmung zwischen dem Windwiderstand  $F'_W(t)$  und der lateralen Turbulenz  $v(t)$  ebenso wenig eine Korrelation erwartet werden kann wie für den Windquertrieb  $F'_Q(t)$  infolge  $u(t)$ . Diese Zusammenhänge zeigen prinzipiell auch die Kohärenzfunktionen<sup>8</sup> nach Abbildung 6.8 für ein Windereignis mit senkrechter Anströmung auf die Fassadentafel, wobei zwischen  $F'_Q(t)$  und  $u(t)$  im niederfrequenten Bereich bemerkbare Korrelationen vorhanden sind. Gewöhnliche Kohärenz in Abbildung 6.8(a) und partielle Kohärenz in Abbildung 6.8(b) unterscheiden sich kaum. Damit zeigt sich, dass  $v(t)$  lediglich im niederfrequenten Bereich einen geringen Teil des Windwiderstandes verursacht, der nicht durch  $u(t)$  erklärt werden kann.

Die Kohärenz zwischen longitudinaler Turbulenz und dem Windwiderstand  $\text{coh}^2_{W,u}(f)$  ist im Bereich niedriger Frequenzen bis 0,1 Hz nahe eins. Eine Kohärenz  $\text{coh}^2_{W,u} = 1,0$  kann aus

<sup>8</sup>gleitendes Mittel von Gleichung (6.6) über 3 Stützstellen

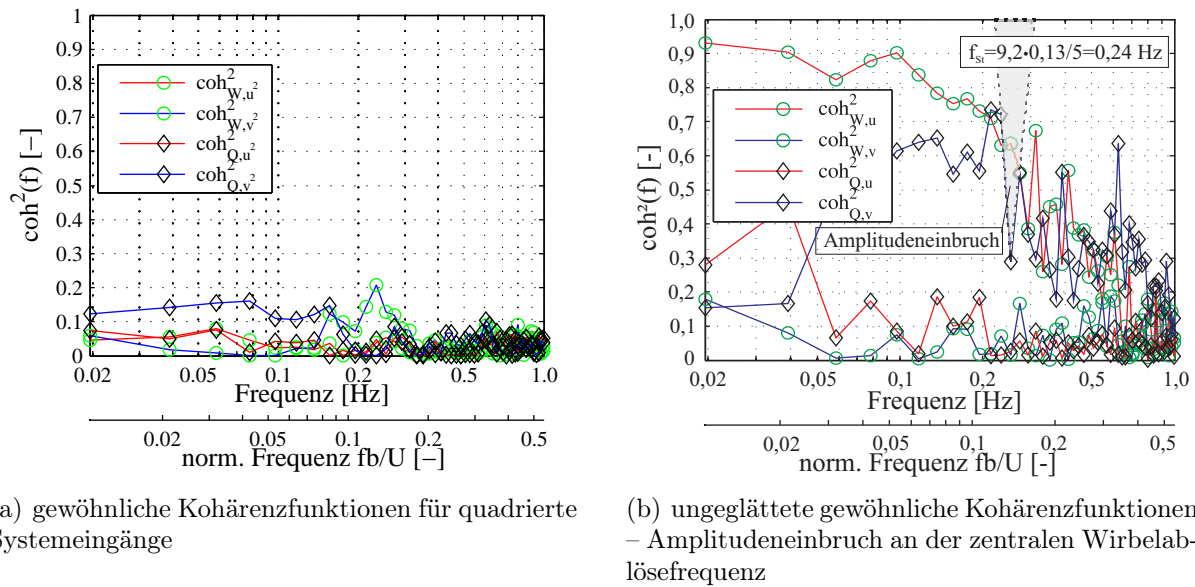
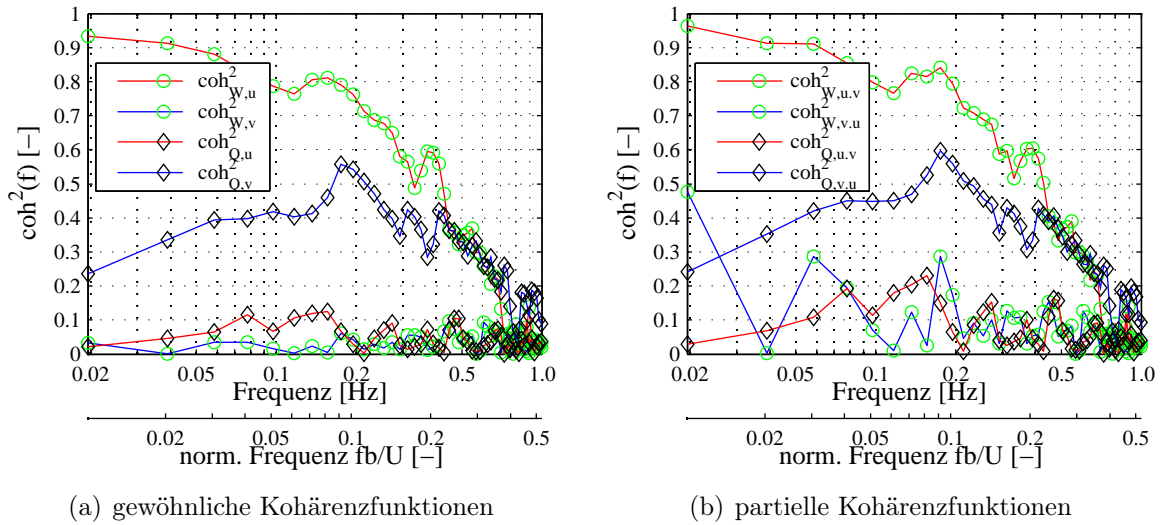


Abbildung 6.9: Messung 07.03.02 # 3a: Kohärenzfunktionen

drei Gründen nicht erwartet werden. Zum Ersten führen die in Naturmessungen unvermeidbaren Systemstörungen durch Trends zu einem zeitvarianten Systemverhalten, zum Zweiten sind die niederfrequenten Windkraftschwankungen auch Folge nichtlinearer Übertragungspfade. Drittens sind nach *Hölscher* für Windgeschwindigkeitsmessungen innerhalb einer Entfernung  $\Delta x < L_{ux}$  stets Kohärenzen kleiner eins zu erwarten, da die Turbulenzmessungen innerhalb der Verdrängungszone des Baukörpers liegen und die niederfrequenten Anteile durch den Mastenschaft geblockt werden [Höls93].

Mit steigender Frequenz fällt die Kohärenzfunktion  $\text{coh}^2_{w,u}(f)$  steil ab, was auf die verminderte Korrelation der luvseitigen Drücke auf der Fassadentafel bei steigender Frequenz zurückzuführen ist. *Behrens* versucht, durch die Berücksichtigung nichtlinearer Übertragungspfade nicht erfasste Windlastanteile zu erklären. Dies gelingt nicht, vielmehr liefert das Windkraftspektrum  $S_{FF:k^2}$  keinerlei Beitrag zum gesamten Kraftspektrum. Eigene Untersuchungen bestätigen dies weitgehend: Die gewöhnliche Kohärenz zwischen Windlast und quadrierten Windgeschwindigkeitskomponenten  $u^2(t)$  oder  $v^2(t)$  steigt im gesamten Frequenzband nicht wesentlich über 0,2, vgl. Abbildung 6.9(a).

Für die Kohärenz zwischen der lateralen Turbulenz  $v(t)$  und dem Windquertrieb  $F'_Q(t)$  stellt man die größten linearen Abhängigkeiten im Frequenzband zwischen 0,1 Hz und 0,2 Hz fest, vgl. Abbildung 6.8. Die zentrale Wirbelablösefrequenz liegt mit  $f_{St} \approx 0,24$  Hz rechts dieses Frequenzbandes. Der von *Behrens* festgestellte Amplitudeneinbruch bei  $f_{St}$  für die Kräfte windparalleler Fassadentafeln ist wegen der vorgenommenen Glättung bei den resultierenden Quertriebskräften nicht zu erkennen. In ungeglätteten Kohärenzfunktionen ist die spektrale Lücke jedoch sichtbar, wenngleich auch wegen der Summierung aller Fassadenkräfte weniger ausgeprägt als bei einer Betrachtung von Kräften einzelner Fassadenelemente, vgl. Abbildung 6.9(b). Es kann also analog den Überlegungen von *Hölscher* angenommen werden, dass die Wirbelab-



**Abbildung 6.10:** Messung 22.02.02 # 2a: Vergleich der Kohärenzfunktionen

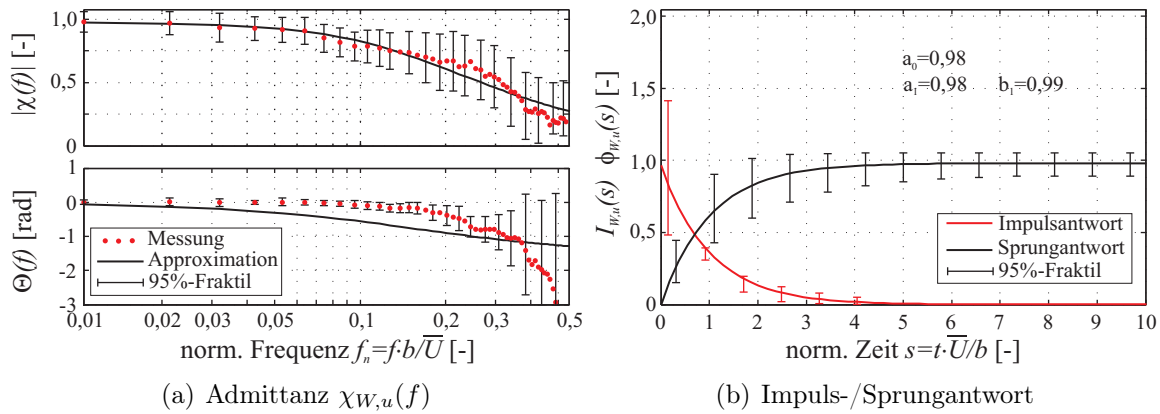
lösung im niederfrequenten Bereich durch  $v(t)$  gesteuert wird, wohingegen die Amplituden an der zentralen Wirbelablösefrequenz durch die Grundströmung  $\bar{U}$  festgelegt sind und oberhalb möglicherweise nichtlineare Übertragungspfade vorliegen. Für den Quertrieb infolge longitudinaler Turbulenz stellt man nur sehr geringe Korrelationen in einem niederfrequenten Band, für den Widerstand infolge lateraler Tubulenz keinerlei Korrelation fest. Die partielle Kohärenz in Abbildung 6.8(b) auf Seite 109 zeigt, dass im niederfrequenten Bereich die geringe Windlast  $F'_W(t)$ , die nicht linear durch  $u(t)$  bedingt ist, auch nur zu einem sehr geringen Anteil durch  $v(t)$  erklärt werden kann. Grundsätzlich sind Aussagen in einem Bereich mit niedriger Kohärenz nicht sinnvoll, weil der Spektralwert umgekehrt proportional den Vertrauensbereich der Admittanz beeinflusst und die Angaben somit extrem unsicher sind.

Diese Ergebnisse sind bezüglich  $coh^2_{W,u}(f)$  und  $coh^2_{Q,v}(f)$  charakteristisch für alle Windereignisse mit überwiegend senkrechter Anströmung bei  $-2^\circ \leq \bar{\varphi} \leq 2^\circ$ . Abbildung 6.10(a) zeigt jedoch für  $\bar{\varphi} = 2^\circ$  im Gegensatz zum zuvor beschriebenen Windereignis ein nahezu völliges Verschwinden jedweder Korrelation zwischen dem Windquertrieb  $F'_Q(t)$  und der longitudinalen Windgeschwindigkeitsschwankung  $u(t)$ . Auch die partielle Kohärenz deckt keine wesentliche Beteiligung von  $u(t)$  am Quertrieb auf. Dies bestätigt die Unsicherheiten, die mit Aussagen bezüglich des Übertragungsverhaltes bei niedriger Kohärenz verbunden sind. Deshalb werden nachfolgend nur solche Übertragungspfade analysiert, deren Kohärenz größer als 0,3 ist [Bend00].

Abbildung 6.11(a) auf der nächsten Seite zeigt den Verlauf der aus den Messwerten ermittelten aerodynamischen Admittanz<sup>9</sup>  $\chi_{W,u}(f)$  und deren Approximation mittels rationaler Funktionen. Die Approximation erfolgt über einer normierten Frequenzachse mit  $f_n = f \cdot b/\bar{U}$ .

Die Übereinstimmung der Messwerte mit einer rationalen Funktion 1. Ordnung ist beim Amplitudenspektrum sehr gut. Das gemessene Amplitudenspektrum erreicht für niedrige Frequenzen fast 100 % des stationären Wertes. Der konstante Phasenverlauf mit  $\Theta \approx 0$  im Frequenzband

<sup>9</sup>gleitendes Mittel über 10 Stützstellen



**Abbildung 6.11:** Messung 07.03.02 # 3a: Übertragungsfunktionen für  $F'_W(t)$  infolge  $u(t)$

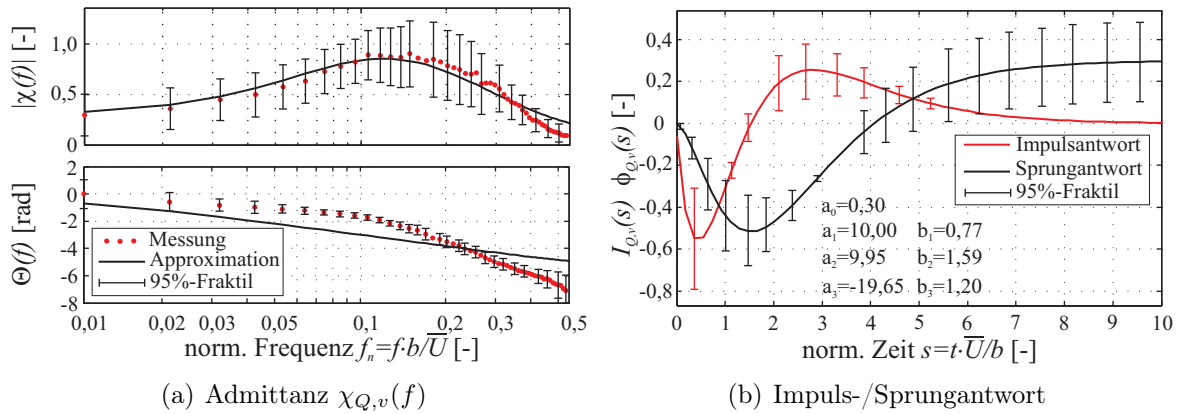
bis  $f_n \approx 0,1 \dots 0,2$  belegt, dass bis zu dieser Frequenz ein bezüglich der Unmittelbarkeit der Übertragung quasistationärer Zustand vorliegt. Diese Grenze entspricht genau dem von *Vickey* angegebenen Wert [Vick72]. Anschaulich werden Wellenlängen  $\lambda = \bar{U}/f$  mit einer Größe  $\lambda > 25 \text{ m}$  unmittelbar in Druckschwankungen umgesetzt, wohingegen Anteile der kleinskaligen Turbulenz  $\lambda < 25 \text{ m}$  erst mit einer zusätzlichen Zeitverzögerung übertragen werden. Der Phasenverlauf des rationalen Ansatzes mit einem Summenglied approximiert den gemessenen Phasenverlauf weniger gut. Das gemessene Phasenspektrum zeigt über ein Frequenzband bis  $f_n = 0,3$  einen geringeren Phasenversatz als das approximierte kausale Übertragungsmodell.

Abbildung 6.11(b) zeigt auf Basis der im Frequenzbereich approximierten Admittanzen die Übertragungsfunktionen für den normierten Zeitbereich in Gestalt der Impuls- und Sprungantwortfunktionen sowie die ermittelten Koeffizienten der rationalen Funktion. Der stationäre Wert der aerodynamischen Übertragung wird demzufolge erst nach  $s \approx 5$  erreicht. Dies entspricht etwa 75 % des integralen Zeitmaßes  $T_{u\bar{x}}$  von 4 Sekunden.

Die Hinzunahme von zwei weiteren Summengliedern in der Approximation vermag auch das Phasenspektrum gut zu beschreiben, jedoch zeigen die zugehörigen Impuls- und Sprungantworten einen physikalisch kaum mehr zu deutenden Verlauf. Darüber hinaus ist wegen der trägheitsbehafteten Anemometermessungen eine Aussage bezüglich des Phasenverlaufs oberhalb  $0,5 \text{ Hz}$  nicht sinnvoll. Problematisch bei einem mehrgliedrigen Ansatz ist, dass sich dieser nicht geregelt entwickelt, sondern vielmehr wegen der Differenzenbildung zweier Exponentialfunktionen auch für verschiedene Kombinationen  $a_1$  und  $a_2$  sehr ähnliche Funktionsverläufe beschreiben kann. Die Parameter lassen sich deshalb nicht eindeutig mit Strömungseigenschaften verknüpfen. Auch im Hinblick auf die Übertragbarkeit der Ergebnisse scheint es angebracht, die Anzahl der Summenglieder zu minimieren.

Die Beschreibung der Admittanz  $\chi_{Q,v}(f)$  gelingt mit den rationalen Funktionen jedoch nur mit drei Summengliedern in befriedigender Güte. Abbildung 6.12(a) auf der nächsten Seite zeigt das Ergebnis dieser Approximation. Die Streuung der Phase bei hohen Frequenzen ist gegenüber  $\chi_{W,u}(f)$  geringer, da die Kohärenz hier nicht verschwindet. Es ist eine erstaunliche Ähnlichkeit zu der von *Larose* am Modell einer Fachwerkträgerbrücke gemessenen Admittanz vorhanden, vgl. Abbildung 2.4(b) auf Seite 16. So stimmt nicht nur der prinzipielle Verlauf überein, auch





**Abbildung 6.12:** Messung 07.03.02 ‡ 3a: Übertragungsfunktionen für  $F'_Q(t)$  infolge  $v(t)$

die Lage des Admittanzmaximums zwischen  $f_n = 0,1 \dots 0,2$  ist vergleichbar.

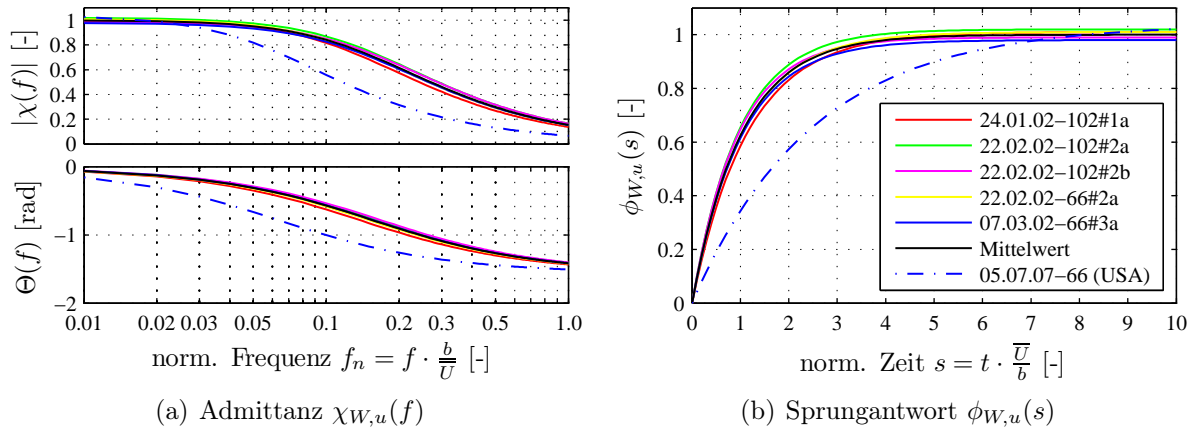
In Abbildung 6.12(b) sind die zugehörigen Impuls- und Sprungantworten dargestellt. Bevor diese ihrem stationären Wert zustreben, durchwandern sie den negativen Bereich. Die Funktionen erreichen ihren stationären Wert erst nach  $s \approx 10$ , dem 1,2-Fachen des integralen Zeitmaßes  $T_{u\tilde{x}}$ .

Ein Querschnitt mit quadratischem Grundriss ist bei senkrechter Anströmung grundsätzlich gefährdet gegenüber einer aeroelastischen Erregung, was sich am negativen stationären Beiwert nach Gleichung (2.12), im vorliegenden Fall am negativen Buffeting-Koeffizienten  $a_Q$  zeigt, vgl. Abbildung 5.6 auf Seite 74. Da der Wert der Sprungantwort für  $s \rightarrow \infty$  dem stationären Wert der Übertragung entspricht, wirken somit die zeitlich nahen Ereignisse mit  $s < 1,5$  einer Galloping-Erregung entgegen. Erst die zeitlich zurückliegenden Windgeschwindigkeiten oberhalb  $s = 1,5$  liefern einen bezüglich des Galloping anfachenden Anteil.

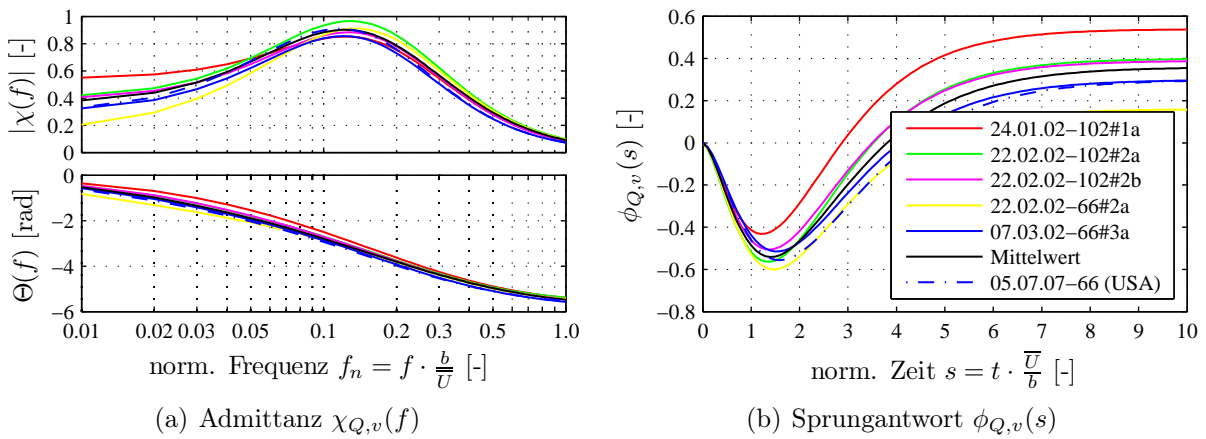
In Tabelle A.5 auf Seite 184 sind ermittelte Parameter approximierter Übertragungsfunktion für fünf Messereignisse mit nahezu senkrechter Anströmung dargestellt. Für die Übertragung des Windwiderstandes infolge  $u(t)$  lassen sich für alle fünf Messereignisse vergleichbare Parameter identifizieren. Für den Windquertrieb hingegen streuen die Parameter der approximierten rationalen Funktionen stark, was vermutlich auf das nicht geregelte Verhalten der Approximation mittels Exponentialfunktionen zurückzuführen ist. Zudem besitzen die Windereignisse nicht identische Strömungsparameter, wie Tabelle A.1 auf Seite 179 zeigt. Ihr Einfluss lässt sich wegen der geringen Datenbasis nicht abschätzen.

Abbildung 6.13 auf der nächsten Seite zeigt einen Vergleich der fünf ermittelten Übertragungsfunktionen  $\chi_{W,u}(f)$  und  $\phi_{W,u}(s)$  auf Basis von Turbulenzmessungen mittels Windmonitor und die Approximation ihres Mittelwertes. Die Schwankungen zwischen den einzelnen identifizierten Übertragungsfunktionen liegen auf sehr niedrigem Niveau. Die Übertragungsfunktion aus den Turbulenzmessungen mittels Ultraschallanemometer fällt im Frequenzbereich wegen des erhöhten Spektrums  $S_{uu}(f)$  oberhalb  $0,2 \text{ Hz}$  steiler ab, vgl. Abschnitt 4.1.3 auf Seite 45. Dies führt zu einem langsameren Ansteigen der Sprungantwort. Hier liegen jedoch noch nicht genügend Messungen vor, so dass statistisch abgesicherte Aussagen über den Admittanzverlauf derzeit noch nicht möglich sind.





**Abbildung 6.13:** Vergleich identifizierter Übertragungsfunktionen für  $F'_W(t)$  infolge  $u(t)$  bei  $\varphi = 0^\circ$

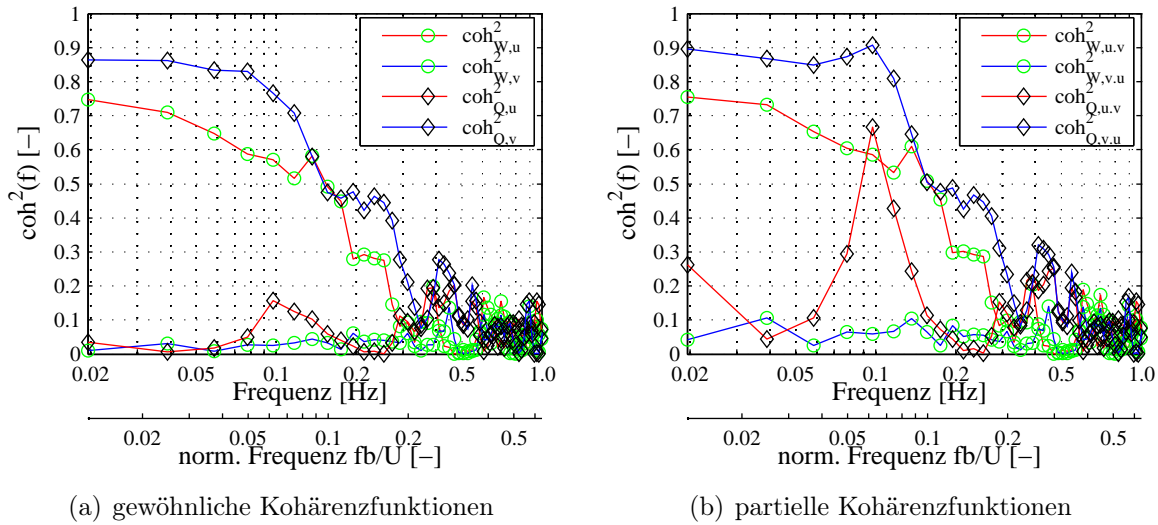


**Abbildung 6.14:** Vergleich identifizierter Übertragungsfunktionen für  $F'_Q(t)$  infolge  $v(t)$  bei  $\varphi = 0^\circ$

Die in Abbildung 6.14 dargestellten Übertragungsfunktionen für den Quertrieb streuen vor allem im Bereich niedriger Frequenzen stärker. Die Verläufe der approximierten Übertragungsfunktionen sind für die verschiedenen Windereignisse trotz stark abweichender Parameter einander aber prinzipiell ähnlich, so dass diese Funktionen zumindest näherungsweise durch ihren Mittelwert beschrieben werden können.

### 6.3.2 Anströmung über Eck

Abbildung 6.15 auf der nächsten Seite zeigt gewöhnliche und partielle Kohärenzen für ein Messereignis mit einer Anströmung des verkleideten Mastschaftes über Eck. Die gewöhnlichen Kohärenzen verlaufen für die beiden Übertragungspfade  $u \rightarrow W$  und  $v \rightarrow Q$  prinzipiell ähnlich. Ein ausgeprägtes Plateau der Kohärenzfunktion für den Windwiderstand liegt bei Anströmung über Eck nicht vor, vielmehr fällt die Kohärenz bereits früh, zunächst flach, ab  $0,1 \text{ Hz}$  steiler ab. Die Kohärenzfunktion erreicht bei der niedrigsten Frequenz nur etwa 75 % und liegt damit



**Abbildung 6.15:** Messung 21.11.01 # 2b: Vergleich der Kohärenzfunktionen

deutlich unterhalb des Niveaus für eine senkrechte Anströmung auf den Mastschaft. Hier liegen offenbar auch im niedrigen Frequenzbereich verstärkt nichtlineare Übertragungspfade vor.

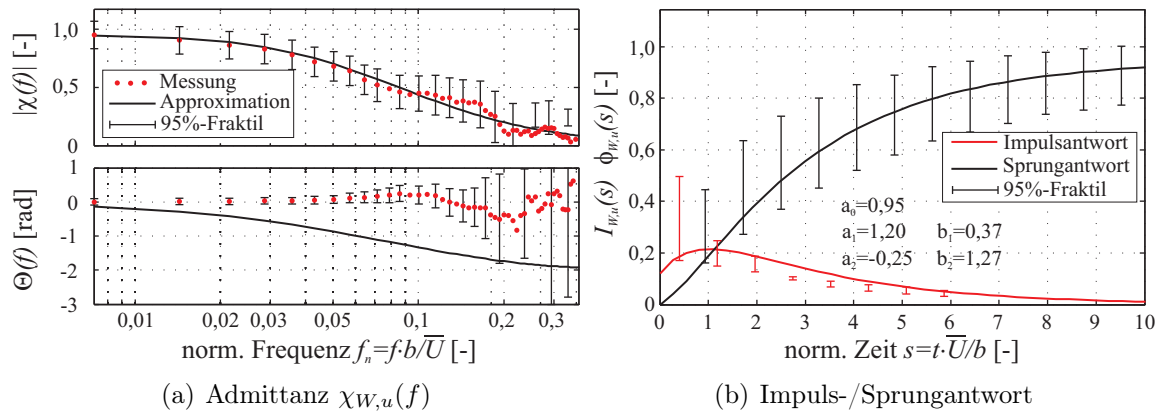
Die Kohärenz für den Quertrieb hingegen liegt mit knapp 90 % bei der niedrigsten Frequenz deutlich oberhalb des Niveaus für eine Anströmung aus  $0^\circ$ . Der niederfrequente Anteil am Quertrieb lässt sich größtenteils durch das lineare Modell erklären. Dass die von *Behrens* ermittelten Kohärenzfunktionen bei Anströmung über Eck auf einem um fast 50 % niedrigeren Niveau liegen, ist darauf zurückzuführen, dass dort Kohärenzen der Kräfte einzelner Fassadentafeln betrachtet wurden [Behr04]. Der hier festgestellte doppelte Wert belegt, dass sich mutmaßlich die beiden luvseitigen Fassadentafeln gleichermaßen an der Übertragung beteiligen.

Eine Berücksichtigung der longitudinalen Turbulenz bei der Prognose der Quertriebskräfte lässt nur eine geringfügige Modellverbesserung erwarten. Die deutliche Spitze bei  $f_n = 0,07$  in der partiellen Kohärenz in Abbildung 6.15(b) zwischen  $u(t)$  und  $F'_Q(t)$  ist nicht bei allen Messungen mit Anströmung über Eck vorhanden und möglicherweise die Folge statistischer Streuungen.

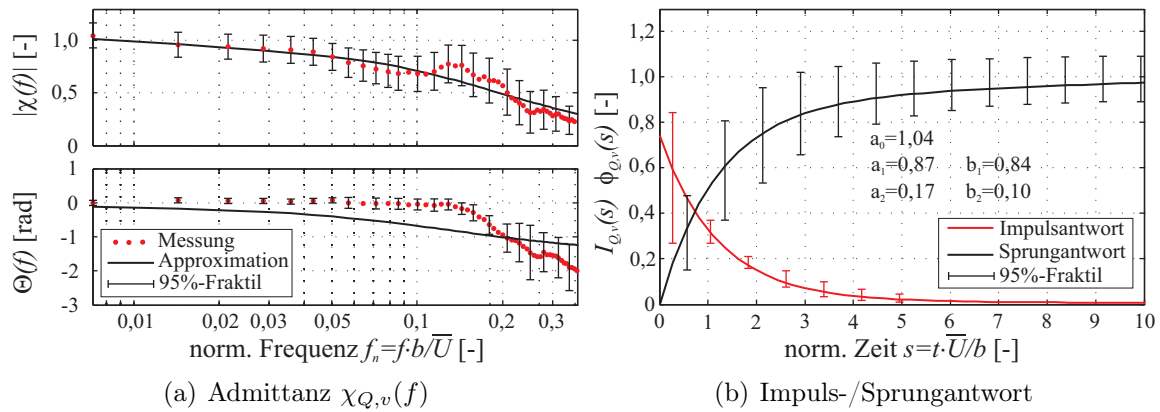
Die identifizierte Admittanzfunktion für den Windwiderstand infolge  $u$  ist in Abbildung 6.16(a) auf der nächsten Seite dargestellt. Zwei Summenglieder sind für eine gute Approximation des Amplitudengangs notwendig. Der Phasenverlauf unterscheidet sich von jenem bei senkrechter Anströmung, da dieser nun um die Nulllage schwankt. Die rationale Approximation hingegen verlangt eine mit steigender Frequenz abnehmende Phase. In Abbildung 6.16(b) sind die zugehörigen Impuls- und Sprungantwortfunktionen dargestellt. Das Erreichen eines stationären Zustandes ist demnach erst für  $s > 10$  zu erwarten, was dem 1,25-Fachen des integralen Zeitmaßes  $T_{u\tilde{x}}$  entspricht.

Die Admittanz  $\chi_{Q,v}(f)$  für den Quertrieb infolge  $v(t)$  fällt gegenüber  $\chi_{W,u}(f)$  flacher ab. Hier tritt bis  $f_n \approx 0,5$  keine Phasenverschiebung auf. Der Vertrauensbereich der Phase ist wiederum wegen des Kohärenzverlaufs bei hohen Frequenzen schmaler als bei  $\chi_{W,u}(f)$ .

In Tabelle A.7 auf Seite 186 sind für fünf Messereignisse mit Anströmung über Eck die identi-

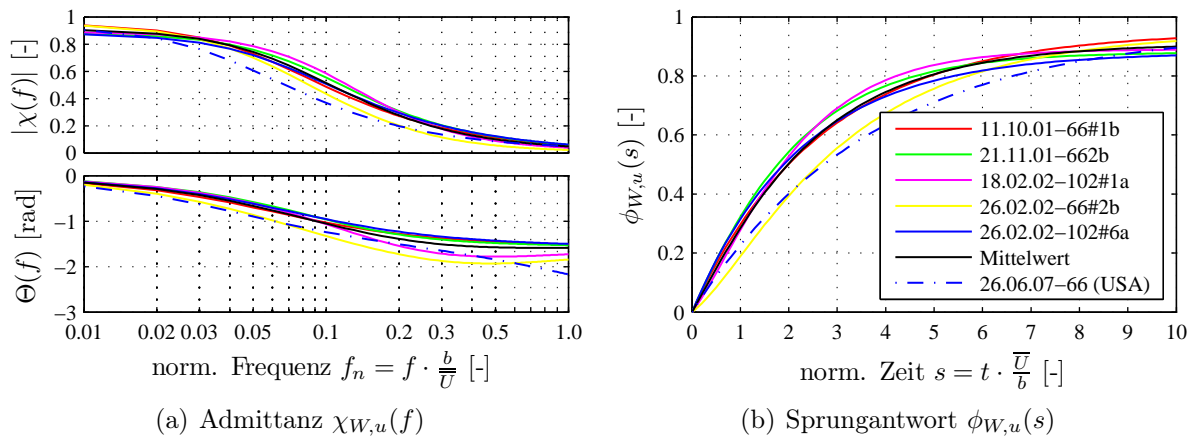


**Abbildung 6.16:** Messung 26.02.02 # 2b: Übertragungsfunktionen für  $F'_W(t)$  infolge  $u(t)$

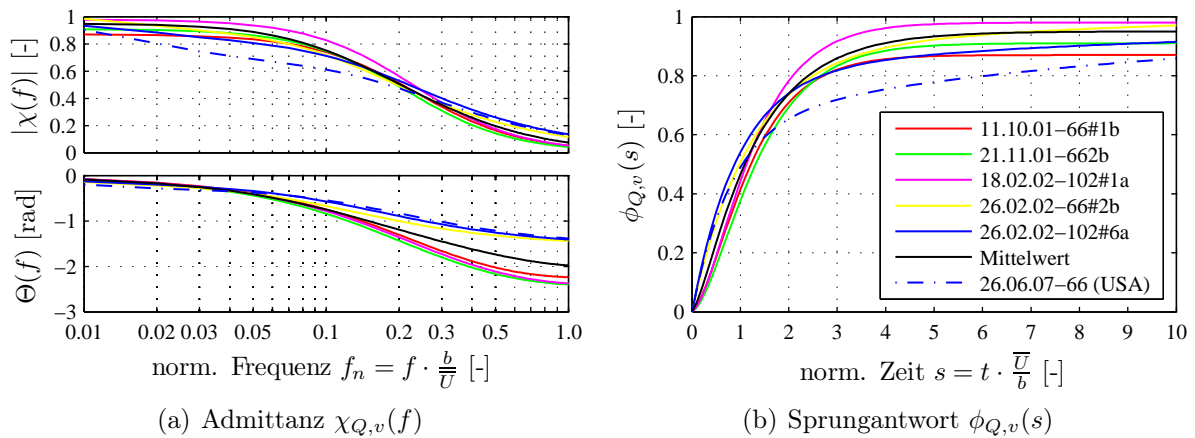


**Abbildung 6.17:** Messung 26.02.02 # 2b: Übertragungsfunktionen für  $F'_Q(t)$  infolge  $v(t)$

fizierten Parameter der rationalen Übertragungsfunktionen auf Basis von Turbulenzmessungen mittels Windmonitor dargestellt. Auch wenn die Parameter streuen, beschreiben diese doch ähnliche Funktionsverläufe, die im Mittel gut durch jeweils eine Funktion beschrieben werden können, wie in den Abbildungen 6.18 und 6.19 auf der nächsten Seite dargestellt. Auch hier zeigen die auf Basis der trägheitsfreien Turbulenzmessungen ermittelten Admittanzen ein früheres Abfallen im Frequenzbereich, was ein langsames Ansteigen der Sprungantworten im Zeitbereich zur Folge hat.



**Abbildung 6.18:** Vergleich identifizierter Übertragungsfunktionen für  $F'_W(t)$  infolge  $u(t)$  bei  $\varphi = 45^\circ$



**Abbildung 6.19:** Vergleich identifizierter Übertragungsfunktionen für  $F'_Q(t)$  infolge  $v(t)$  bei  $\varphi = 45^\circ$

### 6.3.3 Bewertung des identifizierten Übertragungsmodells

#### 6.3.3.1 Zur Güte linearer Übertragung und deren Beschreibung mittels rationaler Funktionen

Anhand der gewöhnlichen Kohärenzfunktionen zwischen den Systemein- und -ausgängen lässt sich zeigen, dass sich die niederfrequenten Anteile des Windwiderstandes mit 75 bis 95 % als größtenteils linear durch die longitudinale Turbulenz bedingt erklären lassen. Für den Quertrieb trifft dies nur bei einer Anströmung über Eck für die laterale Turbulenzkomponente mit ca. 90 % zu. Auch eine Betrachtung der partiellen Kohärenz konditionierter Systemprozesse bringt keinen zusätzlichen Kenntnisgewinn und eine damit verbundene Modellzuschärfung.

Bei senkrechter Anströmung sind lediglich ca. 50 % des Quertriebs nahe der *Strouhal*-Frequenz auf laterale Windgeschwindigkeitsschwankungen zurückzuführen. Außerhalb dieses schmalen Frequenzbandes beträgt der Anteil, der über die Anströmungsturbulenz erklärt werden kann nur

ca. 20%. Der Großteil des Quertriebs lässt sich durch lineare Modelle auch bei Berücksichtigung quadrierter Schwankungsanteile nicht erklären.

Lineare Abhängigkeiten der Turbulenzkomponenten zu den jeweils orthogonalen Windkräften können nur in einzelnen Messungen nachgewiesen werden und sind offenbar nicht charakteristisch für die Windsituation, sondern die Folge von Trends in den Messwerten.

Die Annahme linearer aerodynamischer Übertragung führt somit nur bei senkrechter Anströmung und nur für den Windwiderstand, bei Anströmung über Eck zusätzlich für den Quertrieb zu einer hinreichenden Beschreibung niederfrequenter Windkräfte. Das nicht alle Anteile der Windlast über das MiSo-LTI-System erklärt werden können, hat mehrere Ursachen. Zum einen liefert die punktuelle Messung der Windgeschwindigkeiten keine vollständigen Informationen über die für die Windlast ursächliche Windströmung. Die Berücksichtigung mehrerer Systemeingänge, zum Beispiel in Form von Turbulenzmessungen in einer Ebene senkrecht zur Anströmung, ist mit den vorgestellten Systemgleichungen möglich. Hierdurch ließen sich unter Umständen weitere Kraftanteile erklären. Zum anderen ist die tatsächliche Übertragung aufgrund von unvermeidlichen Trends zeitvariant und nichtlinear. Nichtlinearitäten sind dabei nicht nur auf Seite der Anströmung wegen der quadratischen Schwankungsanteile  $u^2(t)$  und  $v^2(t)$ , sondern auch wegen des nichtlinearen Verlaufs der aerodynamischen Kraftbeiwerte auf Seite der aerodynamischen Übertragung zu erwarten. Der Übergang zum nichtlinearen, zeitvarianten Übertragungssystem müsste somit vollzogen werden.

Die Übertragung des Windwiderstandes zeigt für Wellenlängen, die dem fünf- bis zehnfachen der Baukörperbreite oder mehr entsprechen, keinen oder nur sehr geringen Phasenversatz. Dies deutet auf eine Unmittelbarkeit der Übertragung hin und deckt sich mit publizierten Windkanalversuchen. Im höherfrequenten Bereich fallen die Phasengänge teilweise überproportional ab. Die maximalen Phasenverschiebungen können ein Vielfaches von  $\pi$  betragen was durch den in Abschnitt 6.2.3.2 beschriebenen Phasenversatz begründet werden kann.

Die Amplituden der identifizierten Übertragungsfunktionen lassen sich durch rationale Funktionen mit bis zu drei Summengliedern gut approximieren. Die in dieser Arbeit ermittelten Übertragungsfunktionen beschreiben den niederfrequenten Anteil des Phasenverlaufs befriedigend. Vor allem im höherfrequenten Bereich unterscheiden sich diese jedoch stark von der Approximation was auf Messungenauigkeiten und damit verbundener Akausalität zurückgeführt werden kann und nicht prinzipiell den Ansatz rationaler Funktionen in Frage stellen muss. Ob die Abweichungen im höherfrequenten Bereich allein auf den durch die Messanordnung bedingten Phasenversatz zurückgeführt werden kann, lässt sich nicht abschließend beurteilen.

Auch wenn die Parameter approximierter Funktionen bei mehrgliedrigen Ansätzen stark streuen, sind die Übertragungsfunktionen für die jeweilige Windrichtung charakteristisch. Die Windströmung kennzeichnende Größen wie Turbulenzintensität oder integrales Längenmaß scheinen in dem untersuchten Parameterbereich einen geringeren Einfluss auf die Gestalt der Übertragungsfunktionen zu besitzen.

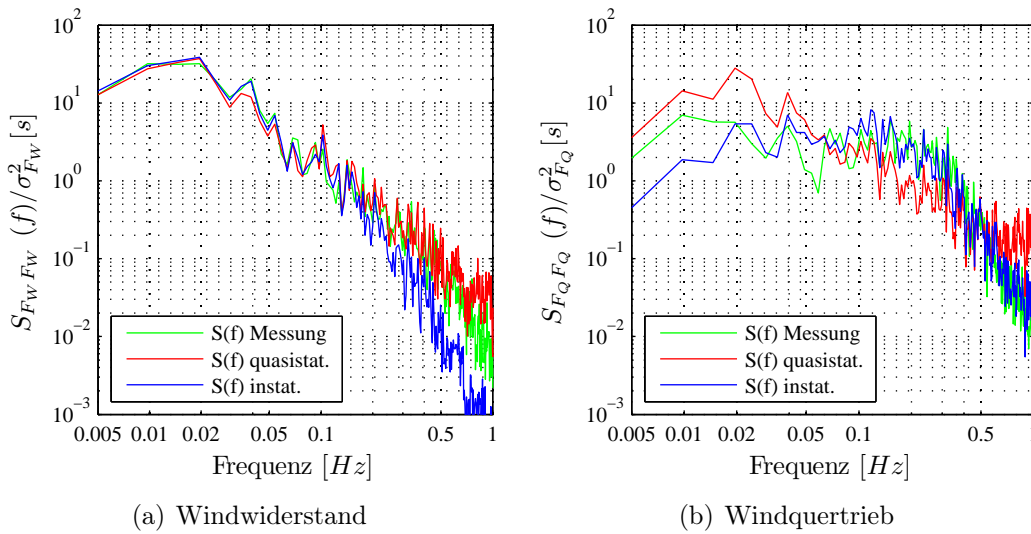


Abbildung 6.20: Messung 22.02.02 # 2a: Vergleich der Autoleistungsdichtespektren der Windkräfte

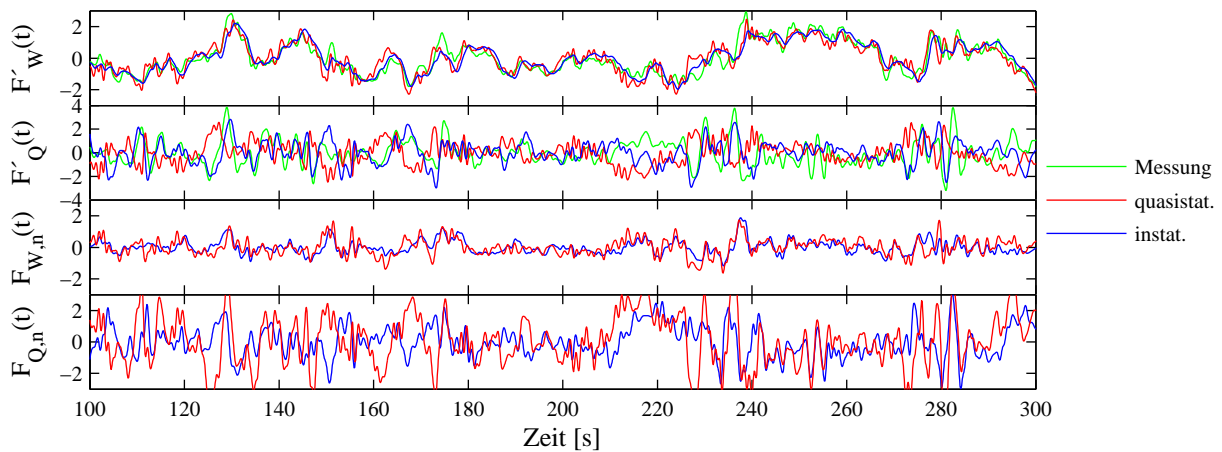
### 6.3.3.2 Vergleich des quasistationären und instationären Übertragungsmodells

Es wird im Folgenden ein Vergleich zwischen den gemessenen Windkräften und deren Prognose mittels quasistationärem und instationärem Übertragungsmodell durchgeführt. Als quasistationäres Modell dient jenes auf Basis linearisierender Buffeting-Koeffizienten, vgl. Modell 1 nach Kapitel 5. Da lediglich ein Vergleich des Einflusses der frequenzabhängigen Übertragung angestrebt wird, erfolgt dieser auf Basis von Systemein- und -ausgängen, die mit ihrer Standardabweichung normiert wurden, vgl. Abschnitt 6.2.1.2.

Abbildung 6.20(a) zeigt einen Vergleich der Autoleistungsdichtespektren des Windwiderstands. Während das quasistationäre Modell im Frequenzbereich oberhalb  $0,5 \text{ Hz}$  das Spektrum überschätzt, liegt das Kraftspektrum aus dem instationären Übertragungsmodell im Frequenzbereich oberhalb  $0,2 \text{ Hz}$  unterhalb der Messung. Dies ist zu erwarten, da die Kohärenzfunktionen in diesem Bereich deutlich unterhalb 1 liegen. Hier hat der Störprozess  $n(t)$  hohe Energie. Ein anderes Bild zeigt sich für die Prognose des Windquertriebs, vgl. Abbildung 6.20(b). Das Spektrum des Quertriebs wird durch das instationäre Übertragungsmodell deutlich besser approximiert als durch das quasistationäre Übertragungsmodell.

In Abbildung 6.21 sind berechnete und gemessene Zeitverläufe der Windkräfte für ein Messereignis mit senkrechter Anströmung auf den Mastschaft dargestellt. Die Fehlerkräfte  $F_{W,n}$  und  $F_{Q,n}$ , die sich zwischen den Messwerten und einer Prognose über die beiden Modelle ergeben, liegen bei dem instationären Übertragungsmodell sowohl für den Windwiderstand als auch für den Windquertrieb auf deutlich niedrigerem Niveau.

Um die Qualität der beiden Übertragungsmodelle zu quantifizieren, wurde die *Euklid'sche* Norm des Vektors der Fehlerkräfte berechnet. Je kleiner diese ist, umso dichter liegen die prognostizierten Windkräfte an der Messung. In Tabelle 6.2 auf der nächsten Seite sind die ermittelten Fehlernormen zusammengestellt.



**Abbildung 6.21:** Messung 22.02.02 # 2a: Ausschnitt eines Zeitschriebs der Windkräfte (varianznormiert) und Fehlerkräfte

Als Maß für die erreichte Verbesserung mittels instationärem Übertragungsmodell dient das Verhältnis der Fehlernormen. Beim Windwiderstand beträgt diese im Schnitt 15 %. Eine Prognose des Quertriebs mit dem instationären Modell lässt bei senkrechter Anströmung eine Halbierung der Fehlerkräfte erwarten. Bei Anströmung über Eck liegen die zu erwartenden Fehlerkräfte jedoch auf ähnlichem Niveau.

**Tabelle 6.2:** Euklid'sche Norm der Fehlerkräfte einer quasistationären und einer instationären Prognose der Windkräfte im Vergleich

Nr.	Messung	Ebene		quasistationär		instationär		rel. Verbesserung	
				$\ F'_{W,n}\ _2$	$\ F'_{Q,n}\ _2$	$\ F'_{W,n}\ _2$	$\ F'_{Q,n}\ _2$	$F'_W$	$F'_Q$
1	07.03.02	3a	66 m	38	98	33	65	15 %	51 %
2	22.02.02	2a	102 m	33	105	28	76	18 %	39 %
3	22.02.02	2b	102 m	33	108	28	69	18 %	57 %
4	24.01.02	1a	102 m	40	111	34	68	18 %	63 %
5	22.02.02	2a	66 m	41	119	33	72	24 %	65 %
6	01.01.02	2a	66 m	43	59	36	46	19 %	28 %
7	01.01.02	2b	66 m	45	50	33	40	36 %	25 %
8	01.01.02	2a	102 m	44	50	39	44	13 %	14 %
9	19.12.01	6b	66 m	43	51	37	42	16 %	21 %
10	19.12.01	6b	102 m	45	45	41	37	9 %	22 %
11	18.02.02	1a	102 m	54	52	52	48	4 %	8 %
12	21.11.01	2b	66 m	51	51	44	43	16 %	19 %
13	11.10.01	1b	66 m	44	51	43	47	2 %	9 %
14	26.02.02	2b	66 m	49	46	47	40	4 %	15 %
15	26.02.02	6a	102 m	47	40	41	40	15 %	0 %

# 7 Nichtlineare Dynamik abgespannter Maste

---

*In diesem Kapitel werden die Grundlagen für die Berechnung eines abgespannten Mastes mittels der Finite-Elemente-Methode dargestellt. Nach einer Vorstellung der verwendeten Systemmatrizen für die Beschreibung von Mastschaft und Abspannseilen folgt eine Betrachtung zur Notwendigkeit einer Berücksichtigung und Umsetzung der aerodynamischen Dämpfung. Im Anschluss an die Erläuterung des Algorithmus zur numerischen Lösung der sich ergebenden nichtlinearen Schwingungsdifferentialgleichung mittels Newton-Raphson-Iteration und Houbolt-Integration bilden Studien zum Konvergenzverhalten der Berechnungen den Abschluss.*

---

## 7.1 Einleitung

Um den Einfluss eines frequenzabhängigen, instationären Windlastmodells auf die Bemessung eines schwingungsanfälligen Mastes verifizieren zu können, ist es erforderlich, im Zeitbereich vergleichende Berechnungen mit einem quasistationären Modell und dem in Kapitel 6 vorgestellten instationären Modell der Turbulenzübertragung durchzuführen. Zu diesem Zweck wurde das Tragwerksmodell eines abgespannten Mastes auf der Basis der Finite-Elemente-Methode in der technischen Programmierumgebung MATLAB erstellt.

Die Verwendung kommerzieller Finite-Elemente-Programme zur Berechnung der Tragwerksantwort wurde vom Verfasser verworfen, da sich eine Anbindung des Tragwerksmodells an das instationäre Windlastmodell mit dem Ziel einer Fluid-Struktur-Kopplung zur Berücksichtigung der aeroelastischen Dämpfung als problematisch erwiesen hat. Zudem zeichnet sich die gewählte Variante durch eine geringe Rechenzeit aus, da ein ständiger Wechsel zwischen Tragwerksanalyse und Windmodell in jedem Zeitschritt – wie bei der Berücksichtigung einer Fluid-Struktur-Kopplung erforderlich – hinfällig wird.

## 7.2 Modellbildung für das Tragwerk

Ein Tragwerksmodell muss in der Lage sein, für die gestellte Aufgabe zuverlässige Ergebnisse zu liefern. Eine Unterteilung von Tragwerksmodellen kann entsprechend dem geometrischen Maßstab, in globale und lokale Tragwerksmodelle erfolgen. Während die globalen Modelle die



Gesamtheit des Tragwerks beschreiben und der Analyse des prinzipiellen Kräfteverlaufs dienen, liegt der Fokus lokaler Modelle auf Details des Tragwerks mit dem Ziel, das Kräftespiel zum Beispiel in einem Knoten detailliert zu analysieren. Da im Rahmen dieser Arbeit alle Aussagen überwiegend auf Schnittgrößenebene beschränkt bleiben, genügt es, ein globales Modell der untersuchten abgespannten Maste zu erstellen. Dieses Modell wird mittels der Finite-Elemente-Methode in einem System gekoppelter Differentialgleichungen formuliert.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}(\mathbf{X})\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (7.1)$$

mit  $\mathbf{M} \dots$  Massenmatrix  
 $\mathbf{D} \dots$  Dämpfungsmatrix  
 $\mathbf{K} \dots$  Steifigkeitsmatrix  
 $\mathbf{F} \dots$  Vektor der äußeren Kräfte  
 $\mathbf{X} \dots$  Vektor der Freiheitsgrade

### 7.2.1 Beschreibung des Mastschaftes

Zur Reduzierung der Freiheitsgrade und des Modellierungsaufwandes bietet es sich an, den Fachwerkschaft eines Mastes in der globalen Tragwerksanalyse über Balkenelemente zu beschreiben. Bei schlanken Balken können in der Regel die Schubdeformationen vernachlässigt werden, da diese gegenüber den Deformationen aus den Biegemomenten klein sind. Bei Fachwerkträgern werden die Verformungen infolge Querkraft hingegen durch die Axialdehnungen sowohl der Diagonalen als auch der Pfosten bestimmt.

Das derzeit gültige technische Regelwerk DIN 4131-Antennentragwerke aus Stahl [DIN91] sieht deshalb vor, pauschal Schubverformungsanteile durch eine 20-%-ige Reduktion der Biegesteifigkeit zu erfassen. *Scheer* weist darauf hin, dass diese pauschale Reduktion der Biegesteifigkeit zur Berücksichtigung von Schubdeformationen durch die endliche Dehnsteifigkeit der Fachwerkdagonalen zu falschen und unsicheren Ergebnissen führen kann [Sche90]. Das mechanische Verhalten des Fachwerkschaftes wird in der vorliegenden Arbeit deshalb durch Balkenelemente mit Schubweichheit nach *Timoschenko* beschrieben. Eine Berücksichtigung des Verformungsverhaltens des Mastschaftes gelingt damit näherungsweise unter Verwendung *Hermite*'scher Polynome als Einheitsformfunktionen [Szil82].

Die Ersatzschubsteifigkeiten für drei- und viergurtige Maste bei unterschiedlichen Ausfachungen hat zum Beispiel *Petersen* angegeben [Pete70]. Für die im Mastbau vorkommenden Fachwerke mit gekreuzten Diagonalen kann der Kehrwert der Ersatzschubsteifigkeit nach Gleichung (7.2) bestimmt werden.

$$\frac{1}{G \cdot A_s} = \kappa \cdot \left( \frac{1}{2 \cdot E \cdot A_{diag} \cdot \sin \delta \cdot \cos^2 \delta} + \frac{1}{E \cdot A_{hori} \cdot \tan \delta} \right) \quad (7.2)$$

mit  $G \dots$  Schubmodul  
 $A_s \dots$  Schubfläche  
 $E \dots$  Elastizitätsmodul

- $\kappa \dots$   $\frac{2}{3}$  für 3-Gurt-Maste;  $\frac{1}{2}$  für 4-Gurt-Maste  
 $A_{diag} \dots$  Querschnittsfläche eines Diagonalstabes  
 $A_{hori} \dots$  Querschnittsfläche eines Horizontalstabes  
 $\delta \dots$  Neigungswinkel der Diagonalen gegenüber der Horizontalen

### 7.2.1.1 Systemmatrizen für den Mastschaft

Bei den Balkenelementen wird in dieser Arbeit das Gleichgewicht am verformten System durch eine Linearisierung der Verformungen berücksichtigt (Theorie II. Ordnung). Es findet hier die geometrische Steifigkeitsmatrix, basierend auf den *Hermite*'schen Polynomen als Ansatzfunktion Verwendung. Steifigkeits- und Massenmatrix der räumlichen Balkenelemente sind zum Beispiel in [Mehl96] und in [Katt03] zu finden. Torsionsfreiheitsgrade werden nicht berücksichtigt. Der Vollständigkeit halber sind nachfolgend die zusammengetragenen Elementmatrizen angegeben.

**Tabelle 7.1:** Elemente der Steifigkeitsmatrix für den Mastschaft

Komponente	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$	$k_7$	$k_8$	$k_9$
Biegung	$\frac{EA}{L}$	$\frac{12 \cdot EI_z}{L^3}$	$\frac{6 \cdot EI_z}{L^2}$	$\frac{EI_z}{L}$	$\frac{EI_z}{L}$	$\frac{12 \cdot EI_y}{L^3}$	$\frac{6 \cdot EI_y}{L^2}$	$\frac{EI_y}{L}$	$\frac{EI_y}{L}$
Schub		$\cdot \frac{1}{1+\eta_y}$	$\cdot \frac{1}{1+\eta_y}$	$\cdot \frac{4+\eta_y}{1+\eta_y}$	$\cdot \frac{2-\eta_y}{1+\eta_y}$	$\cdot \frac{1}{1+\eta_z}$	$\cdot \frac{1}{1+\eta_z}$	$\cdot \frac{4+\eta_z}{1+\eta_z}$	$\cdot \frac{2-\eta_z}{1+\eta_z}$
Th. II. O		$+\frac{6 \cdot N}{5 \cdot L}$	$+\frac{N}{10}$	$+\frac{2 \cdot N \cdot L}{15}$	$-\frac{N \cdot L}{30}$	$+\frac{6 \cdot N}{5 \cdot L}$	$+\frac{N}{10}$	$+\frac{2 \cdot N \cdot L}{15}$	$-\frac{N \cdot L}{30}$

mit  $\eta_z = \frac{12 \cdot EI_y}{G \cdot \alpha_{s,z} \cdot A \cdot L^2}$  und  $\eta_y = \frac{12 \cdot EI_z}{G \cdot \alpha_{s,y} \cdot A \cdot L^2}$

$N \dots$  Normalkraft und  $L \dots$  Elementlänge

$A \dots$  Querschnittsfläche und  $EI \dots$  Biegesteifigkeit

$\alpha_s = A_s/A \dots$  Schubflächenbeiwert

$$\mathbf{K}^{Mast} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & k_2 & 0 & 0 & k_3 & 0 & -k_2 & 0 & 0 & k_3 \\ & & k_6 & -k_7 & 0 & 0 & 0 & -k_6 & -k_7 & 0 \\ & & & k_8 & 0 & 0 & 0 & k_7 & k_9 & 0 \\ & & & & k_4 & 0 & -k_3 & 0 & 0 & k_5 \\ & & & & & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & k_2 & 0 & 0 & -k_3 \\ & & & & & & & k_6 & k_7 & 0 \\ & & & & & & & & k_8 & 0 \\ & & & & & & & & & k_4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}^{Mast} = \begin{bmatrix} u_{x,a} \\ u_{y,a} \\ u_{z,a} \\ r_{y,a} \\ r_{z,a} \\ u_{x,e} \\ u_{y,e} \\ u_{z,e} \\ r_{y,a} \\ r_{z,a} \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

*sym*

**Tabelle 7.2:** Elemente der Massenmatrix für den Mastschaft

$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$m_5$	$m_6$	$m_7$	$m_8$
$\frac{1}{3}\mu L$	$\frac{1}{6}\mu L$	$\frac{13}{35}\mu L$	$\frac{11}{210}\mu L^2$	$\frac{9}{70}\mu L$	$\frac{13}{420}\mu L^2$	$\frac{1}{105}\mu L^3$	$\frac{1}{140}\mu L^3$

 $\mu \dots$  Masse pro lfdm $L \dots$  Länge des Elementes

$$\mathbf{M}^{Mast} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & m_3 & 0 & 0 & m_4 & 0 & m_5 & 0 & 0 & -m_6 \\ & & m_3 & -m_4 & 0 & 0 & 0 & m_5 & m_6 & 0 \\ & & & m_7 & 0 & 0 & 0 & -m_6 & -m_8 & 0 \\ & & & & m_7 & 0 & -m_3 & 0 & 0 & -m_8 \\ & & & & & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & m_3 & 0 & 0 & -m_4 \\ & & & & & & & m_3 & m_4 & 0 \\ & & & & & & & & m_7 & 0 \\ sym & & & & & & & & & m_7 \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

### 7.2.2 Abspannseile

Maste sind schlanke, vertikale Tragwerke, die oftmals in mehreren Ebenen mit Seilen, den sogenannten Pardunen, abgespannt sind. Diese Seile hängen, abhängig von der Vorspannung, mehr oder weniger stark durch. Dieser Durchhang und seine Änderung durch äußere Belastung ist grundsätzlich bei der Schnittgrößenermittlung zu berücksichtigen. Das Gleichgewicht ist am verformten System zu formulieren, wobei die Geometrieänderung gegebenenfalls linearisiert werden darf. Eine solche Linearisierung ist unter gewissen Umständen gerechtfertigt, zum Beispiel, wenn das Seil infolge planmäßiger Vorspannung oder Lastvorspannung durch den Wind hoch vorgespannt ist [Peil96a].

In der Vergangenheit wurde das Schwingungsverhalten der Seile oftmals vereinfacht durch Ersatzmodelle wie zum Beispiel durch an den Mastschaft gekoppelte Einmassenschwinger abgebildet [Kärn84]. Wang ermittelt auf Basis von linearen Berechnungen im Frequenz- und nichtlinearen Berechnungen im Zeitbereich äquivalente Dämpfungen für die Abspannbündel, um amplitudenreduzierende Effekte im Frequenzbereich zu simulieren [Wang94]. Diese Methoden erlauben keine Berücksichtigung fluktuierender Windlasten auf die Seile. Hengst stellt hierzu in seinen Parameterstudien fest, dass eine Berücksichtigung der dynamischen Seillasten auch maßgebend für eine richtige Prognose der Mastschaftbeanspruchung ist [Heng99].

Das hier verwendete Rechenmodell des Mastes soll in der Lage sein, sowohl bei niedrigen Windgeschwindigkeiten, also geringer Lastvorspannung, als auch bei hohen Windgeschwindigkeiten und schlaff werdenden leeseitigen Seilen, die Beanspruchungen wirklichkeitsnah wiederzugeben. Aus diesem Grund wird für die Seile eine nichtlineare Geometrieänderung der großen Verformungen berücksichtigt. Die Knotenkoordinaten der Seilelemente werden dabei nach jedem

Iterationsschritt aktualisiert. Hierbei spricht man von der Theorie III. Ordnung, um die höhere Genauigkeit dieser nichtlinearen Berechnungsweise gegenüber der linearisierten Theorie II. Ordnung zu kennzeichnen.

### 7.2.2.1 Systemmatrizen für die Abspannseile

Um den Einfluss der Seileigenschwingungen zu berücksichtigen, werden zur mechanischen Beschreibung je Seil mehrere Fachwerkelemente verwendet, welche den Seildurchhang polygonartig approximieren. Nach *Wang* ist die Verwendung von zehn Elementen je Seil ausreichend [Wang94]. Dies entspricht auch den Empfehlungen von *Hengst* und anderen Autoren [Heng99, Peil95] und dient deshalb in dieser Arbeit zur Orientierung für die Diskretisierung der Pardenen. Die Steifigkeitsmatrix<sup>1</sup> für ein Fachwerkelement der Länge  $L_0$ , unter Berücksichtigung der steifigkeitsbeeinflussenden Seilkraft  $S$ , ergibt sich nach [Szil82, Bath02].

$$\mathbf{K}_{nl}^{Seil} = \frac{S}{L_0 + \Delta L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & -1 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & 0 \\ sym & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}^{Seil} = \begin{bmatrix} u_{x,a} \\ u_{y,a} \\ u_{z,a} \\ u_{x,e} \\ u_{y,e} \\ u_{z,e} \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

Hierin ist  $L_0$  die Länge des unverformten Elementes und  $\Delta L$  der Verformungszuwachs. Die Seilkraft ergibt sich aus der Dehnung  $\varepsilon$  und der initial Vorspannkraft<sup>2</sup>  $P_0$ .

$$S = E \cdot A \cdot \varepsilon + P_0 \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta L}{L_0} \right)^2 \quad (7.6)$$

Die verteilte Seilmasse  $\mu$  wird vereinfachend in den Elementknoten zusammengefasst. Die Elementmassenmatrix enthält damit nur Einträge auf der Hauptdiagonalen entsprechend Gleichung (7.7).

$$\mathbf{M}^{Seil} = \mu \cdot \frac{L_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & 0 \\ sym & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

<sup>1</sup>Zusatzmatrix aus geometrischer Nichtlinearität

<sup>2</sup>Vorspannkraft im gewichtslosen Zustand, Seilkraft 1. Rechenschritt

### 7.2.3 Dämpfung

Unter Dämpfung versteht man die Eigenschaft eines Systems, durch Dissipation der eingebrachten Energie aus einer Störung, in einer bestimmten Zeit wieder zur Ruhe zu kommen. Geschieht dies bei einem mechanischen Schwinger ohne einen Nulldurchgang der Bewegungsgröße, spricht man von überkritischer Dämpfung. Für die Baupraxis ist im Allgemeinen nur der Fall einer unterkritischen Dämpfung und dessen Beschreibung als geschwindigkeitsproportionale, viskose Dämpfung von Interesse. Die Beschreibung der Gesamtdämpfung eines Bauwerks ist dabei stets mit großen Unsicherheiten belegt und kann nur aufgrund von Erfahrungswerten abgeschätzt werden [Bach00].

#### 7.2.3.1 Logarithmisches Dämpfungsdekrement

Da die Energiedissipation mehrere Ursachen hat, empfiehlt *Petersen* die Gesamtdämpfung über Einzelanteile abzuschätzen [Pete00]. Er definiert die drei Anteile Werkstoffdämpfung, Bauteildämpfung und Dämpfung durch den Baugrund.

Werkstoffdämpfung entsteht durch Hysterese im Werkstoff Stahl. Da sich die Beanspruchungen abgespannter Maste infolge Wind – auch mit Rücksicht auf die Lebensdauer – unterhalb der Streckgrenze bewegen, wird für die Berechnungen ein unterer Grenzwert für das logarithmische Dekrement der Materialdämpfung mit  $\Lambda_M = 0,008$  angenommen.

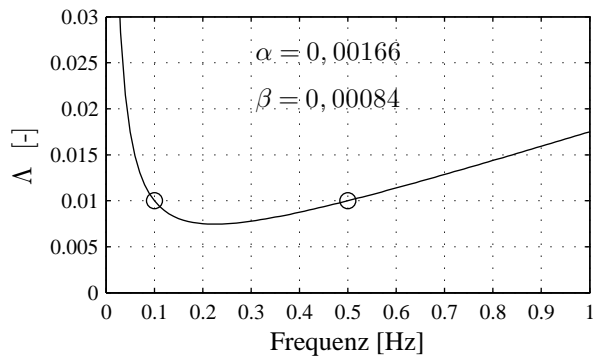
Bauteildämpfung entsteht zum Beispiel durch Schraubenschlupf oder Reibung an Verbindungsstellen. Im Mastbau kommen überwiegend geschraubte Verbindungen mit hochfesten, vorgespannten Schrauben zum Einsatz. Dämpfung durch Schlupf oder Reibung tritt hier kaum auf. Ein unterer Grenzwert der Bauteildämpfung ist  $\Lambda_B = 0,003$ .

Ein zusätzlicher Dämpfungsanteil infolge Energiedissipation in der Gründung wird nicht angesetzt. Für die Berechnungen ergibt sich damit ein logarithmisches Dämpfungsdekrement von  $\Lambda = \Lambda_M + \Lambda_B \approx 1 \%$ .

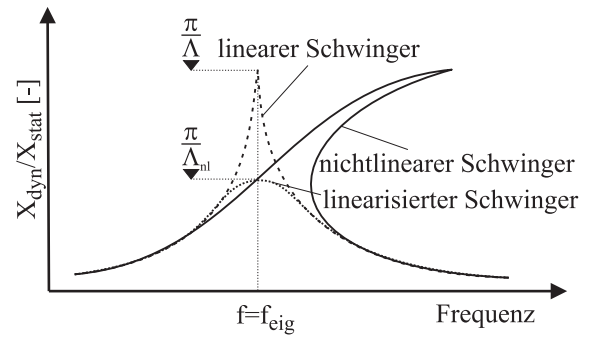
#### 7.2.3.2 Dämpfungsmatrix

Die Dämpfungsmatrix kann über verschiedene Verfahren aufgestellt werden, eine Übersicht ist zum Beispiel in [Mesk99] oder [Link02] beschrieben. Obwohl in dieser Arbeit keine modale Transformation der Bewegungsgleichung angewandt wird und damit auf eine Diagonalisierbarkeit der Systemmatrizen verzichtet werden kann, wird zur Aufstellung der Dämpfungsmatrix die vergleichsweise einfach umzusetzende *Rayleigh*-Dämpfung nach Gleichung (7.8) angewandt. Die Dämpfung wird hierbei als eine Linearkombination von Massen- und Steifigkeitsmatrix beschrieben.

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}_0 \quad (7.8)$$



**Abbildung 7.1:** Verlauf des log. Dämpfungsdekrementes beim Rayleigh-Ansatz



**Abbildung 7.2:** Vergleich der dynamischen Vergrößerungsfunktion beim linearen und nichtlinearen Einmassenschwinger

Die Steifigkeitsmatrix wird hierfür am statischen Zustand unter dem 10-*min*-Mittelwert der Windlast linearisiert. Die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  ergeben sich zu

$$\alpha = 2 \cdot \frac{\omega_2 \cdot \zeta_1 - \omega_1 \cdot \zeta_2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2 \quad (7.9)$$

$$\beta = 2 \cdot \frac{\omega_2 \cdot \zeta_2 - \omega_1 \cdot \zeta_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (7.10)$$

mit  $\omega \dots$  Kreisfrequenz  $\omega_i = 2 \cdot \pi \cdot f_i$   
 $\zeta \dots$  Dämpfungsgrad  $\zeta_1 = \zeta_2 = \frac{\Lambda}{2\pi}$   
 $\Lambda \dots$  log. Dämpfungsdekrement infolge Material und Bauteildämpfung  
 $K_0 \dots$  am statischen Zustand linearisierte Steifigkeitsmatrix

wobei für die untere Eckfrequenz  $f_1$  in diesen Berechnungen stets ein Wert von 0,1 Hz, für die obere Eckfrequenz  $f_2$  ein Wert von 0,5 Hz festgelegt wird. Damit liegt den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen ein frequenzabhängiger Verlauf der Dämpfung nach Abbildung 7.1 zugrunde.

### 7.2.3.3 Systemdämpfung infolge nichtlinearer Eigenschaften

Ähnlich, wie man sich die amplitudenreduzierenden Eigenschaften nichtlinearer Systeme bei Schwingungstilgern zu Nutze macht, können auch die nichtlinearen Schwingungen der Pardunen eine Dämpfung bewirken. Die Dämpfung infolge geometrischer Nichtlinearität durch die Pardunen ist nicht dissipativ, sondern durch die stetige, amplitudenabhängige Verstimmung des Tragwerks initiiert. Abbildung 7.2 zeigt, dass theoretisch die gleichen Schwingungsamplituden erreicht würden, könnte die Erregung dem nichtlinearen Systempfad folgen. In linearisierten Berechnungen kann man dieses Verhalten näherungsweise durch ein erhöhtes Dämpfungsdekrement  $\Lambda_{nl}$  beschreiben, welches für die Resonanzfrequenz zu gleichen Amplituden wie bei nichtlinearer Berechnung führt [Peil98]. Durch die in Abschnitt 7.3 auf Seite 130 erläuterte

Vorgehensweise einer Beschreibung der nichtlinearen Seildynamik wird die stetige Verstimmung des Tragwerks vollständig berücksichtigt.

#### 7.2.3.4 Aerodynamische Dämpfung

Durch die Bewegung des Bauwerks in der Luft treten infolge der Relativgeschwindigkeiten zwischen Bauwerk und Luftströmung zusätzliche Windkräfte auf, die stets der Bauwerksbewegung entgegenwirken. Diese, bei vereinfachter Betrachtungsweise der Bauwerksbewegung in Windrichtung  $\dot{x}$  proportionalen Kräfte können als zusätzlicher viskoser Dämpfungsterm zur Dämpfungsmatrix addiert werden. Ein quasistationärer Ansatz für die Windkräfte sowie eine Linearisierung nach Abschnitt 2.2.1 auf Seite 8 liefert für die aerodynamische Dämpfungskraft

$$F_{aero}(t) = -\rho \cdot C_w \cdot A \cdot \bar{U} \cdot \dot{x}(t) = -2 \cdot \frac{\bar{F}_W}{\bar{U}} \cdot \dot{x}(t) = D_{aero} \cdot \dot{x}(t) \quad (7.11)$$

Eine Erweiterung der Darstellung aerodynamischer Dämpfung unter Berücksichtigung der Quertriebsbeiwerte und der lateralen Turbulenz ist formal einfach möglich, wird hier aber nicht aufgezeigt.

Die modale (generalisierte) Dämpfung ergibt sich aus einer Wichtung mit und der Integration über die  $i$ -te Eigenform  $\Phi_i(z)$  [Holm01].

$$\gamma_{i,aero} = \rho \int_0^L C_W(z) \cdot b(z) \cdot \bar{U}(z) \cdot \Phi_i^2(z) dz = 2 \int_0^L \frac{\bar{F}_W(z)}{\bar{U}(z)} \cdot \Phi_i^2(z) dz \quad (7.12)$$

In der FEM-gerechten Matrizenschreibweise ergibt sich damit die modale Dämpfung für die  $i$ -te Eigenform zu

$$\gamma_{i,aero} = \Phi_i^T \underbrace{\text{diag} \left( \frac{2 \cdot \bar{F}_{W,1}}{\bar{U}_1}, \frac{2 \cdot \bar{F}_{W,2}}{\bar{U}_2}, \dots, \frac{2 \cdot \bar{F}_{W,n}}{\bar{U}_n} \right)}_{\mathbf{D}_{aero}} \Phi_i \quad (7.13)$$

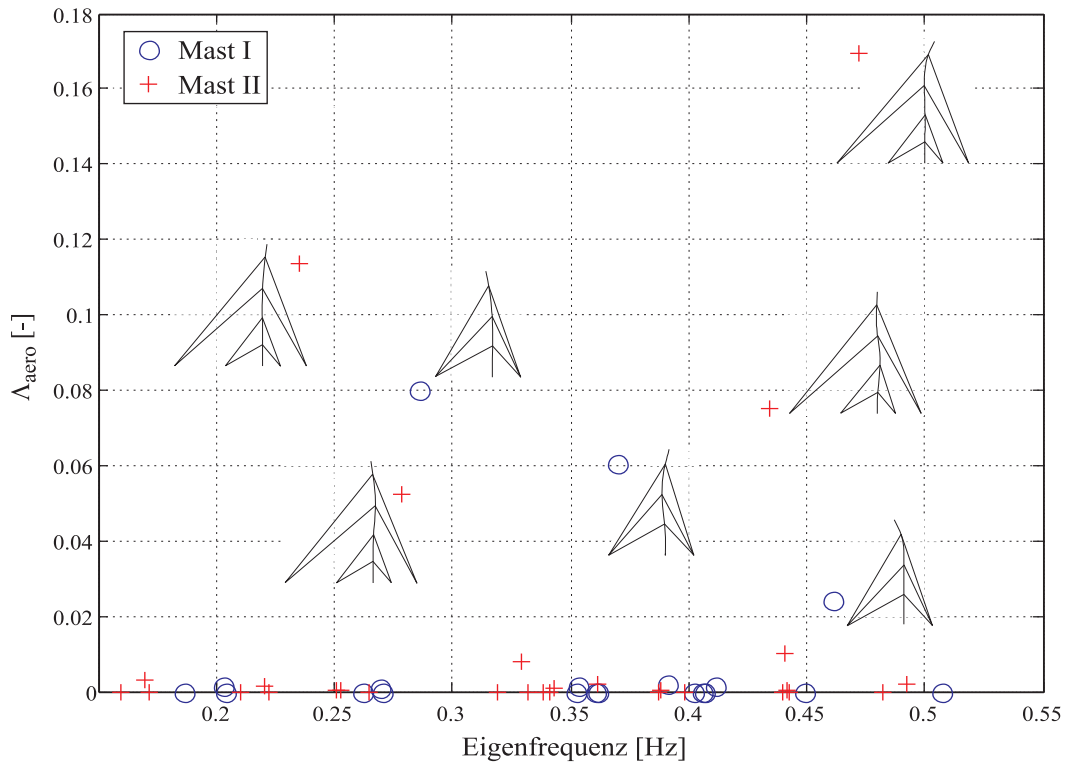
Hierin ist  $\Phi_i$  der Eigenvektor in der  $i$ -ten Eigenform. Damit lässt sich das logarithmische Dämpfungsdekrement zu

$$\Lambda_{i,aero} = \frac{\gamma_{i,aero}}{2 \cdot M_{i,gen} \cdot f_i} \quad (7.14)$$

angeben, wobei  $M_{i,gen}$  die modale Masse der  $i$ -ten Eigenform ist.

Werden die aus den Seilen stammenden Anteile an der aerodynamischen Dämpfung vernachlässigt, ergeben sich für die in Kapitel 8 untersuchten Maste die in Abbildung 7.3 auf der nächsten Seite gezeigten logarithmischen Dekremente infolge aerodynamischer Dämpfung.<sup>3</sup> Die Windrichtung ist „über das Nackenseil“, das Windprofil entspricht GK II mit  $\bar{U}_{ref} = 25 \text{ m/s}$  nach [DIN05a].

<sup>3</sup>Die Eigenformen wurde unter Einwirkung des 10-min-Mittelwertes der Windlast berechnet.



**Abbildung 7.3:** Logarithmische Dämpfungsdekremente infolge aerodynamischer Dämpfung für die untersuchten Maste und zugehörige Eigenformen besonders dämpfungswirksamer Eigenfrequenzen

Bei den Eigenformen, die keine Verschiebungsanteile in Windrichtung besitzen, ist keine aerodynamische Dämpfung vorhanden. In Abhängigkeit von der Eigenform treten in diesem Rechenbeispiel Dämpfungen auf, die mit  $\Lambda_{aero} = 17\%$  ein Vielfaches der Strukturdämpfung betragen können, vgl. Abbildung 7.3. Eine Berücksichtigung dieser Dämpfungsanteile ist aus wirtschaftlichen Gründen geboten. Für eine rechnerische Umsetzung der aerodynamischen Dämpfung stehen prinzipiell drei Möglichkeiten zur Verfügung:

- (a) Berücksichtigung einzelner Dämpfungsdekrementen aus Abbildung 7.3 mittels *Rayleigh*-Dämpfung
- (b) Verwendung der zusätzlichen Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D}_{aero}$  nach Gleichung (7.13)
- (c) Berücksichtigung der Fluid-Struktur-Interaktion

Eine rechnerische Umsetzung der aerodynamischen Dämpfung in Form einer *Rayleigh*-Dämpfung wäre nur eingeschränkt möglich, indem man sich aus Abbildung 7.3 repräsentative Eigenformen herausucht. Schwingungen lateral zum Wind würden dann gleichermaßen gedämpft werden wie jene in Windrichtung.

Eine zusätzliche Berücksichtigung der Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D}_{aero}$  in der Schwingungsdifferentialgleichung

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + (\mathbf{D} + \mathbf{D}_{aero})\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}(\mathbf{X})\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (7.15)$$



ermöglicht eine vollständige Erfassung des linearisierten Modells für die aerodynamische Dämpfung nach Gleichung (7.11). Schwingungen in lateraler Richtung könnten über eine Erweiterung dieser Gleichung analog Gleichung (2.11) auf Seite 9 berücksichtigt werden. Eine Berücksichtigung der turbulenten Anströmung findet jedoch nur mittelbar über  $\dot{\mathbf{X}}(t)$  statt. Es wird in dieser Arbeit deshalb eine vollständige Berücksichtigung der aerodynamischen Dämpfung in Form einer Fluid-Struktur-Kopplung nach Gleichung (7.16) umgesetzt, indem in jedem Zeitschritt die Windkraft aus der Relativgeschwindigkeit zwischen Bauwerk  $\dot{x}$  und Windströmung  $W(t)$  berechnet wird.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}(\mathbf{X})\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}(\dot{\mathbf{X}}(t) - \mathbf{W}(t)) \quad (7.16)$$

An dieser Stelle erweist es sich als vorteilhaft, für die numerische Simulation des Tragverhaltens nicht auf kommerzielle Software zurückgreifen zu müssen, sondern diese vollständig in MATLAB durchzuführen. Kommerzielle Software bietet in aller Regel nur sehr eingeschränkte Möglichkeiten, ein Tragwerks- und Lastmodell aufzustellen, dessen Parameter gekoppelt oder extern in gewünschter Weise gesteuert werden können.

## 7.3 Nichtlineare Analyse im Zeitbereich

Für die Lösung der Schwingungsdifferentialgleichungen stehen mehrere Verfahren zur Verfügung. Die häufig verwendete Modenüberlagerung zur Reduktion der Größe der Systemmatrizen scheidet aus, da eine Superposition die Linearisierbarkeit des Problems voraussetzt. Es gilt deshalb, die Gleichung (7.16) durch direkte numerische Integration zu lösen. Hierfür steht eine Vielzahl von Integrationsverfahren zur Verfügung, eine umfangreiche Auswahl ist zum Beispiel in [Pete00] oder [Bath02] zu finden.

### 7.3.1 Lösung der nichtlinearen Schwingungsdifferentialgleichung

#### 7.3.1.1 Gleichgewichtssiteration

Peil berichtet in [Maie87] von Konvergenzproblemen bei der statischen Berechnung von Seiltragwerken mit der modifizierten *Newton-Raphson*-Iteration. In [Peil00] zeigt er, dass die iterative Berechnung versteifender Systeme – wie Seiltragwerke unter Zugbeanspruchung – mit dem modifizierten *Newton-Raphson*-Verfahren unter Umständen divergiert. Für die Berechnung des statischen Ausgangszustandes konnte diese Aussage auch vom Verfasser bestätigt werden. Hier kommt deshalb die vollständige *Newton-Raphson*-Iteration in Verbindung mit einer inkrementellen Lastaufbringung zur Anwendung. Es sind jedoch Systeme für abgespannte Maste bekannt, die auch mit einer vollständigen *Newton-Raphson*-Iteration nicht konvergieren. Bei 1-Freiheitsgrad-Systemen lassen sich solche Konvergenzschwierigkeiten leicht am Last-Verformungspfad als Sattel- oder Wendepunkt identifizieren. Hier müssen erweiterte Pfadverfolgungsalgorithmen wie zum Beispiel das Bogenlängenverfahren zum Einsatz kommen. Hinweise hierzu

sind in [Schw89] und [Cris97] zu finden. Für die hier untersuchten Maste konnte jedoch auf eine Implementierung eines solchen Verfahrens verzichtet werden.

In jedem Zeitschritt der dynamischen Berechnung wird der Gleichgewichtszustand über die modifizierte *Newton-Raphson*-Iteration nach Gleichung (7.17) und (7.18) erreicht, [Bath02]. Hierdurch ergibt sich gegenüber der vollständigen *Newton-Raphson*-Iteration, bei der in jedem Iterationsschritt  $k$  die Steifigkeitsmatrix neu aufgebaut wird, ein deutlich geringerer numerischer Aufwand. Konvergenzprobleme treten bei der Lösung des dynamischen Problems im Allgemeinen nicht auf, weil die äußere Belastung durch die geringe Zeitschrittweite in sehr kleinen Belastungsstufen aufgebracht wird und die Massen- und Dämpfungsmatrix das Gleichungssystem stabilisieren, so dass eventuelle Singularitäten der Steifigkeitsmatrix nicht zur Divergenz führen.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_i^k + \mathbf{D}\dot{\mathbf{X}}_i^k + \mathbf{K}_{i-1}\Delta\mathbf{X}^k = \mathbf{F}_i(\dot{\mathbf{X}}_{i-1}) - \mathbf{R}_i^{k-1} \quad (7.17)$$

$$\mathbf{X}_i^k = \mathbf{X}_i^{k-1} + \Delta\mathbf{X}^k \quad (7.18)$$

mit  $i \dots$  Zeitschritt  
 $k \dots$  Iterationsschritt innerhalb des Zeitschritts  $i$   
 $\mathbf{F} \dots$  Vektor der Windkräfte unter Berücksichtigung des Geschwindigkeitsvektors des Tragwerks  
 $\mathbf{R} \dots$  Vektor der inneren Knotenkräfte berechnet aus den Elementdehnungen

Eine Kopplung der Windlasten mit der Tragwerksbewegung wird aus Gründen der numerischen Effizienz nur einmal zu Beginn jeden Zeitschrittes berücksichtigt, indem die Bauwerksgeschwindigkeit des vorangegangenen Zeitschrittes  $i - 1$  verwendet wird. Der resultierende Fehler ist, unter anderem aufgrund der kleinen Zeitschrittweite, vernachlässigbar.

### 7.3.1.2 Houboldt-Verfahren

Zur numerischen Lösung der Schwingungsdifferentialgleichungen kommt das *Houbolt*-Verfahren zum Einsatz. Hierbei handelt es sich um ein Mehrschrittverfahren, da die Zustandsgrößen nicht nur vom Zeitschritt  $i - 1$  verwendet werden, um die Größen zum Zeitpunkt  $i$  zu ermitteln, sondern alle Zustandsgrößen bis zum Zeitpunkt  $i - 3$ . Dies führt im Vergleich zu den Einschrittverfahren zu einer höheren Genauigkeit. Ein Nachteil ist, dass das Verfahren nach *Houbolt* nicht selbststartend ist und für die ersten zwei Lastschritte gesonderte Startalgorithmen zu verwenden sind. Hier werden die benötigten Anfangsbedingungen über das zentrale Differenzenverfahren abgeleitet.

Der wesentliche Vorteil des Verfahrens nach *Houbolt* liegt in dessen unbedingter Stabilität [Mehl96]. Die Lösungen wachsen also auch bei beliebigen Anfangsbedingungen und Zeitschrittweiten nicht über alle Grenzen. Dies gilt streng genommen nur für lineare Berechnungen, ist jedoch ein Indikator für das Stabilitätsverhalten in nichtlinearen Berechnungen [Bath02]. Die Entwicklung von Integrationsverfahren, die bei beliebigen Nichtlinearitäten unbedingt stabil sind und dabei nicht übermäßig numerisch dämpfen, sind Gegenstand aktueller Forschungen.

Nachfolgend sind die Formeln zur Lösung der Bewegungsgleichung mit dem *Houbolt*-Verfahren im  $i$ -ten Zeitschritt dargestellt. Die notwendigen Gleichungen für die ersten beiden Zeitschritte auf Basis des zentralen Differenzenverfahrens finden sich im Anhang B.1.

### Lösung im $i$ . Zeitschritt

$$\dot{\mathbf{X}}_i^k = \frac{1}{6\Delta t} (11 (\mathbf{X}_i^{k-1} + \Delta \mathbf{X}^k) - 18\mathbf{X}_{i-1} + 9\mathbf{X}_{i-2} - 2\mathbf{X}_{i-3}) \quad (7.19)$$

$$\ddot{\mathbf{X}}_i^k = \frac{1}{\Delta t^2} (2 (\mathbf{X}_i^{k-1} + \Delta \mathbf{X}^k) - 5\mathbf{X}_{i-1} + 4\mathbf{X}_{i-2} - \mathbf{X}_{i-3}) \quad (7.20)$$

mit  $\Delta t \dots$  Zeitschrittweite

Offensichtlich ist die Approximation der Zeitableitungen nicht nur von den Zustandsgrößen der vorangegangenen Zeitpunkte, sondern auch vom aktuellen Zeitpunkt  $i$  abhängig. Das *Houboldt*-Verfahren gehört deshalb zu den impliziten Integrationsmethoden [Bath02].

Das Einsetzen von Gleichung (7.19) und (7.20) in die Gleichung (7.17) führt auf

$$\hat{\mathbf{K}}\Delta \mathbf{X}^k = \hat{\mathbf{F}} \quad (7.21)$$

mit der dynamischen Steifigkeitsmatrix

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_{i-1} + \mathbf{M} \frac{2}{\Delta t^2} + \mathbf{D} \frac{11}{6\Delta t} \quad (7.22)$$

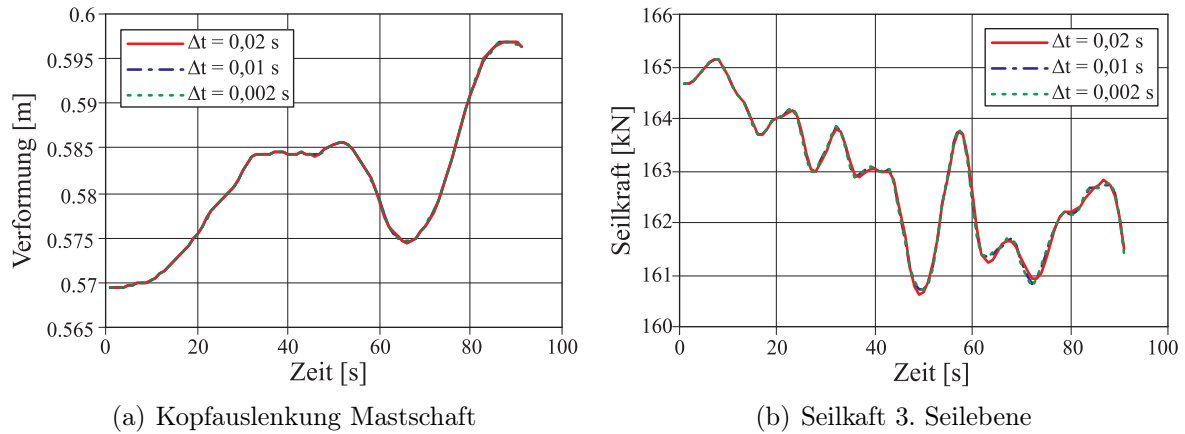
und dem dynamischen Belastungsvektor

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}} = & \mathbf{F}_i - \mathbf{R}_i^{k-1} - \mathbf{M} \frac{1}{\Delta t^2} (2\mathbf{X}_i^{k-1} - 5\mathbf{X}_{i-1} + 4\mathbf{X}_{i-2} - \mathbf{X}_{i-3}) \\ & - \mathbf{D} \frac{1}{6\Delta t} (11\mathbf{X}_i^{k-1} - 18\mathbf{X}_{i-1} + 9\mathbf{X}_{i-2} - 2\mathbf{X}_{i-3}) \end{aligned} \quad (7.23)$$

Bei der Lösung des Gleichungssystems (7.21) wird zuvor eine Bandbreitenreduzierung der Matrix  $\hat{\mathbf{K}}$  durchgeführt, um die Lösung des Gleichungssystems zu beschleunigen. Dies geschieht durch eine Umsortierung der Freiheitsgrade mit dem umgekehrten *Cuthill-McKee*-Algorithmus, bei dem ausgehend von der oberen linken Ecke der Matrix alle Knoten entsprechend ihren Abhängigkeiten so einsortiert werden, dass sich alle Nichtnull-Einträge der Matrix in einem schmalen Band um die Hauptdiagonale anordnen [Math06].

#### 7.3.1.3 Zeitschrittweite und Rechendauer

In der numerischen Integration der Schwingungsdifferentialgleichung wird über den Zeitschritt  $\Delta t$  die Genauigkeit der Lösung gesteuert. Darüber hinaus hängt das Ergebnis von der numeri-



**Abbildung 7.4:** Konvergenztest zur Überprüfung der Stabilität des gewählten Zeitschrittes

schen Stabilität des gewählten Integrationsverfahrens ab. Die Wahl der Zeitschrittweite richtet sich zunächst nach den Empfehlungen aus [Pete00] und [Bath02] mit

$$\Delta t \leq \frac{T_p}{20} \quad (7.24)$$

wobei  $T_p$  die zur höchsten zu berücksichtigenden Frequenz gehörende Periodendauer ist.

Die höchste Frequenz richtet sich einerseits nach den Eigenfrequenzen des Tragwerks, die noch relevante Beiträge zur Gesamtantwort liefern, andererseits aber auch nach den dem Erregerprozess innewohnenden Frequenzen. Bei der gewählten Zeitschrittweite von  $\Delta t = 0,02 \text{ s}$  werden damit die Frequenzen bis  $2,5 \text{ Hz}$  erfasst. In diesem Frequenzband befinden sich alle maßgebenden Eigenformen abgespannter Maste, siehe Abbildung C.4 & C.5 sowie Abbildung C.9 & C.10 sowie [Spar06]. Oberhalb von  $1 \text{ Hz}$  ist zudem kaum noch Energie im Windprozess enthalten, so dass eine Auswertung des Frequenzbandes bis  $1 \text{ Hz}$  alle maßgebenden Informationen beinhaltet. Innerhalb diesen Bereiches kann zudem erwartet werden, dass Amplitudenabfall und Frequenzverschiebung infolge des Fehlers bei der numerischen Integration mittels *Houboldt*-Verfahren unter  $1 \%$  bleiben [Bath02].

Die numerische Stabilität des *Houboldt*-Verfahrens bei dem gewählten Zeitschritt wurde durch mehrere Vergleichsrechnungen mit einem Zehntel der zuvor genannten Zeitschrittweite bestätigt. Abbildung 7.4 belegt, dass auch bei wesentlich kürzerer Zeitschrittweite sowohl bei den Kraft- als auch bei den Weggrößen keine Veränderung der Lösung mehr auftritt.

Die Zeitverlaufsimulationen werden über eine Dauer von  $800 \text{ s}$  durchgeführt. Die  $200 \text{ s}$  zu Beginn werden entfernt, um den Einschwingvorgang zu eliminieren. Die übrigen  $600 \text{ s}$  entsprechen dem meteorologischen Mittelungsintervall von  $10 \text{ min}$ .

#### 7.3.1.4 Konvergenzverbesserung

Das Verhalten von Seilelementen bei Entlastung und die damit verbundene Steifigkeitsreduktion führt zu schlecht konditionierten Steifigkeitsmatrizen. Manchmal kann dann keine Konver-

genz der Lösung durch das *Newton-Raphson*-Verfahren erreicht werden. Zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens des Gleichungssystems wird dieses im Bedarfsfall durch eine numerische Dämpfung stabilisiert.

*Felippa* schlägt hierzu vor, zur Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  eine Diagonalmatrix  $\mathbf{D}_{num}$  zu addieren, um die Konditionierung des Gleichungssystems zu verbessern [Feli74].

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K} + \mu \cdot \mathbf{D}_{num} \quad (7.25)$$

Hierbei ist  $\mu$  ein dimensionsloser numerischer Dämpfungskoeffizient.

Die Diagonalmatrix  $\mathbf{D}_{num}$  ist die Einheitsmatrix  $\mathbf{I}$ , gewichtet mit einem aus dem Vektor der Ungleichgewichtskräfte  $\mathbf{R}_{unbal} = \mathbf{F}_i - \mathbf{R}_i^{k-1}$  und der Steifigkeitsmatrix berechneten Faktor.

$$\mathbf{D}_{num} = \mathbf{I} (\mathbf{R}_{unbal}^T \mathbf{K} \mathbf{R}_{unbal}) / (\mathbf{R}_{unbal}^T \mathbf{R}_{unbal}) \quad (7.26)$$

Durch die Wichtung der Diagonalmatrix  $\mathbf{D}_{num}$  mit den Vektor  $\mathbf{R}_{unbal}$  werden Zustände mit großen Ungleichgewichtskräften stark gedämpft, im Gleichgewichtsfall hingegen verschwindet die Diagonalmatrix  $\mathbf{D}_{num}$  in Abhängigkeit vom tolerierten Fehler fast vollständig. Der angestrebte Gleichgewichtszustand wird durch die numerische Dämpfung nicht beeinflusst.

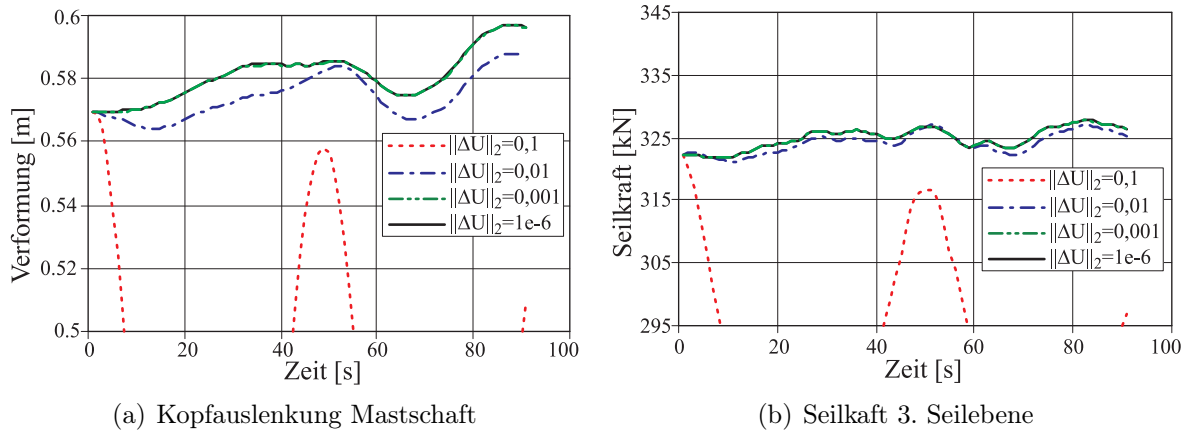
Mechanisch entspricht diese Addition einer Diagonalmatrix dem Einbau von ungekoppelten Einzelfedern an jedem Freiheitsgrad. Ein ähnliches Verfahren wurde von *Kröplin* vorgestellt [Schw89]. Mit zunehmendem Dämpfungskoeffizient  $\mu$  konvergiert die Berechnung langsamer. Als günstiger numerischer Dämpfungskoeffizient ergab sich ein Wert von  $\mu = 10^{-3}$ .

Es ist darauf zu achten, dass bei Verwendung der numerischen Dämpfung die Konvergenzschranken um eine Zehnerpotenz kleiner gewählt werden, als in Abschnitt 7.3.1.5 angegeben, da ansonsten der verbleibende Fehler zu einer Verfälschung des Ergebnisses, insbesondere bei der Eigenwertanalyse, führt.

### 7.3.1.5 Konvergenzkriterien

Zur Beantwortung der Frage, ob innerhalb des Iterationsvorganges bereits eine Lösung gefunden wurde, die mit hinnehmbarer Genauigkeit der exakten Lösung entspricht, existieren mehrere Konvergenzkriterien [Bath02, Madu02]. Innerhalb jeden Zeitschrittes wird als Abbruchkriterium für den Iterationsvorgang das Konvergenzkriterium für die unbalancierten Restkräfte nach Gleichung (7.27), das Energiekonvergenzkriterium nach Gleichung (7.28) und die *Euklid*'sche Norm der Verschiebungsinkremente verwendet.

$$\frac{\|\mathbf{F}_i - \mathbf{R}_i^{k-1} - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_i^{k-1} - \mathbf{D}\dot{\mathbf{X}}_i^{k-1}\|_2}{\|\mathbf{F}_i - \mathbf{R}_{i-1} - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_{i-1} - \mathbf{D}\dot{\mathbf{X}}_{i-1}\|_2} \leq \varepsilon_{F,tol} \quad (7.27)$$



**Abbildung 7.5:** Konvergenzbedingung *Euklid*'sche Norm des Vektors der Verschiebungssinkremente

$$\frac{|\Delta \mathbf{X}^{kT} (\mathbf{F}_i - \mathbf{R}_i^{k-1} - \mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}_i^{k-1} - \mathbf{D} \dot{\mathbf{X}}_i^{k-1})|}{|\Delta \mathbf{X}^{1T} (\mathbf{F}_i - \mathbf{R}_{i-1} - \mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}_{i-1} - \mathbf{D} \dot{\mathbf{X}}_{i-1})|} \leq \varepsilon_{E,tol} \quad (7.28)$$

Aus einer Parameterstudie ergaben sich günstige Konvergenzschranken  $\varepsilon_{F,tol} = 10^{-1}$  und  $\varepsilon_{E,tol} = 10^{-5}$ . Abbildung 7.5 zeigt in zwei ausgewählten Ergebnissen dieser Parameterstudie die Kraft- und Weggrößen, die bereits in Abschnitt 7.3.1.3 betrachtet wurden, für verschiedene Schranken der Verschiebungskonvergenz. Die *Euklid*'sche Norm des Vektors der Verschiebungssinkremente  $\|\Delta \mathbf{U}\|_2$  muss für die hier untersuchten Maste stets unterhalb von  $10^{-3} m$  bleiben, um ausreichend konvergierte Lösungen zu erhalten.



# 8 Berechnung abgespannter Masten unter Windeinwirkung

---

*Nach einer Beschreibung der Geometrie der in dieser Arbeit untersuchten abgespannten Masten, folgt in diesem Kapitel eine Erläuterung des Vorgehens bei der Berechnung der einwirkenden Windkräfte. Im Anschluss an eine Studie zur statistischen Stabilität der Antworten aus Zeitverlaufsrechnungen werden die Mastbeanspruchungen, die sich in turbulenten Windfeldern über ein quasistationäres und ein instationäres Modell für die Windkräfte ergeben, gegenübergestellt. Es folgt ein kurzer Vergleich mit Ergebnissen, wie sie sich bei einer Berechnung nach dem aktuellen technischen Regelwerk unter Einwirkung eines 50-Jahres-Windes ergeben. Dieses Kapitel schließt mit einer einfachen Schädigungsanalyse.*

---

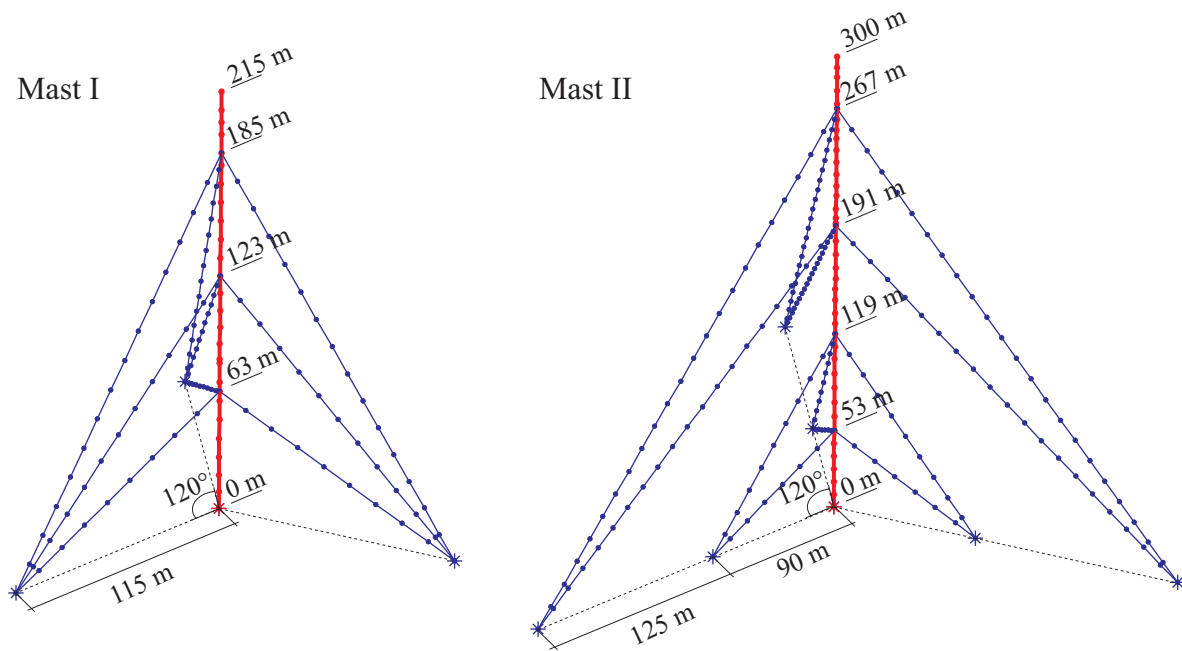
## 8.1 Einleitung

Das Hauptanwendungsgebiet instationärer Windlastmodelle ist die Analyse schlanker seilverspannter Brücken. Neben deren Gefährdung durch aeroelastische Schwingungen sind solche Bauwerke auch Gegenstand eines Studiums instationärer Übertragung der Windturbulenz. Abgespannte Masten haben Eigenschaften, die denen seilverspannter Brücken ähnlich sind. So besitzen auch diese nichtlineare Eigenschaften, die das Tragverhalten stark beeinflussen und eine Analyse im Zeitbereich erfordern. Abgespannte Maste können durch Wind ebenso zu aeroelastischen oder turbulenzinduzierten Schwingungen angeregt werden. Bisher wurden jedoch noch keine Berechnungen zur instationären Übertragung der Windturbulenz an abgespannten Masten durchgeführt. Um den Einfluss einer instationären Übertragung auf die Berechnung von abgespannten Masten zu untersuchen, werden nachfolgend solche Bauwerke unter der Einwirkung turbulenter Windfelder im Zeitbereich berechnet.

## 8.2 Beschreibung der untersuchten Tragwerke

Gegenstand der Untersuchungen sind die Tragwerksmodelle zweier abgespannter Fachwerkgittermasten. Abbildung 8.1 auf der nächsten Seite zeigt die Geometrie der untersuchten Tragwerksmodelle. Der Mast I ist 215 m hoch und in drei Ebenen auf 63 m, 123 m und 185 m mit je drei Pardunen im Winkel von 120° abgespannt. Der Mast II ist 300 m hoch und in den vier





**Abbildung 8.1:** Abmessungen und Elementierung der Masten I und II

Ebenen 53 m, 119 m, 191 m und 267 m mit ebenfalls je drei Pardunen abgespannt. Die Steifigkeiten, Massenbelegung, die Gestaltung des Mastschaftes sowie aerodynamische Kraftbeiwerte entsprechen üblichen Parametern solcher Tragwerke und sind im Anhang C aufgeführt. Die Seilvorspannung wird gemäß den Empfehlungen von *Peil* so eingestellt, dass sich im Lastfall Eigengewicht ein Verhältnis Sehnslänge zu Seilstich von etwa 80 ergibt – ein in der Praxis häufig angewandter Parameter zur Vermeidung von Seilschwingungen [Peil04].

Der Mastschaft beider untersuchten Maste ist ein Fachwerkgitterschaft mit quadratischem Grundriss aus scharfkantigen Profilen. Die Mastschaftgeometrie in Ansicht und Grundriss, ebenso wie die An- und Einbauten innerhalb des Mastes, sind in Anhang C.1 und C.2 dargestellt. Die Anordnung, Größe und Anzahl der An- und Einbauten sind für solche Tragwerke nicht unüblich.

### 8.3 Beschreibung der Windkräfte

Zum Vergleich werden die Windkräfte auf den Mastschaft über zwei Varianten aus den gemäß Abschnitt 4.2 numerisch generierten Windfeldern berechnet. Einerseits mittels der üblicherweise verwendeten quasistationären Beschreibungsweise, wobei innerhalb eines jeden Zeitschrittes der aerodynamische Kraftbeiwert für Windwiderstand und Quertrieb einem Beiwerteverlauf entnommen wird, andererseits mittels des in Kapitel 6 vorgestellten und an Naturmessungen identifizierten instationären Übertragungsmodells auf Basis einer Faltung der Windgeschwindigkeitskomponenten mit aerodynamischen Impulsantwortfunktionen.

### 8.3.1 Quasistationäre Windkräfte

Die Windkräfte nach quasistationärer Übertragungstheorie werden mit der vollständigen Formulierung nach Abschnitt 2.2, Gleichung (2.1) auf Seite 7, beschrieben. Auf eine Vereinfachung des Windvektors wird damit ebenso verzichtet, wie auf eine Linearisierung des nichtlinearen Verlaufs der aerodynamischen Kraftbeiwerte. Diese Vereinfachungen sind bei einer Beschreibung von Windkräften im Zeitbereich nicht notwendig. Die vertikale Turbulenzkomponente  $w(t)$  wird nur bei den Seilen berücksichtigt.

Da in den Simulationen auch der Einfluss der lateralen Turbulenz  $v(t)$ , vor allem auf den Mastschaft, berücksichtigt werden soll und mit dieser turbulente Schwankungen der Windrichtungen um die mittlere Windrichtung verknüpft sind, genügt es nicht, die aerodynamischen Kraftbeiwerte für den Mastschaft lediglich für die Anströmrichtungen senkrecht und über Eck zum Beispiel der DIN 4131 zu entnehmen. Vielmehr muss der Beiwerteverlauf für den Windwiderstand  $C_W$  und den Windquertrieb  $C_Q$  über den gesamten Winkelbereich bekannt sein. Für den Einzelfall lassen sich diese Beiwerteverläufe zuverlässig über Windkanalversuche ermitteln.

Der Verlauf der aerodynamischen Kraftbeiwerte wird in den hier vorgestellten Berechnungen vereinfachend mittels eines in ESDU beschriebenen Verfahrens ermittelt. Dieses erlaubt eine Berechnung des funktionalen Zusammenhangs zwischen dem Windwinkel und der aerodynamischen Kraftbeiwerte für Widerstand und Quertrieb des Mastschaftes. Die aus einer Vielzahl von Windkanalversuchen abgeleiteten Diagramme erlauben zudem die Berücksichtigung von verschiedenen Ein- und Anbauten einschließlich der zugehörigen Verschattungseffekte und Exzentrizitäten, wobei jedoch eine Beeinflussung der Einbauten untereinander, wie zum Beispiel die Verschattung des Fahrstuhls durch den Kabelschacht, nicht berücksichtigt werden kann. Für einige Parameter werden zudem die statistischen Unsicherheiten angegeben. Die gesamte Vorgehensweise zur Berechnung der Kraftbeiwerte ist sehr aufwendig. Auf eine genauere Beschreibung wird an dieser Stelle verzichtet und auf [ESDU91a], [ESDU91b] sowie [ESDU91d] verwiesen. Dort sind auch die Grenzen der Anwendbarkeit des Verfahrens angegeben.

Der umfangreiche Algorithmus ist in einer MATLAB-Funktion implementiert, so dass aus den entsprechend Abschnitt 4.2 generierten Windgeschwindigkeits-Zeitreihen unter Vorgabe der Mastschaftgeometrie nach Abschnitt C.1 und Abschnitt C.2 die Zeitreihen der Windkräfte berechnet werden können.

Im Anhang C sind in Abbildung C.2 und C.3 für den Mast I sowie in den Abbildungen C.7 und C.8 für den Mast II die berechneten Verläufe der aerodynamischen Kraftbeiwerte für den Mastschaft im Normalbereich und im Antennenfeld graphisch dargestellt, wie sie sich nach dem in ESDU beschriebenen Verfahren ergeben. Die Vergleichswerte für den Windwiderstand nach DIN 4131 im Normalbereich, unter Vernachlässigung der Windlasten auf Steigleiter und Kabeltrasse, sind ebenfalls angegeben.

Die turbulenzinduzierten Windkräfte auf die Seile werden grundsätzlich mittels quasistationärer Theorie beschrieben. Der aerodynamische Kraftbeiwert wird mit  $C_W = 1,2$  angesetzt. Windkräfte parallel zum Seil werden vernachlässigt.

### 8.3.2 Instationäre Windkräfte

Die Berechnung der instationären Windkräfte erfolgt auf Basis der in Kapitel 6 ermittelten Mittelwerte der identifizierten Übertragungsfunktionen. Dabei ist sich der Verfasser des Umstandes bewusst, dass eine solche Übertragung auf die hier numerisch untersuchten Maste mit vereinfachenden Annahmen verbunden ist, deren Einfluss im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht wurde und deshalb im Folgenden kurz diskutiert wird:

Die in Kapitel 6 ermittelten aerodynamischen Übertragungsfunktionen wurden anhand eines linearen Modells identifiziert. Es zeigte sich, dass dieses Modell nicht in der Lage ist, alle Anteile an den Windkräften der longitudinalen oder der lateralen Turbulenz zuzuweisen. Eine direkte Übertragung der identifizierten Impulsantwortfunktionen in eine numerische Simulation würde lediglich die linearbedingten Anteile an den Windkräften beschreiben und eine Reduktion der Gesamtenergie der Windkräfte im gesamten Frequenzbereich bewirken.

Darüber hinaus wurden die Messungen am Mast Gartow II an einem geschlossenen Querschnitt mit quadratischem Grundriss durchgeführt. Eine Übertragung der daran identifizierten Modelle für die aerodynamische Übertragung auf eine Beschreibung der Windkräfte an einem Fachwerkgittermast ist nicht möglich, da sich eine vollkommen andere Umströmungssituation einstellt. Bereits ein Vergleich der stationären Kraftbeiwerte von Quadratquerschnitt und Fachwerkmast zeigt signifikante Unterschiede, vor allem beim Quertrieb. So ist der Quadratquerschnitt im Gegensatz zum Fachwerkschaft bei senkrechter Anströmung gallopinggefährdet. Für den Fachwerkschaft hingegen lässt sich eine mögliche Gallopinggefährdung für Anströmsituationen über Eck ausmachen, vgl. Abbildung C.3 und C.8. Die lateralen Kräfte und die zugehörige Admittanz  $\chi_{Q,v}(f)$  werden im identifizierten Übertragungssystem bei senkrechter Anströmung stark von körperinduzierter Turbulenz beeinflusst. Bei einem Fachwerkquerschnitt sind laterale Windkräfte aus Wirbelerregung in vergleichbarer Größenordnung jedoch nicht zu erwarten.

Im Rahmen dieser Vergleichsrechnungen wird eine Übertragung des identifizierten instationären Übertragungsmodells trotzdem in der Weise vorgenommen, dass die auf Basis der Naturmessungen am Mast Gartow II identifizierten aerodynamischen Impulsantworten mit den quasistationären Kraftbeiwerten nach ESDU multipliziert werden. Es wird also vorausgesetzt, dass die Entfaltung der Windgeschwindigkeit am Fachwerkgittermast in ähnlicher Weise geschieht wie bei einem Zylinder mit quadratischem Grundriss. Dies ist eine Annahme, wie sie bezüglich  $\chi_{W,u}(f)$  auch den Bemessungsverfahren der technischen Regelwerke DIN 1055-4 und ASCE 7-02 zu Grunde liegt.

Es wird ferner davon ausgegangen, dass das quasistationäre Übertragungsmodell für den stationären Fall mit  $f \rightarrow 0$  die Schwankungsanteile der Windkraft korrekt beschreibt. Um gezielt den Einfluss der frequenzabhängigen Übertragung zu simulieren, werden deshalb Sprungantworten verwendet, die dem Grenzwert 1 zustreben. Bezüglich des Quertriebs wird lediglich die Gedächtnistiefe den identifizierten Impulsantworten entnommen. Die Parameter des angenommenen instationären Übertragungsmodells sind in Tabelle 8.1 auf der nächsten Seite aufgeführt.

Obwohl kein linearer Zusammenhang zwischen den Windgeschwindigkeitsschwankungen und den dazu orthogonalen Kraftkomponenten ermittelt werden konnte, wird diese Übertragung auch im instationären Windlastmodell mit den gleichen aerodynamischen Impulsantworten be-

**Tabelle 8.1:** Koeffizienten der Übertragungsfunktionen in der numerischen Simulation

Wind- richtung	Übertragungs- funktion		Koeffizienten				
			$a_0$	$a_1$	$b_1$	$a_2$	$b_2$
$\bar{\varphi} = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$	$\chi_{W,u}$	$\chi_{W,v}$	1	1	1	-	-
	$\chi_{Q,u}$	$\chi_{Q,v}$	1	1	0,5	-	-
$\bar{\varphi} = 45^\circ, 135^\circ$	$\chi_{W,u}$	$\chi_{W,v}$	1	1,2	0,5	-0,2	1,4
	$\chi_{Q,u}$	$\chi_{Q,v}$	1	1,2	0,85	-0,2	3,9

schrieben, um die äquivalente Gesamtenergie des Windprozesses wie beim quasistationären Übertragungsmodell zu berücksichtigen.

Die Messungen am Mast Gartow II basieren auf einem Baukörper der Breite  $b = 5,0 \text{ m}$ . Bei den schmalen Querschnitten der beiden hier untersuchten Masten ist zu erwarten, dass der Einfluss einer instationären Übertragung geringer ist. Diesem Umstand wird durch die in Kapitel 6 vorgenommene Normierung der Zeitachse mit  $s = t \cdot b/\bar{U}$  Rechnung getragen. Bei den Zeitbereichsfunktionen ist die vorgenommene Skalierung der Frequenzachse mit  $b/\bar{U}$  zu beachten. Der unnormierte Verlauf der aerodynamischen Impulsantwort über der wahren Zeitachse ergibt sich aus Gleichung (8.1) [Pap062].

$$I_{F,k}(t) = \frac{\bar{U}}{b} \cdot \sum_{n=1}^N a_n \cdot b_n \cdot e^{-b_n \cdot t \cdot \frac{\bar{U}}{b}} \quad (8.1)$$

Die Beschreibung der Windkräfte erfolgt durch eine instationäre Erweiterung der Gleichung (2.1) auf Seite 7 und berücksichtigt damit sowohl die quadratischen Schwankungsglieder der Windgeschwindigkeiten als auch den nichtlinearen Verlauf der aerodynamischen Kraftbeiwerte nach Anhang C.1 und C.2.

$$F_W(t) = \frac{\rho}{2} \cdot \int_0^t I_{W,u}(t - \tau) \cdot W^2(\tau) \cdot C_W A(\tau) \cdot \cos(\varphi'(\tau)) d\tau - \frac{\rho}{2} \cdot \int_0^t I_{W,v}(t - \tau) \cdot W^2(\tau) \cdot C_Q A(\tau) \cdot \sin(\varphi'(\tau)) d\tau \quad (8.2)$$

$$F_Q(t) = \frac{\rho}{2} \cdot \int_0^t I_{Q,u}(t - \tau) \cdot W^2(\tau) \cdot C_Q A(\tau) \cdot \cos(\varphi'(\tau)) d\tau + \frac{\rho}{2} \cdot \int_0^t I_{Q,v}(t - \tau) \cdot W^2(\tau) \cdot C_W A(\tau) \cdot \sin(\varphi'(\tau)) d\tau \quad (8.3)$$

**Tabelle 8.2:** Parameterfeld zur Studie der statistischen Stabilität

Windrichtung $\bar{\varphi} [^\circ]$	Windgeschwindigkeit $\bar{U}_{ref} [m/s]$	Geländekategorie nach [DIN05a]
0, 30, 60	10, 15, 20, 25	II

## 8.4 Statistische Stabilität der Mastantwort

Bei einer Berechnung der Windbeanspruchung abgespannter Masten im Zeitbereich basieren die generierten Zeitreihen der Windlasten zwar auf den gleichen statistischen Parametern des Windfeldes wie beim Spektralverfahren, es muss jedoch die Frage beantwortet werden, inwiefern die so ermittelte Mastbeanspruchung einer einzelnen Berechnung charakteristisch ist für alle Windereignisse mit gleichen statistischen Eigenschaften. Ein einzelnes Ergebnis stellt lediglich eine Stichprobe aus der Grundgesamtheit aller innerhalb der Mastlebensdauer auftretenden Windlastprozesses mit den gleichen Parametern dar. Erst bei einem hinreichend großen Stichprobenumfang ist zu erwarten, dass kein zusätzlicher Kenntnissgewinn über die Beanspruchungen des Tragwerks bei weiter vergrößertem Stichprobenumfang mehr auftritt.

Um den numerischen Aufwand bei der Zeitbereichsanalyse zu minimieren, wird anhand einer Studie überprüft, ab welcher Anzahl einzelner Simulationsrechnungen von 10 *min* Dauer mit denselben statistischen Eigenschaften des Windfeldes sich bemessungsrelevante statistische Parameter der Mastbeanspruchung stabilisieren.

Eine solche *Monte-Carlo*-Simulation wurde bereits von *Hengst* sowohl an einem Einzelseil als auch an einem abgespannten Mast unter Einwirkung turbulenter Windfelder durchgeführt [Heng99]. Er stellt fest, dass die bemessungsrelevanten Schnittgrößen, vor allem jene im Mastenschaft, insgesamt wenig streuen und der Stichprobenumfang dementsprechend sehr gering gewählt werden kann. Eine Reduktion auf eine Stichprobe hält er für möglich, sofern die Verteilungsfunktionen der betrachteten Größen bekannt sind.

Im Rahmen der hier vorliegenden Arbeit wurden für die beiden untersuchten Masten jeweils zwölf unterschiedliche Windsituationen untersucht, für die jeweils zehn Zeitschriebe von 10 *min* Dauer generiert wurden. Die Mastantworten unter diesen 2 · 120 Lastfällen wurden anschließend statistisch ausgewertet. Das Parameterfeld zur Studie der statistischen Stabilität der Mastantworten ist in Tabelle 8.2 angegeben. Die Parameter des Windfeldes entsprechen Tabelle 4.1 und Tabelle 4.2.

### 8.4.1 Verteilungsdichte der Mastantwort

Die charakterisierenden Schnitt- und Weggrößen der Masten wurden hinsichtlich ihrer Verteilungsdichte untersucht. In Abbildung 8.2 auf Seite 144 sind für den Mast I die Biegemomente im Mastenschaft in longitudinaler und lateraler Richtung auf Höhe der obersten Abspannebene sowie die Verschiebungen der Mastspitze im Wahrscheinlichkeitspapier der Normalverteilung so-

wie deren Histogramme inklusive approximierter Glockenkurve dargestellt. Eine entsprechende Darstellung enthält Abbildung 8.3 auf Seite 145 für den Mast II.

Das Ergebnis einer Analyse aller 240 berechneten Windereignisse lässt sich wie folgt zusammenfassen:

- Windbeanspruchungen „über das Nackenseil“ führen zu Häufigkeitsverteilungen, die gut über eine *Gauß*’sche Glockenkurve beschrieben werden können. Die Güte der Approximation ist unabhängig von der mittleren Windgeschwindigkeit.
- Windbeanspruchungen bei Anströmung aus  $\varphi = 30^\circ$  führen zu leicht schiefen Verteilungen, insbesondere bei den Verschiebungen der Mastspitze. Eine Beschreibung mittels *Gauß*’scher Glockenkurve ist mit mäßiger Güte möglich. Die Abweichungen sind bei einer Windgeschwindigkeit  $\bar{U}_{ref} = 15 \text{ m/s}$  sowie für den Mast II am größten.
- Windbeanspruchungen „in die Gabel“ führen ebenfalls zu schiefen Verteilungen der Verschiebungen. Die Schiefe ist jedoch geringer als für Windbeanspruchungen unter  $30^\circ$ . Auch hier sind die Abweichungen bei einer Windgeschwindigkeit  $\bar{U}_{ref} = 15 \text{ m/s}$  sowie für den Mast II am größten.
- Ein strenger  $\chi^2$ -Test verlangt indes stets die Ablehnung der Nullhypothese, dass es sich bei der Verteilung der Antwortgrößen tatsächlich um eine Normalverteilung handelt, bei einem Signifikanzniveau von 5 %.

Augenscheinlich lassen sich die Verteilungen der Kraft- und Weggrößen im Rahmen baupraktischer Genauigkeit durch eine Normalverteilung beschreiben. Auch wenn bei den Verschiebungen die Approximationsgüte mäßig ist, beschränkt sich die weitere Auswertung auch bei den Weggrößen auf die Mittelwerte und Standardabweichungen.

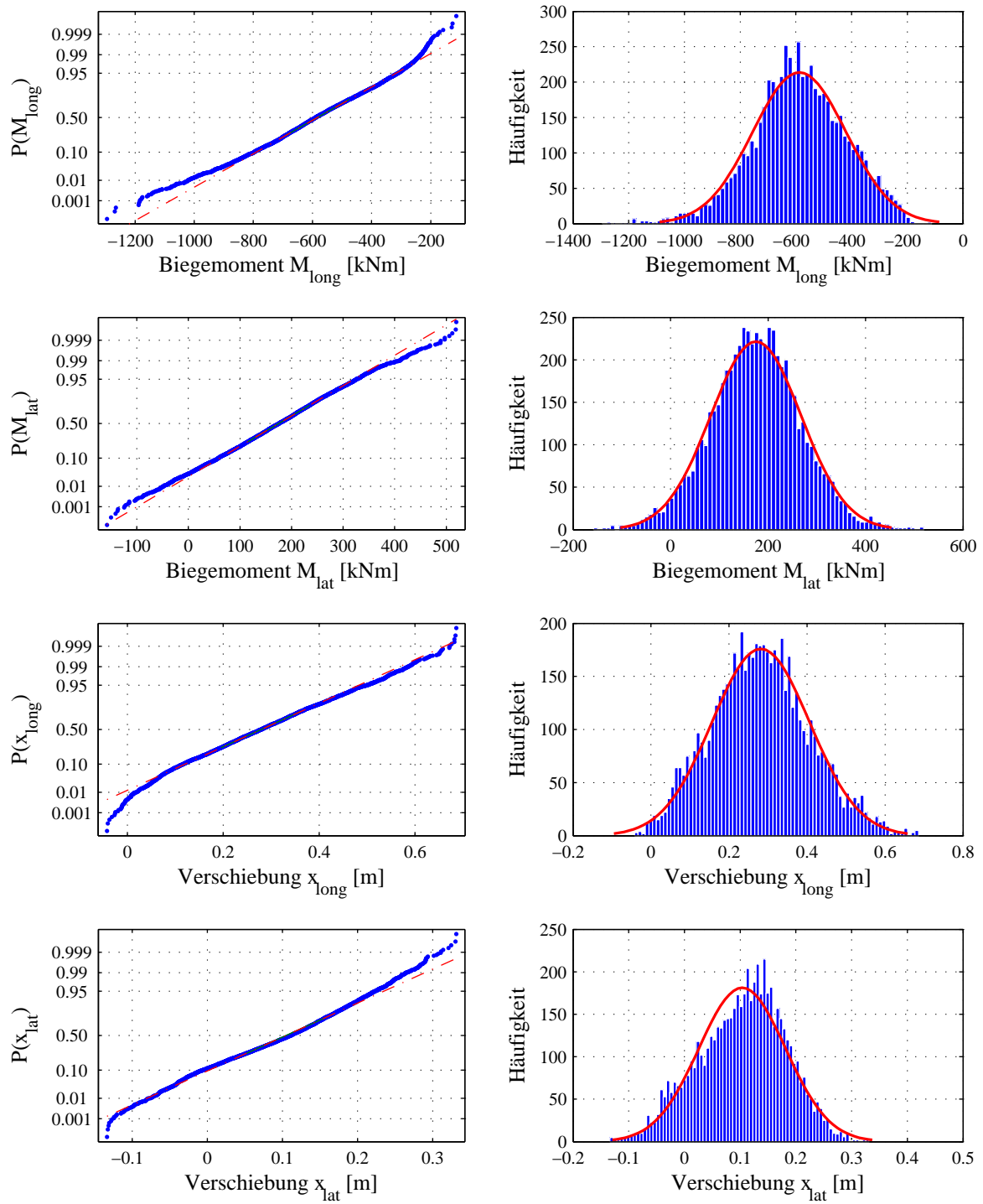
### 8.4.2 Stabilität von Mittelwert, Standardabweichung und Extremwert

Die mögliche Approximation der Momentanwertverteilung durch eine *Gauß*’sche Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion wird zum Anlass genommen, nachfolgend die Stabilität, mit der sich die statistischen Parameter der Normalverteilung – Mittelwert und Standardabweichung – ermitteln lassen, zu quantifizieren.

Basis einer Bemessung sind nicht die Maximalwerte von Einwirkung oder Beanspruchung, sondern Extremwerte, die mit einer festgelegten Wahrscheinlichkeit nicht überschritten werden. Diese Fraktile werden im aktuellen Normenkonzept als charakteristische Werte bezeichnet. In DIN 1055-4:2005-03 werden die charakteristischen Werte einer Größe – im Allgemeinen eine Einwirkung oder eine Schnittgröße – über deren Mittelwert und Standardabweichung mittels eines statistischen Spitzenfaktors  $g$  berechnet [DIN05a]. Der charakteristische Wert der betrachteten Größe  $x$  ergibt sich über

$$x_k = \bar{x} \pm g \cdot \sigma_x \quad (8.4)$$

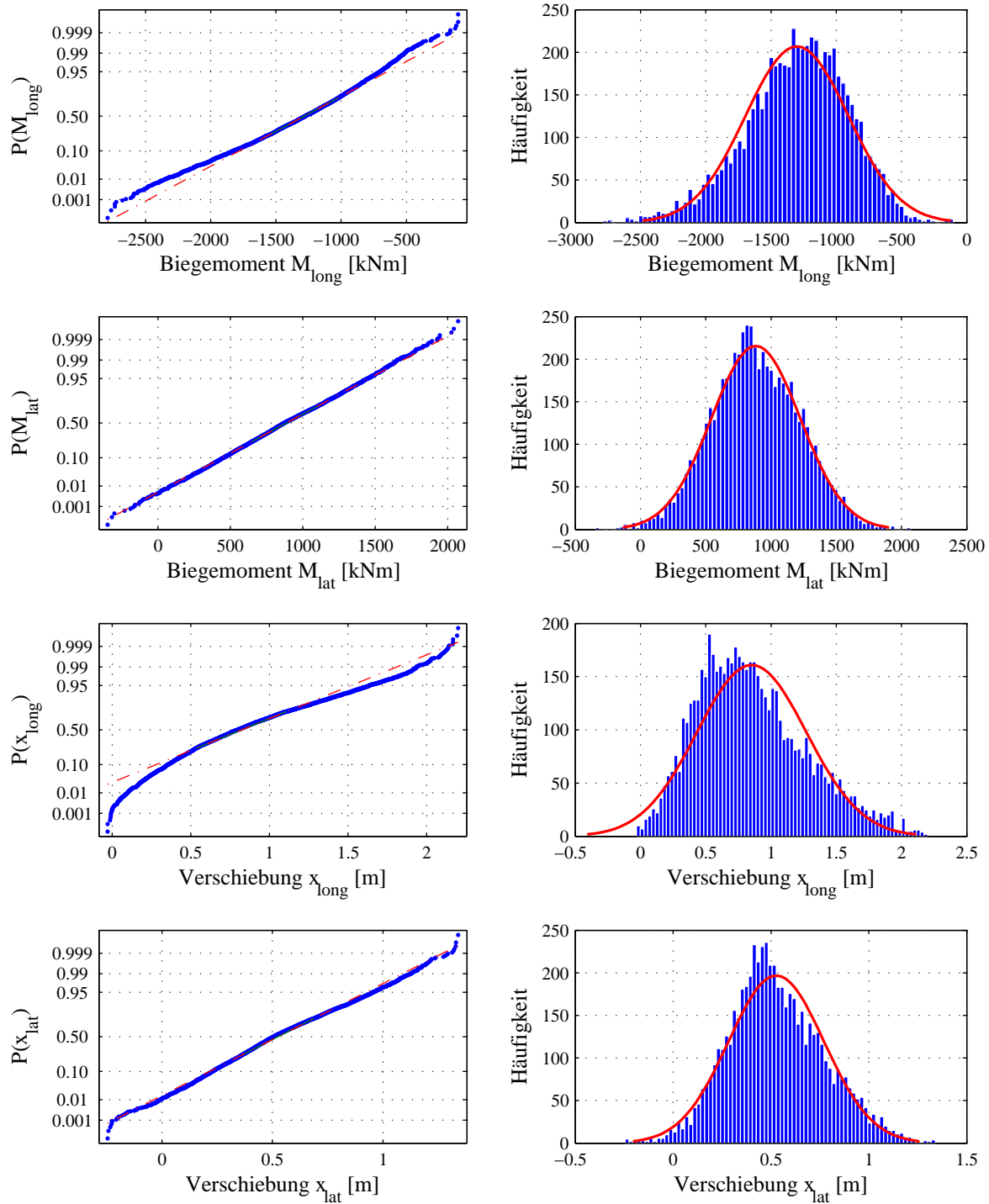
Der statistische Spitzenfaktor  $g$  wird aus dem Mittelwert der zugehörigen Extremwertverteilung berechnet [Pete00]. Bei normalverteilter Grundgesamtheit und Approximation der Extrem-



(a) Darstellung im Wahrscheinlichkeitspapier

(b) Approximierte Normalverteilung

**Abbildung 8.2:** Statistik charakteristischer Mastantworten Mast I,  $\bar{U}_{ref} = 15 \text{ m/s}$   $\bar{\varphi} = 30^\circ$



(a) Darstellung im Wahrscheinlichkeitspapier

(b) Approximierte Normalverteilung

**Abbildung 8.3:** Statistik charakteristischer Mastantworten Mast II,  $\bar{U}_{ref} = 15 \text{ m/s}$   $\bar{\varphi} = 30^\circ$



werte mittels einer *Poisson*-Verteilung ergibt sich der in DIN 1055-4:2005-03 gegebene Ansatz für  $g$  mit

$$g = \sqrt{2 \cdot \ln(\psi \cdot T)} + \frac{\gamma}{\sqrt{2 \cdot \ln(\psi \cdot T)}} \quad (8.5)$$

mit  $\gamma \dots$  Euler-Mascheroni-Konstante  $\gamma \approx 0,5772$

und

$$\psi = \frac{\sqrt{\int_0^\infty f^2 \cdot S_x(f) df}}{\sqrt{\int_0^\infty S_x(f) df}} = \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \quad (8.6)$$

Da in den untersuchten Fällen näherungsweise von einer normalverteilten Grundgesamtheit von  $x(t)$  ausgegangen werden kann, gilt dies auch für die Zeitableitung  $\dot{x}(t)$ . Es scheint damit auch aus Gründen der Vergleichbarkeit insbesondere mit den Ergebnissen von Abschnitt 8.5.1 angebracht, die Extremwerte anhand der Gleichungen (8.4) bis (8.6) über die Standardabweichungen der zeitabhängigen Größen zu bestimmen.

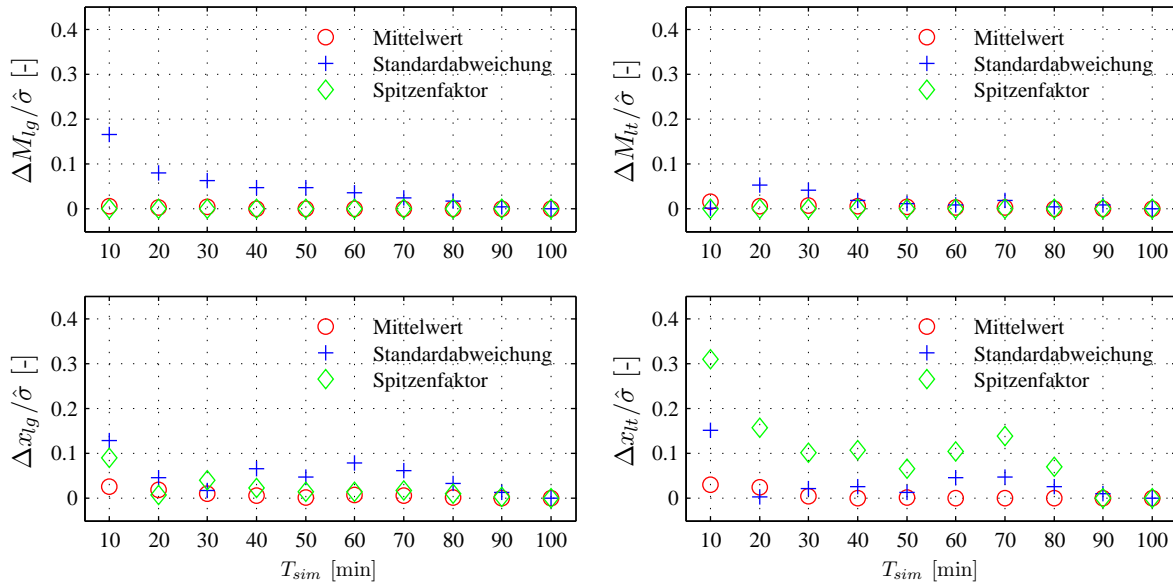
Für ein ausreichend abgesichertes Ergebnis der dynamischen Berechnungen ist damit die statistische Stabilität der drei Parameter Mittelwert, Standardabweichung und Spitzenfaktor notwendig.

Zur Überprüfung dieser Stabilität wurden Mittelwert, Standardabweichung und Spitzenfaktor der bereits in Abschnitt 8.4.1 genannten Größen nach jeder einzelnen 10-min-Berechnung ermittelt, um anschließend diese Größen wiederum über die vorangegangenen Berechnungen zu mitteln. Die nachfolgend dargestellten Mittelwerte, Standardabweichungen und Spitzenfaktoren sind somit statistische Größen in Abhängigkeit der Simulationsdauer  $T_{sim}$  von 10 min, 20 min ..., 100 min. Es kann erwartet werden, dass sich die Ergebnisse  $x$  aus den Berechnungen mit zunehmender Simulationsdauer dem wahren Wert  $\hat{x}$  annähern werden. Als Näherung für den wahren Wert sei jener nach einer Simulationsdauer von  $T_{sim} = 100$  min angenommen.

Die Abbildungen 8.4 auf der nächsten Seite und 8.5 auf Seite 148 zeigen die Abweichung vom wahren Wert  $\hat{x}$  bei  $T_{sim} = 100$  min in Abhängigkeit von der Simulationsdauer  $T_{sim}$ . Um eine aussagekräftige Darstellung der Fehler auch für die mittelwertfreien Größen zu ermöglichen, sind die Fehler jeweils auf die wahre Standardabweichung  $\hat{\sigma}_x$  des Prozesses bezogen.

Als Ergebniss für alle 12 untersuchten Windsituationen je Mast lässt sich Folgendes zusammenfassen:

- Die Mittelwerte aller Prozesse liegen beim Mast I bereits nach  $T_{sim} = 10$  min stets weniger als 5 % der Standardabweichung des Prozesses vom wahren Mittelwert entfernt.
- Die Standardabweichungen aller Prozesse liegen beim Mast I überwiegend bereits nach 10 min Simulationsdauer weniger als das 0,2-Fache der Standardabweichung des Prozesses

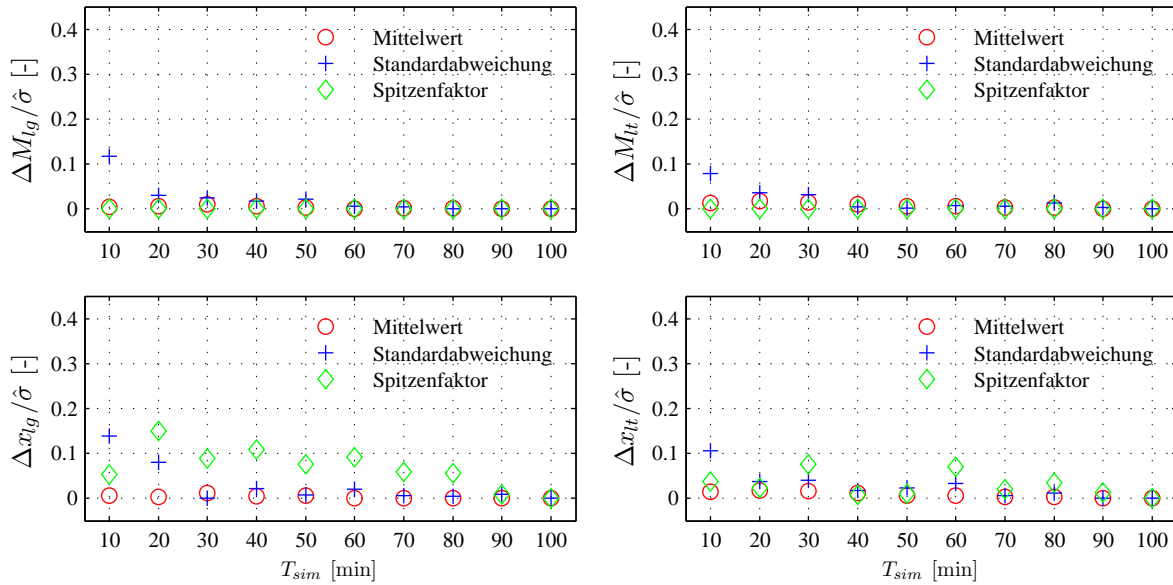


**Abbildung 8.4:**  $\sigma$ -fache Abweichung der statistischen Parameter maßgebender Reaktionsgrößen vom wahren Wert für den Mast I,  $\bar{U}_{ref} = 15 \text{ m/s}$   $\bar{\varphi} = 30^\circ$

vom wahren Wert entfernt. Ausnahmen sind die Windereignisse mit  $\bar{U}_{ref} = 15 \text{ m/s}$  und  $\bar{\varphi} = 60^\circ$ , hier fällt der Fehler erst nach einer Simulationsdauer von  $T_{sim} = 20 \text{ min}$  unter das 0,2-Fache der Standardabweichung.

- Die Spitzenfaktoren für die Schnittgrößen liegen bereits nach  $T_{sim} = 10 \text{ min}$  stets weniger als 5 % der Standardabweichung der Größe vom wahren Wert entfernt. Für die Weggrößen lässt sich bei Windereignissen mit  $\bar{U}_{ref} = 10 \text{ m/s}$   $\bar{\varphi} = 60^\circ$  keine Stabilisierung dieses Parameters erkennen. Jedoch ist dessen Streubreite für die longitudinale Verschiebung mit  $g = 3,78$  bis  $g = 3,89$  sowie für die laterale Verschiebung mit  $g = 3,90$  bis  $g = 3,98$  gering.
- Die Mittelwerte aller Größen liegen beim Mast II bereits nach  $T_{sim} = 10 \text{ min}$  stets weniger als 5 % der Standardabweichung der Größe vom wahren Mittelwert entfernt.
- Die Standardabweichungen und Spitzenfaktoren aller Größen liegen beim Mast II, unabhängig von Windgeschwindigkeit und -richtung, bereits bei nach 10 min Simulationsdauer weniger als das 0,15-Fache der Standardabweichung der Größe vom wahren Wert entfernt.

Als Ergebnis zeigt sich, dass eine einzelne Berechnung der hier untersuchten abgespannten Masten ausreichend ist, um mit hoher Zuverlässigkeit Aussagen über die wahren longitudinalen Reaktionsgrößen zu erlangen. Ein Zusammenhang der Stabilität der statistischen Größen mit dem Verteilungstyp ist erkennbar. Die Weggrößen, die einer *Gauß*'schen Verteilung nur bedingt folgen, schwanken vor allem bei den statistischen Spitzenfaktoren stärker. Trotzdem erfolgen die Schwankungen auf einem geringen Niveau. Für Berechnungen mit dem Ziel, die Tragfähigkeit oder Gebrauchstauglichkeit der abgespannten Maste unter einem bestimmten Windfeld zu analysieren, genügt somit eine einzelne Rechnung, in dem 10 Minuten des betrachteten Windereignisses abgebildet werden, sofern die betrachtete Größe näherungsweise *Gauss*-verteilt ist.



**Abbildung 8.5:**  $\sigma$ -fache Abweichung der statistischen Parameter maßgebender Reaktionsgrößen vom wahren Wert für den Mast II,  $\bar{U}_{ref} = 10 \text{ m/s}$   $\bar{\varphi} = 60^\circ$

Halten die Reaktionsgrößen einem visuellen Abgleich mit einer *Gauß*-Verteilung nicht stand, sind mehrere Berechnungen gleichen Typs notwendig.

## 8.5 Numerische Simulation der Böenwirkung

Nachfolgend werden die Ergebnisse einer umfangreichen Simulation der Böenwirkung auf abgespannte Maste dargestellt. Die Ermittlung der dynamischen Windlasten erfolgt dabei sowohl auf Basis quasistationärer Übertragung nach Abschnitt 8.3.1 als auch auf Basis des instationären Übertragungsmodells nach Abschnitt 8.3.2.

Untersucht wurden die Windrichtungen gemäß Abbildung 8.6 auf der nächsten Seite. Basierend auf den Ergebnissen der Untersuchungen von Abschnitt 8.4 wurde für jede Windrichtung ein Windfeld mit  $\bar{U}_{ref} = 10 \text{ m/s}$ ,  $15 \text{ m/s}$ ,  $20 \text{ m/s}$  und  $25 \text{ m/s}$  für die Geländekategorie II gemäß [DIN05a] generiert und das dynamische Verhalten der beiden Maste unter diesen Windfeldern berechnet. Die Ergebnisse aus den dynamischen Zeitverlaufsberechnungen werden mit einem Verfahren des technischen Regelwerks DIN 4131 verglichen.

### 8.5.1 Näherungsberechnung nach DIN 4131:2007-04 (Entwurf)

In der Praxis werden abgespannte Maste mit den vereinfachten Verfahren der technischen Regelwerke berechnet. Vollständig nichtlineare, dynamische Berechnungen im Zeitbereich, wie sie hier durchgeführt wurden, sind ebensowenig Stand der Technik wie eine Bemessung mit dem Spektralverfahren im Frequenzbereich. In Deutschland ist das maßgebende technische Regel-

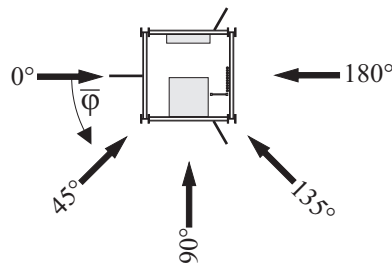


Abbildung 8.6: Untersuchte Windrichtungen

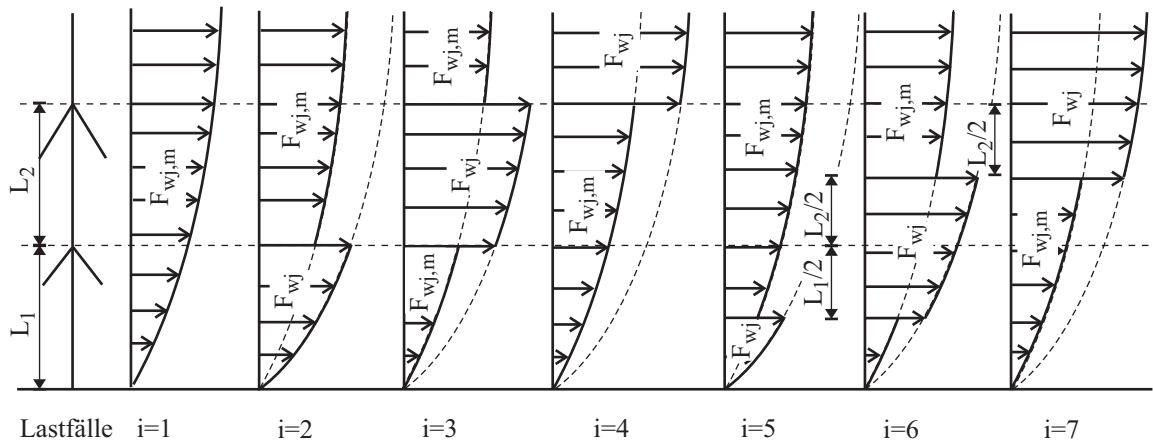
werk die DIN 4131-Antennentragwerke aus Stahl [DIN91]. In der neuesten Entwurfsfassung wird die Böenreaktion mit einem Verfahren berechnet, welches auf abschnittsweisem Ansetzen der Böenwindkräfte und mittlerer Windkräfte im restlichen Bereich basiert [DIN07a]. Entsprechend dem englischen Sprachgebrauch wird bei den flickenartig anzusetzenden Lasten von „Patch“-Lasten gesprochen. Die abschnittsweise anzusetzenden Lasten spiegeln anschaulich die Lasterhöhung beim Durchlaufen einer Windböe wieder. Diese Berechnungsweise entspricht dem Vorgehen in DIN EN 1993-3-1 [DIN07b] und geht auf Untersuchungen von *Sparling et al.* zurück [Spar93].

Zum Vergleich mit den dynamischen Berechnungen unter quasistationären und instationären Windlasten werden die Mastbeanspruchungen ebenfalls nach dem Patch-Last-Verfahren des Normentwurfs der E DIN 4131 berechnet.

#### 8.5.1.1 Das Patch-Last-Verfahren

In Abbildung 8.7 auf der nächsten Seite sind die beim Patch-Last-Verfahren des Normentwurfs DIN 4131 zu untersuchenden Lastfälle am Beispiel eines Mastes mit zwei Abspannebenen dargestellt. Hierin sind  $F_{wj}$  die Böenwindkraft, berechnet aus dem Böenstaudruck, und  $F_{wj,m}$  die aus dem 10-*min*-Mittelwert der Windgeschwindigkeit berechnete Windkraft. Um den Anwendungsbereich des DIN-Verfahrens nicht – wie im Eurocode vorgesehen – auf eine Länge des überkragenden Mastschaftes, die maximal 50 % der Endfeldlänge beträgt einzuschränken, wird im Lastfall 4 die Belastung des Kragarms aus dem 10-*min*-Mittelwert der Windkraft und dem Böenreaktionsfaktors nach [DIN05a] berechnet. Zusammen mit *Peil* hat der Autor gezeigt, dass eine Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors für den Lastfall 4 unangemessen konservativ sein kann und eine Berücksichtigung der Böenwindlast über den Böengeschwindigkeitsdruck bessere Übereinstimmung mit dynamischen Berechnungen liefert [Peil07]. In den nachfolgenden Berechnungen wird deshalb grundsätzlich auf eine Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors verzichtet.

Von den Schnittgrößen  $S_i$  der Lastfälle  $i \geq 2$  sind die Schnittgrößen  $S_m$  des mittleren Windes (Lastfalls 1) abziehen, um näherungsweise nur die fluktuierenden Anteile der einzelnen Lastfälle, linearisiert am Arbeitspunkt des Mastes unter dem 10-*min*-Mittelwert der Windlasten, zu erhalten. Diese Schnittgrößen können wegen ihrer angenommenen statistischen Unabhängigkeit entsprechend der SRSS-Regel vektoriell überlagert werden, vgl. Gleichung (8.7).



**Abbildung 8.7:** Lastansatz beim Patch-Last-Verfahren nach E DIN 4131:2007-04 für einen Mast mit zwei Abspannebenen

Den endgültigen Schnittgrößenverlauf erhält man durch Addition der summierten Schwankungsanteile  $S_P$  zu den Schnittgrößen infolge des 10-min-Mittelwertes der Windlast des Lastfalls 1, vgl. Gleichung (8.8).

$$S_P = \sqrt{\sum_{i=2}^7 (S_i - S_m)^2} \quad (8.7)$$

$$S = S_m \pm S_P \quad (8.8)$$

*Sparling et al.* berechnen eine Vielzahl abgespannter Maste mit Höhen zwischen 20 m und 620 m im Frequenzbereich mit dem Spektralverfahren und vergleichen die so ermittelten Schnittgrößen mit denen, die sich aus einer Anwendung des Patch-Last-Verfahrens ergeben [Spar93]. Zur Anpassung der Ergebnisse werden für die Schnitt- und Weggrößen aus den statischen Berechnungen des Patch-Last-Verfahrens je drei Skalierungsfaktoren

- $\lambda_B$  für den Böengrundanteil
- $\lambda_R$  für den Resonanzantwortanteil
- $\lambda_L$  für das Integrallängenmaß

vorgesehen, um dessen Ergebnisse denen des Spektralverfahrens anzugleichen.

*Sparling et al.* stellen fest, dass der Böengrundanteil, wie er sich aus dem Patch-Last-Verfahren ergibt, prinzipiell affin zum Ergebnis der dynamischen Berechnung ist. Das Patch-Last-Verfahren überschätzt lediglich dessen Betrag. Der Abminderungsfaktor  $\lambda_B$  mindert die Amplituden entsprechend ab. Der Faktor  $\lambda_R$  für den Resonanzantwortanteil berücksichtigt das Verhältnis der Gesamtantwort zum Böengrundanteil.  $\lambda_R$  hängt unter anderem von der Masse, dem Windwiderstand und der Steifigkeit ab. Eine Berücksichtigung der charakteristischen Böenballengröße von 60 m und der mittleren Feldlänge des Mastes erfolgt über den Faktor  $\lambda_L$ . Diese Faktoren bleiben in den oben genannten technischen Regelwerken verborgen, da sie nach *Sparling et al.* auf sicherer Seite liegend zu  $\lambda_B \cdot \lambda_R \cdot \lambda_L \approx 1,0$  abgeschätzt werden können.

### 8.5.2 Vergleich extremer Schnittgrößen

Im nachfolgenden Abschnitt werden die Extremwerte der Schnittgrößen für die beiden Maste unter dem Bemessungswind der Windzone II mit  $\bar{U}_{ref} = 25 \text{ m/s}$  gegenübergestellt, wie sie sich aus dem Patch-Last-Verfahren nach E DIN 4131, einer dynamischen Berechnung mittels quasistationären sowie instationären Windlasten, ergeben.

Die Einhüllende maximaler Biegemomente im Mastschaft Mast I ist in Abbildung 8.8(a) auf der nächsten Seite für  $\bar{\varphi} = 0^\circ$  „Wind über das Nackenseil“ dargestellt. Die Biegemomente  $M_x$  senkrecht zur Hauptwindrichtung werden durch das Patch-Last-Verfahren nicht erfasst, da Kräfte infolge lateraler Turbulenz dort nicht berücksichtigt werden. Die Extremalwerte dieser Biegemomente erreichen über 60 % der Biegemomente  $M_y$  in Hauptwindrichtung. Da der Mastschaft durch die schlaff werdenden leeseitigen Seile nicht mehr gestützt wird, sind die Biegemomente gleichmäßig über die Höhe verteilt und in den mittleren Mastabschnitten bemessungsmaßgebend. Die laterale Turbulenz, im maßgebenden Frequenzbereich mit ähnlichen oder sogar höheren Amplituden, erklärt die auftretenden Biegemomente in dieser Größenordnung.

Die Berücksichtigung einer instationären Übertragung mittels Impulsantworten reduziert diese Beanspruchungen lediglich um etwa 2 %, was auf eine bei hohen Windgeschwindigkeiten schnell abklingende Impulsantwort zurückgeführt werden kann.

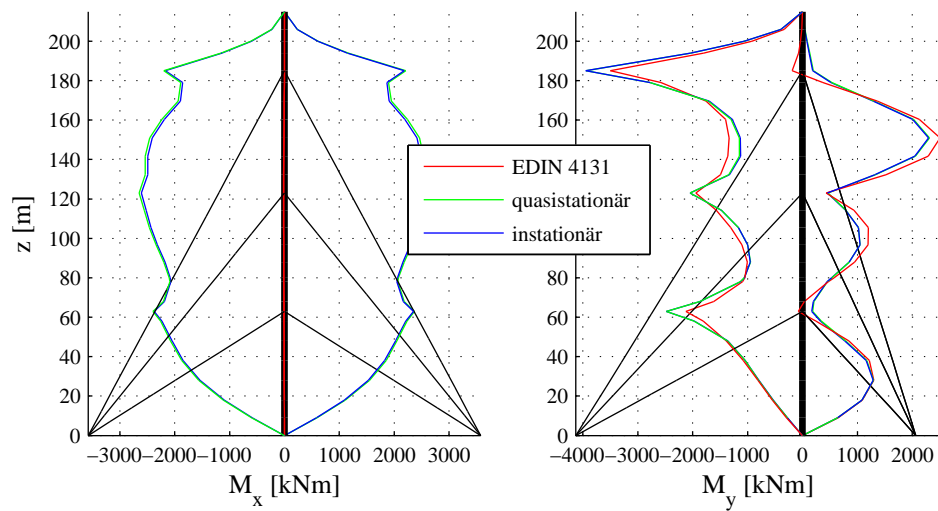
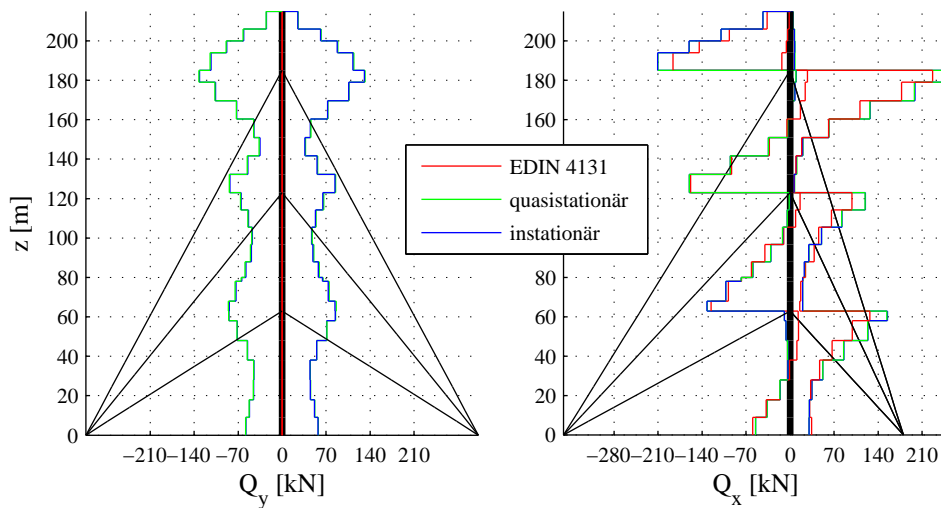
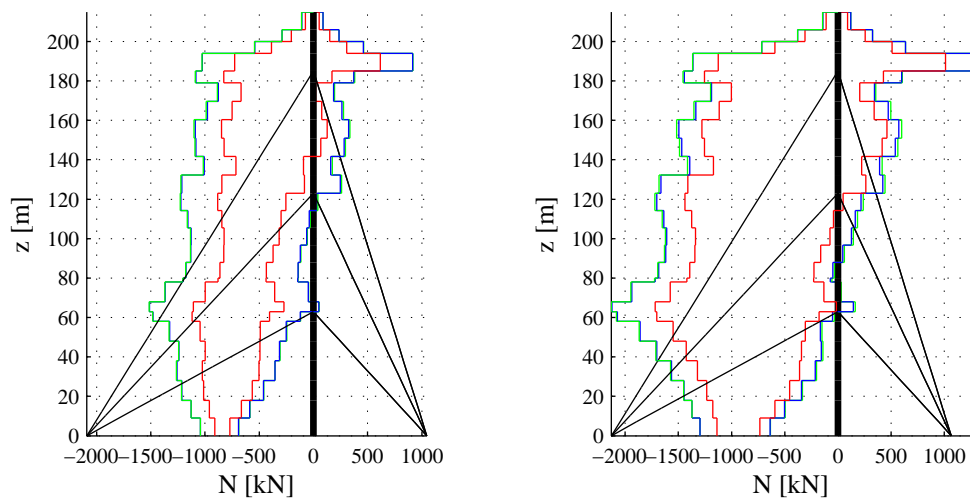
Die Biegemomente in Hauptwindrichtung werden durch das Patch-Last-Verfahren im Verlauf richtig wiedergegeben. Die Stützmomente liegen leicht unterhalb, die Feldmomente leicht oberhalb der dynamischen Berechnungen. Die Biegemomente  $M_y$  in Hauptwindrichtung sind für die quasistationäre und die instationäre Berechnung praktisch identisch.

In Abbildung 8.8(b) auf der nächsten Seite sind die Querkräfte für dasselbe Windereignis dargestellt. Die Aussagen bezüglich der Güte des Patch-Last-Verfahrens treffen auf den Querkraftverlauf in gleichem Maße zu. Im Gegensatz zu den Biegemomenten sind die bemessungsrelevanten Querkräfte in Windrichtung stets größer als jene infolge lateraler Turbulenz.

Die Einhüllende der vier Eckstielkräfte des Mastschaftes sind in Abbildung 8.8(c) auf der nächsten Seite dargestellt. Das Patch-Last-Verfahren unterschätzt die Eckstielkräfte um ca. 30 % gegenüber den dynamischen Berechnungen, was auf die Vernachlässigung der Einwirkungen infolge lateraler Turbulenz zurückzuführen ist.

Bei einer Auswertung der Ergebnisse aller Windrichtungen reduziert sich dieser Wert auf ca. 20 %, wie Abbildung 8.8(d) auf der nächsten Seite zeigt.

Die Seilkräfte werden durch das Patch-Last-Verfahren sehr gut wiedergegeben. Die Tabelle 8.3 enthält eine Zusammenstellung extremer Kräfte in den Seilen. Die Seilkräfte aus den Patch-Last-Verfahren liegen lediglich 10 bis 15 % unterhalb der genauen dynamischen Berechnung. Aufgrund einer Berechnung der Extremwerte bei den Zeitverlaufsrechnungen über Gleichung (8.4) auf Seite 143 werden die minimalen Seilkräfte unter Umständen negativ. In den Zeitschrieben sind jedoch die minimalen Seilkräfte stets positiv und von gleicher Größenordnung wie im Patch-Last-Verfahren. Der Ansatz in E DIN 4131 einer konstanten Windlast auf die Seile auf Basis der Windgeschwindigkeit in 2/3 der Höhe des Abspannpunktes ist gut geeignet, die bemessungsrelevanten Schnittgrößen zu liefern.

(a) Biegemomente senkrecht zur Windrichtung und in Windrichtung für  $\bar{\varphi} = 0^\circ$ (b) Querkräfte senkrecht zur Windrichtung und in Windrichtung für  $\bar{\varphi} = 0^\circ$ (c) Einhüllende der Eckstielkräfte  $\bar{\varphi} = 0^\circ$  (d) Einhüllende der Eckstielkräfte alle  $\bar{\varphi}$ **Abbildung 8.8:** Schnittgrößen Mast I für  $\bar{U}_{ref} = 25 \text{ m/s}$

**Tabelle 8.3:** Mast I: Extremwerte der Seilkräfte in kN (alle Windrichtungen)

Seilebene		Berechnungsverfahren			max. Abweichung
		E DIN 4131	quasistat.	instat.	E DIN 4131
1	max	488	543	543	90 %
	min	43	(<0)	(<0)	-
2	max	624	720	721	87 %
	min	20	(<0)	(<0)	-
3	max	1302	1505	1508	86 %
	min	25	(<0)	(<0)	-

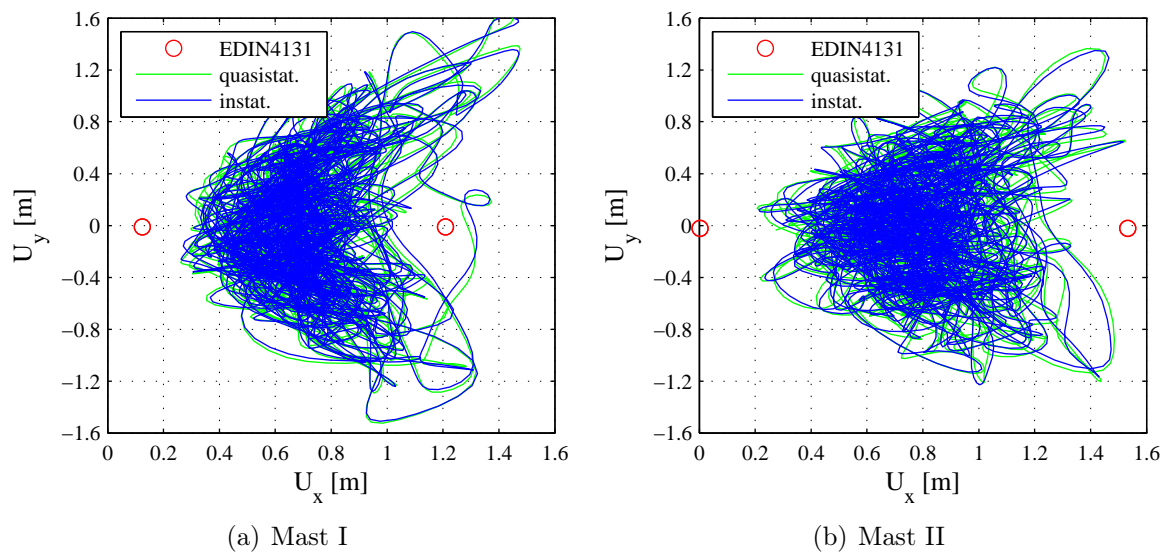
**Abbildung 8.9:** Bahnkurven der Kopfauslenkung des Mastschaftes bei  $\bar{\varphi} = 0^\circ$  und  $\bar{U}_{ref} = 25 \text{ m/s}$ 

Abbildung 8.9 zeigt, warum sich die Beanspruchungen einer Berechnung unter quasistationären und instationären Windlasten kaum unterscheiden. Die dargestellten Bahnkurven der Kopfauslenkung sind unter beiden Windlasten fast deckungsgleich. Die größte Verschiebung in Windrichtung ist nach E DIN 4131 für Mast I ca. 15 % niedriger als in den dynamischen Berechnungen. Beim Mast II stimmen diese Werte überein. Bemerkenswert ist, dass die Amplitude der Schwingung in Querrichtung wegen mangelnder Stützung durch die Seile für beide Masten mehr als doppelt so groß ist wie in Hauptwindrichtung.

Die extremalen Biegemomente im Mastschaft des Mastes II für „Wind über das Nackenseil“ zeigt Abbildung 8.10(a) auf Seite 155. Die lateralen Biegemomente betragen auch in diesem Fall ca. 60 % der longitudinalen Biegemomente. Die lateralen Biegemomente aus instationärer Übertragung der Windturbulenz sind ca. 2 % geringer als infolge quasistationärer Übertragung. Diesbezüglich stimmen diese Werte mit dem Mast I überein.



**Tabelle 8.4:** Mast II: Extremwerte der Seilkräfte in kN (alle Windrichtungen)

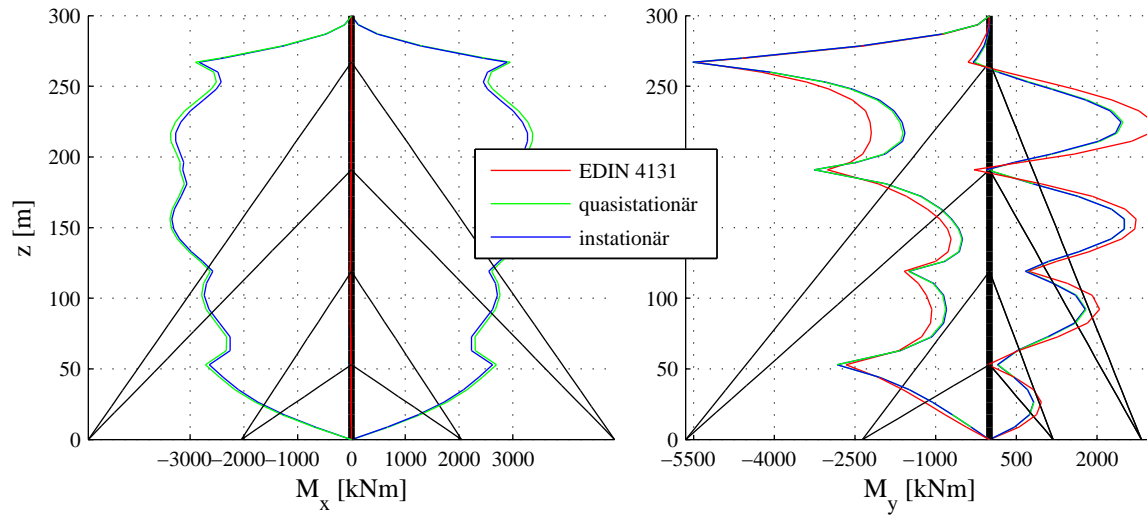
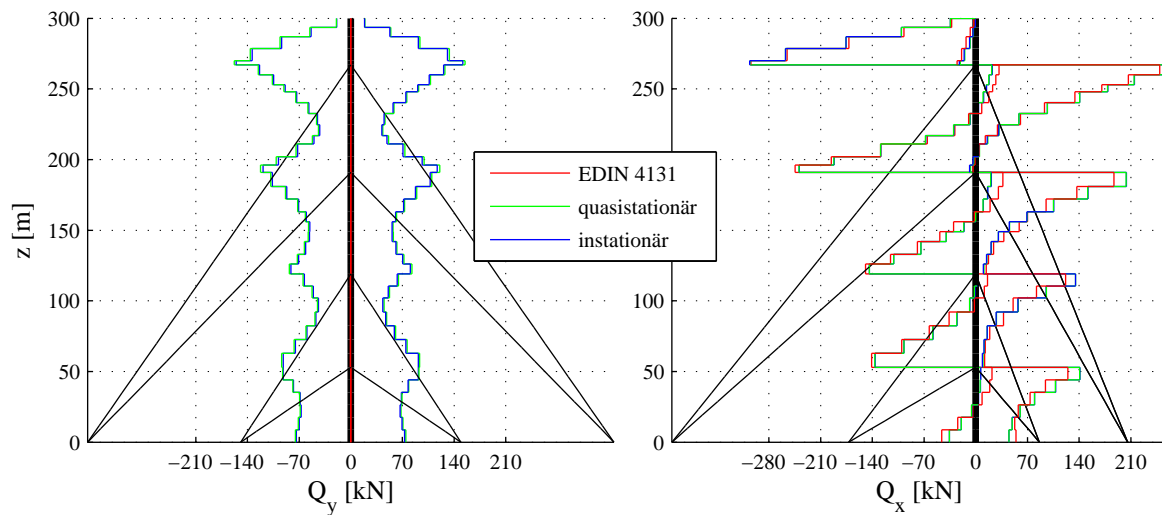
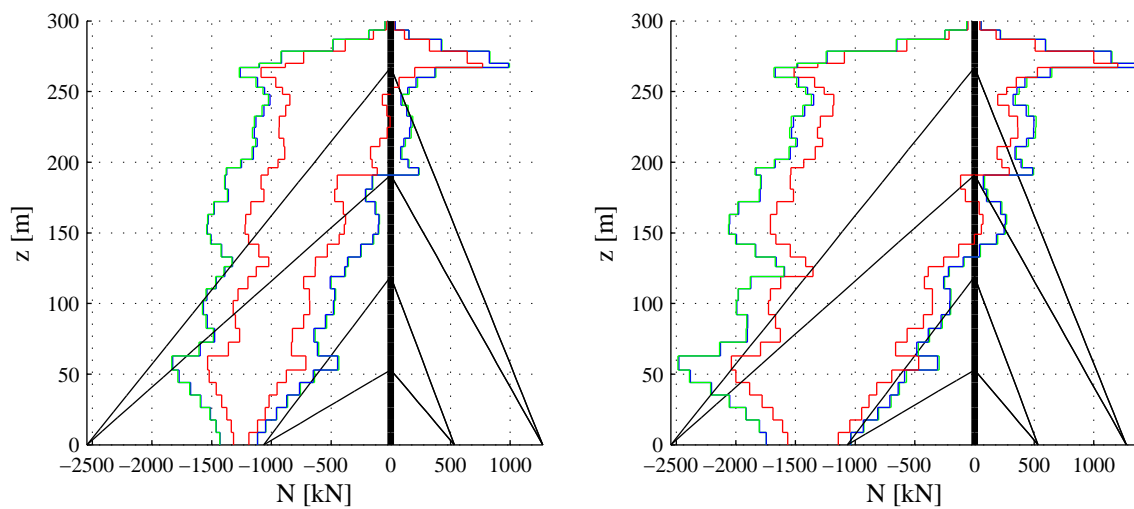
Seilebene		Berechnungsverfahren			max. Abweichung
		E DIN 4131	quasistat.	instat.	E DIN 4131
1	max	551	615	614	90 %
	min	30	(<0)	(<0)	-
2	max	713	792	791	90 %
	min	14	(<0)	(<0)	-
3	max	1008	1100	1099	92 %
	min	70	(<0)	(<0)	-
4	max	1530	1635	1637	93 %
	min	80	(<0)	(<0)	-

Das Patch-Last-Verfahren ist in den Feldbereichen deutlich konservativer, als es bei Mast I der Fall ist. Hier liegt das Patch-Last-Verfahren bis zu 25 % oberhalb der dynamischen Berechnungen.

In Abbildung 8.10(b) sind die Querkräfte für dasselbe Windereignis dargestellt. Auch beim Mast II treten die bemessungsrelevanten Querkräfte in Windrichtung auf.

Auch die Eckstielkräfte des Mastes II werden im Lastfall „Wind über das Nackenseil“ durch das Patch-Last-Verfahren wegen fehlender Berücksichtigung der Einwirkungen infolge lateraler Turbulenz um knapp 25 % unterschätzt. Bei Berücksichtigung aller Windrichtungen beträgt die Unterschätzung immerhin noch maximal 20 %, wie Abbildung 8.10(d) zeigt. Dies ist auch darauf zurückzuführen, weil in den dynamischen Berechnungen, als Folge der lateralen Turbulenz, die Extremwerte der aerodynamischen Kraftbeiwerte bei  $\approx 70^\circ$  und  $\approx 110^\circ$  stets, in den statischen Berechnungen aber in keinem Fall erreicht werden, vgl. Abbildung C.2 & C.3 sowie Abbildung C.7 & C.8.

Die Abweichung der Seilkräfte aus dem Patch-Last-Verfahren zu den dynamischen Berechnungen ist beim Mast II die gleiche wie für den Mast I, vgl. Tabelle 8.4.

(a) Biegemomente senkrecht zur Windrichtung und in Windrichtung für  $\bar{\varphi} = 0^\circ$ (b) Querkräfte senkrecht zur Windrichtung und in Windrichtung für  $\bar{\varphi} = 0^\circ$ (c) Einhüllende der Eckstielkräfte für  $\bar{\varphi} = 0^\circ$ (d) Einhüllende der Eckstielkräfte für alle  $\bar{\varphi}$ **Abbildung 8.10:** Schnittgrößen Mast II für  $\bar{U}_{ref} = 25 \text{ m/s}$

### 8.5.3 Einfluss der instationären Übertragung

Wie in Abschnitt 8.5.2 gezeigt, hat die Berücksichtigung einer instationären Übertragung der Windturbulenz keinen Einfluss auf die Beanspruchungen der hier untersuchten Maste unter einem 50-Jahres-Wind. Dieser Einfluss steigt jedoch mit sinkender Windgeschwindigkeit, da sich der Beginn des Amplitudenabfalls in der aerodynamischen Admittanz hin zu niedrigen Frequenzen verschiebt.

Dass sich die instationäre Übertragung durchaus auch bei der Mastbeanspruchung bemerkbar macht, zeigt Abbildung 8.11 auf der nächsten Seite für den Mast I. In Abbildung 8.11(a) sind die Mastschaftbiegemomente unter einer Anströmung über Eck dargestellt. Die Stützmomente sind wegen der hohen Seilvorspannung für alle drei Berechnungsverfahren nahezu identisch. Aus den instationären Windlasten ergeben sich jedoch stets geringere Feldmomente. So reduziert sich das Feldmoment auf  $z = 150 \text{ m}$  um ca. 12 % gegenüber einer dynamischen Berechnung unter quasistationären Windlasten. Abgesehen vom Stützmoment in Höhe des obersten Abspannpunktes sind die Biegemomente aus dem Patch-Last-Verfahren stets konservativ gegenüber den dynamischen Berechnungen. Die Querkräfte indes liegen, wie Abbildung 8.11(b) zeigt, aus dem instationären Übertragungsmodell in den maßgebenden Schnitten lediglich maximal 8 % unterhalb derer aus einer Berechnung mittels quasistationärer Windlasten.

Die Einhüllende der maximalen und minimalen Eckstielkräfte in Abbildung 8.11(c) zeigt, dass sich der Einfluss auf die Eckstielkräfte kaum bemerkbar macht. Die Eckstielkraft aus der instationären Berechnung beträgt mindestens 95 % jener der quasistationären Berechnung. Dies ist dadurch begründet, dass die Eckstielkräfte durch die Vorspannung der Pardunen und das Eigengewicht des Mastschaftes dominiert werden und sich diese infolge des Schwankungsanteils der Windlast kaum ändern.

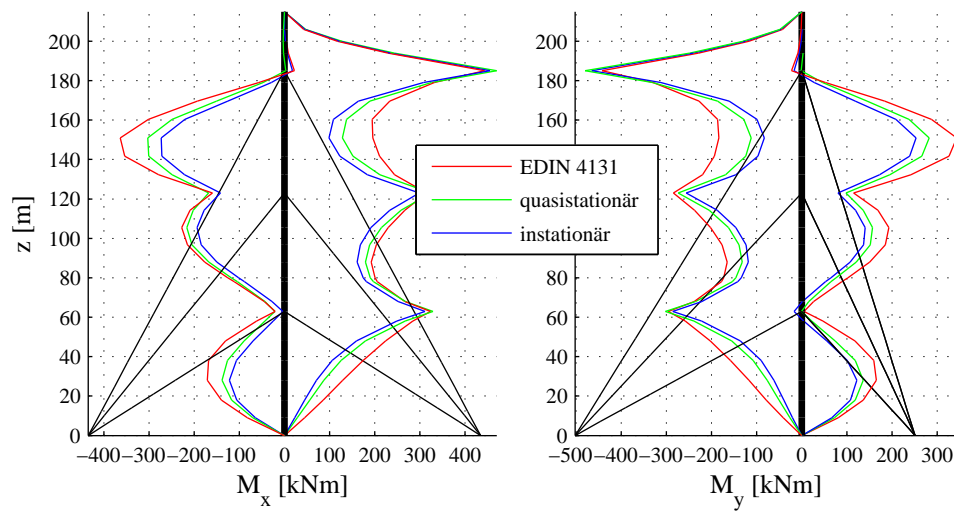
Die Bahnkurve der Kopfauslenkung in Abbildung 8.11(d) folgt in einem schmalen Band unter  $45^\circ$  der Hauptwindrichtung. Die Maximalwerte liegen innerhalb des von den Werten aus dem Patch-Last-Verfahren aufgespannten Bereichs.

Abbildung 8.12 auf Seite 158 zeigt für eine senkrechte Anströmung auf den Mastschaft mit  $\varphi = 90^\circ$  für den Mast II die Ergebnisse aus dem Patch-Last-Verfahren im Vergleich mit jenen aus den dynamischen Berechnungen. Die bereits für den Mast I angesprochenen Unterschiede zwischen den Berechnungsverfahren treffen auf diesen Mast in gleichem Maße zu.

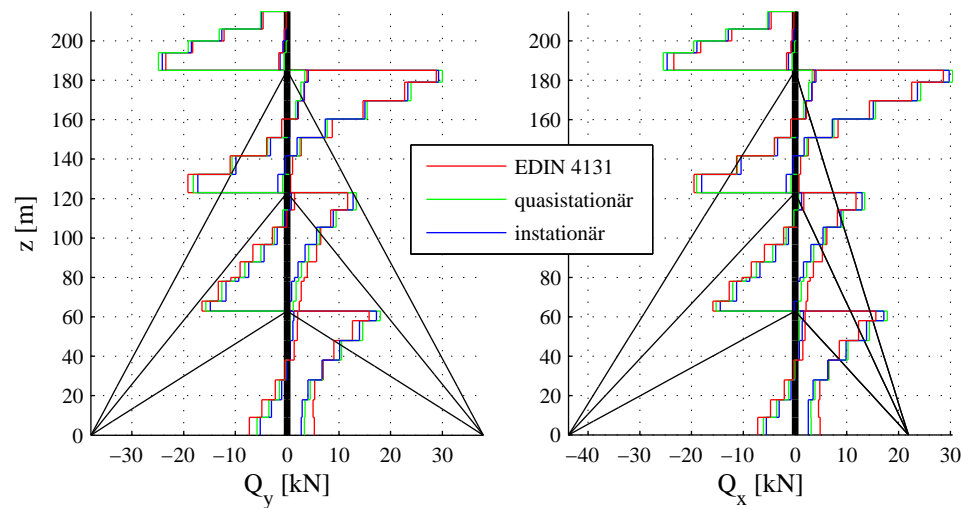
So ist das Patch-Last-Verfahren bei der Prognose der Feldmomente stets konservativ gegenüber den dynamischen Berechnungen. Die Feldmomente liegen dabei bis zu 35 % über jener aus den dynamischen Berechnungen, vgl. Abbildung 8.12(a). Die Feldmomente aus den instationären Windlasten liegen bei ca. 93 % jener des quasistationären Windlastmodells. Die Stützmomente hingegen sind bei allen Verfahren auf ähnlichem Niveau.

Die Biegemomente  $M_y$  senkrecht zu Windrichtung liegen auf Basis des instationären Übertragungsmodells bis zu 12 % unterhalb der Beanspruchung aus quasistationären Windlasten.

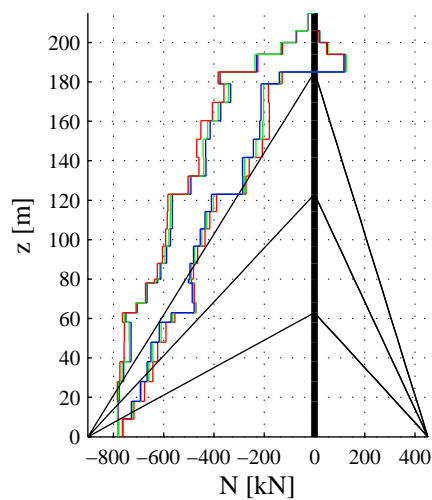
Die lateralen Verschiebungen sind in den dynamischen Berechnungen wiederum ein Vielfaches größer als im Patch-Last-Verfahren, vgl. Abbildung 8.12(d).



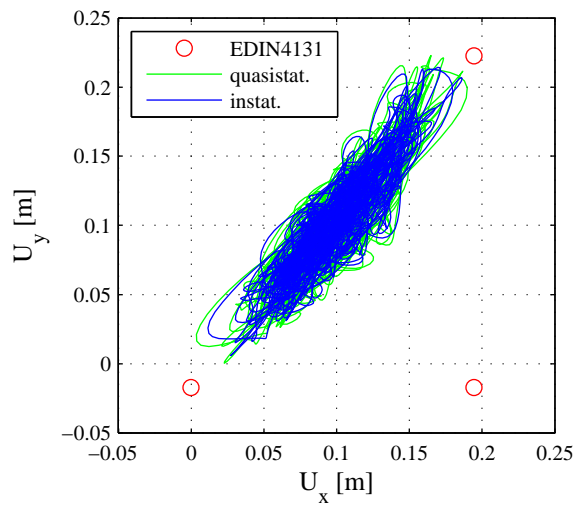
(a) Biegemomente



(b) Querkräfte

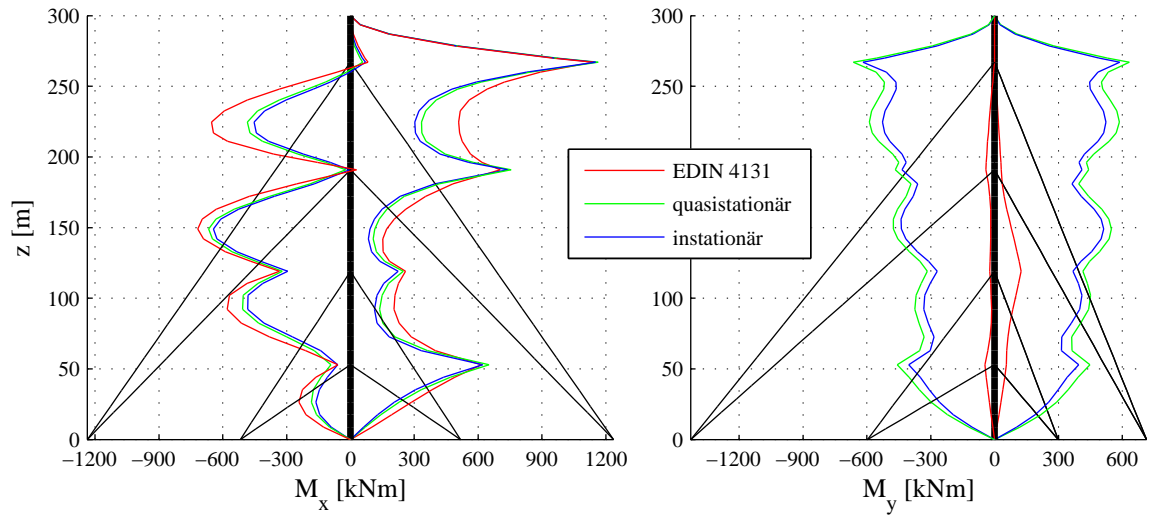


(c) Einhüllende der Eckstielkräfte

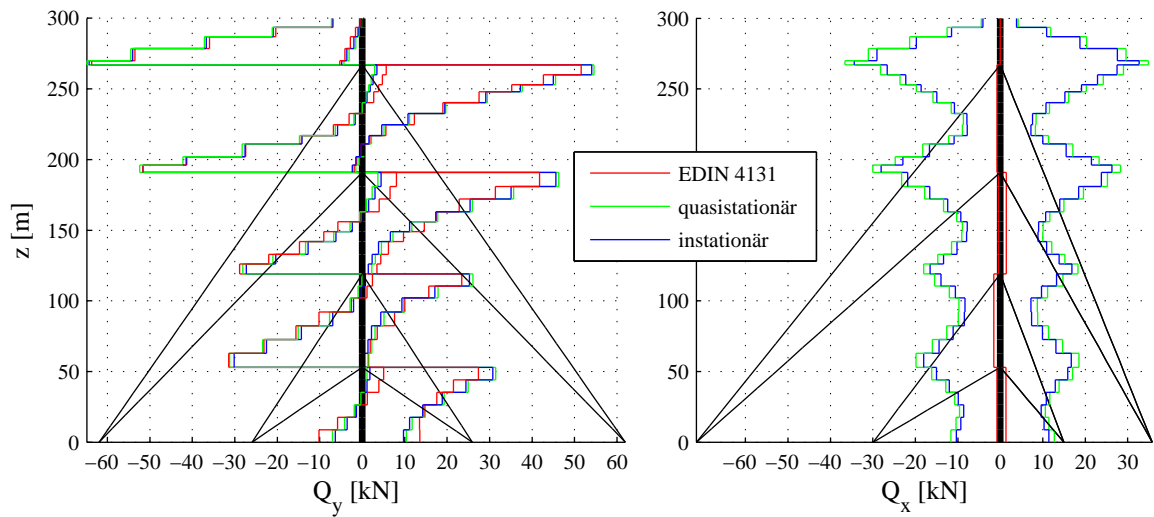


(d) Bahnkurven der Kopfauslenkung

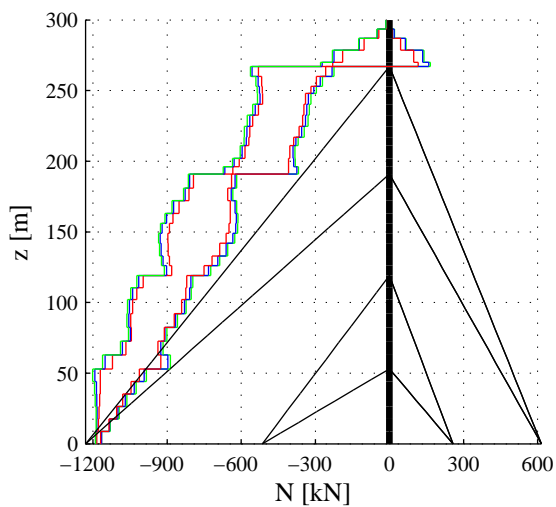
**Abbildung 8.11:** Schnittgrößen Mast I für  $\bar{\varphi} = 45^\circ$  und  $\bar{U}_{ref} = 10 \text{ m/s}$



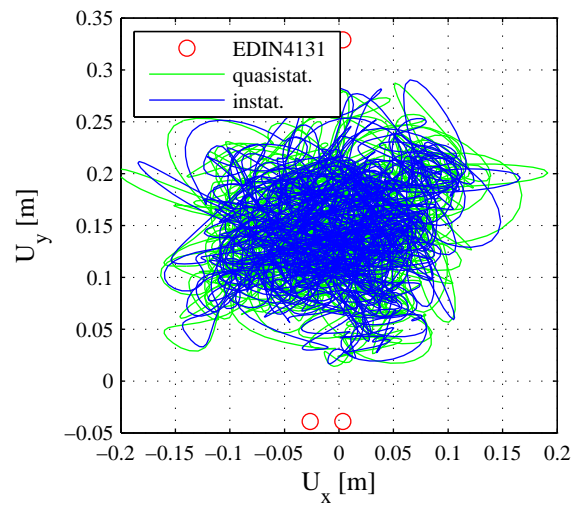
(a) Biegemomente



(b) Querkräfte



(c) Einhüllende der Eckstielkräfte



(d) Bahnkurven der Kopfauslenkung

**Abbildung 8.12:** Schnittgrößen Mast II für  $\bar{\varphi} = 90^\circ$  und  $\bar{U}_{ref} = 10 \text{ m/s}$

**Tabelle 8.5:** Auftretenswahrscheinlichkeit der untersuchten Windrichtungen

Wind- richtung	0°	45°	$\bar{\varphi}$ 90°	135°	180°
$P(\bar{\varphi})$	45/360	90/360	90/360	90/360	45/360

### 8.5.4 Lebensdaueranalyse

Wie in Abschnitt 8.5.3 gezeigt, führt die Berücksichtigung der instationären Übertragung bei mittleren Windgeschwindigkeiten zu einer spürbaren Reduktion der Beanspruchungen. Solche Windereignisse sind nicht maßgebend für eine Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit, können jedoch bezüglich der Lebensdauer einen erheblichen Beitrag zur Tragwerksschädigung leisten.

Unterschiedliche Standorte besitzen normalerweise eine ausgeprägte windrichtungsabhängige Häufigkeitsverteilung der Windgeschwindigkeiten für Starkwindereignisse. Im Rahmen der hier vorgenommenen Untersuchungen wird davon ausgegangen, dass ein solcher Zusammenhang zwischen Windgeschwindigkeit und Richtung nicht besteht. Es wird vielmehr von gleichen Auftretenswahrscheinlichkeiten für jede Windrichtung ausgegangen. Zudem wird angenommen, dass die untersuchten Windrichtungen nach Abbildung 8.6 auf Seite 149 repräsentative Ergebnisse für einen Richtungssektor liefern, dessen Grenzen sich bis zur Mitte der benachbarten Windrichtungen erstrecken. Dies führt zu den in Tabelle 8.5 angegebenen Auftretenswahrscheinlichkeiten für die Windrichtungssektoren.

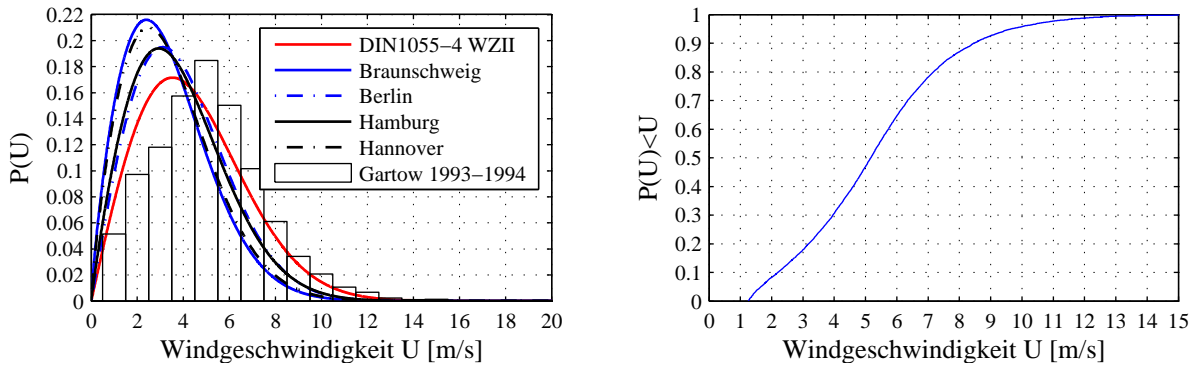
Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der momentanen Windgeschwindigkeit lässt sich im Allgemeinen durch eine *Weibull*-Funktion nach Gleichung (8.9) beschreiben. Diese Verteilung besitzt zwei freie Parameter. Die beiden Parameter sind der Wert der am häufigsten vorkommenden Windgeschwindigkeit  $v_{mod}$ , auch Modalwert genannt, sowie ein dimensionsloser Formfaktor  $k$ .

$$P(v) = \frac{v^{k-1}}{v_{mod}^k} \cdot e^{-\frac{v^k}{k \cdot v_{mod}^k}} \quad (8.9)$$

Parameter zur Beschreibung der *Weibull*-Verteilung für verschiedene Standorte sind zum Beispiel in [Troe90] zu finden. In DIN 1055-4:2005-03 wird der häufigste Wert der Windgeschwindigkeit mit

$$v_{mod} = \frac{1}{5 \cdot \sqrt{2}} \cdot v_{ref} \quad (8.10)$$

angegeben und führt zu der in Abbildung 8.13(a) auf der nächsten Seite gezeigten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Windzone II. Die jährliche Auftretenswahrscheinlichkeit eines Windereignisses mit  $\bar{U}_{ref} > 25 \text{ m/s}$  beträgt jedoch bei dieser Funktion lediglich  $P(\bar{U}_{ref}) = 7 \cdot 10^{-7}$  und entspricht damit nicht der eines 50-Jahres-Windes. Die Ursache liegt zum einen in



(a) Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die mittlere Windgeschwindigkeit nach DIN 1055-4 im Vergleich mit Standorten der Windzone II aus [Tro90] und Messwerten aus Gartow

(b) Empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung für  $U(z=10)$  in der Geländekategorie II aus Messdaten Gartow, 1993-1994

**Abbildung 8.13:** Auftretenswahrscheinlichkeiten für die mittlere Windgeschwindigkeit

der Kalibrierung der *Weibull*-Kurve in DIN 1055-4 für Zwecke einer HCF-Lebensdaueranalyse<sup>1</sup> infolge Wirbelerregung, zum anderen ist eine *Weibull*-Verteilung nur für Wahrscheinlichkeiten  $P(\bar{U}) > 0,01$  ausreichend genau und damit für eine Extremwindstatistik nicht geeignet [Peil95]. Die Wahrscheinlichkeit der hier betrachteten Windereignisse mit  $\bar{U} \geq 10 \text{ m/s}$  liegt unterhalb dieser Grenze, so dass eine Anwendung der *Weibull*-Verteilung nicht sinnvoll erscheint.

Aus diesem Grund wurden Messungen am Standort Gartow für das Anemometer in 30 m Höhe ausgewertet. Die analysierten Mittelwertmessungen und die Zeitreihenmessungen entstammen den Jahren 1993-1994. Insgesamt standen über 14.000 30-min-Mittelwerte der Windgeschwindigkeit zur Verfügung. Diese decken 40 % des 2-Jahres-Zeitraumes ab und können somit als repräsentativ angesehen werden. In Abbildung 8.13(a) sind die klassierten Mittelwerte der Windgeschwindigkeit bei einer Klassenbreite von 1 m/s dargestellt.

Eine Umrechnung der Windgeschwindigkeiten aus der Gartow-Messung  $\bar{U}(30)_{Gtw}$  in 30 m Höhe in das glattere Profil eines Standorts der Geländekategorie II und die Referenzhöhe 10 m, wie sie den hier untersuchten Windfeldern zugrunde liegt, gelingt mit der Annahme gleicher Windgeschwindigkeiten in der Grenzhöhe  $z_G$ .

In der Annahme dieser Höhe liegt eine Unsicherheit, so setzt *Sockel* unabhängig von der Rauigkeit  $z_G = 600 \text{ m}$  [Sock84]. *Emde* rechnet verschiedene Windprofile auf Basis einer Dicke der Grenzschicht von  $z_G = 350 \text{ m}$  um [Emde89]. *Davenport* schlägt eine von der Rauigkeit abhängige Grenzschichthöhe zwischen  $z_G = 300 \text{ m}$  und  $z_G = 500 \text{ m}$  vor [Rusc82]. Die Beziehungen in [ESDU90, Dyrb96] gestatten eine Berechnung der Grenzhöhe über Breitengrad und Rauigkeitslänge  $z_0$  am Standort. Die hieraus berechneten Dicken der Grenzschicht betragen über 1000 m für eine Rauigkeit der Geländekategorie II. Da für so großen Höhen die Tauglichkeit der verwendeten Windprofile angezweifelt werden muss, ist es angebracht, sich an den Grenzhöhen zu orientieren, die noch im Gültigkeitsbereich dieser Windprofile liegen.

<sup>1</sup>HCF „high-cycle-fatigue“, Ermüdung bei Lastwechselzahlen  $N > 20.000$

**Tabelle 8.6:** Auftretenswahrscheinlichkeit der untersuchten Windgeschwindigkeiten und Häufigkeit in 50 Jahren

<b>Intervall</b> $\bar{U}_{Int} [m/s]$	<b>Klassenmitte</b> $\bar{U}_{ref} [m/s]$	<b>Wahrscheinlichkeit</b> $P(\bar{U}_{Int})$	<b>Häufigkeit</b> $N_{50a}(\bar{U}_{Int})$
7,5 – 12,5	10	$1,97 \cdot 10^{-1}$	518000
12,5 – 17,5	15	$1,35 \cdot 10^{-2}$	36000
17,5 – 22,5	20	$4,86 \cdot 10^{-4}$	1300
> 22,5	25	$(3,81 \cdot 10^{-7})^\diamond$	1

$^\diamond$ theoretische Wahrscheinlichkeit für ein 50-Jahres-Ereignis

Es wird deshalb mit Verweis auf die Angaben in [Rusc82, Mehl97] für die Grenzschicht am Standort Gartow eine Höhe von  $z_G = 400 \text{ m}$  und für jene der Geländekategorie II eine Höhe von  $z_G = 300 \text{ m}$  angenommen.

Für das Windprofil am Standort Gartow wird gemäß Abschnitt 4.1.2.3 der Exponent  $\alpha = 0,25$  angesetzt. Damit ergibt sich der Zusammenhang des 10-*min*-Mittelwertes<sup>2</sup> der Windgeschwindigkeit in 30 m Höhe am Standort Gartow zur Windgeschwindigkeit in 10 m Höhe für eine Geländekategorie II zu

$$\bar{U}(10)_{GKII} = \bar{U}(30)_{Gtw} \cdot \frac{(400/30)^{0,25}}{(300/10)^{0,16}} \approx \bar{U}(30)_{Gtw} \cdot 1,11 \quad (8.11)$$

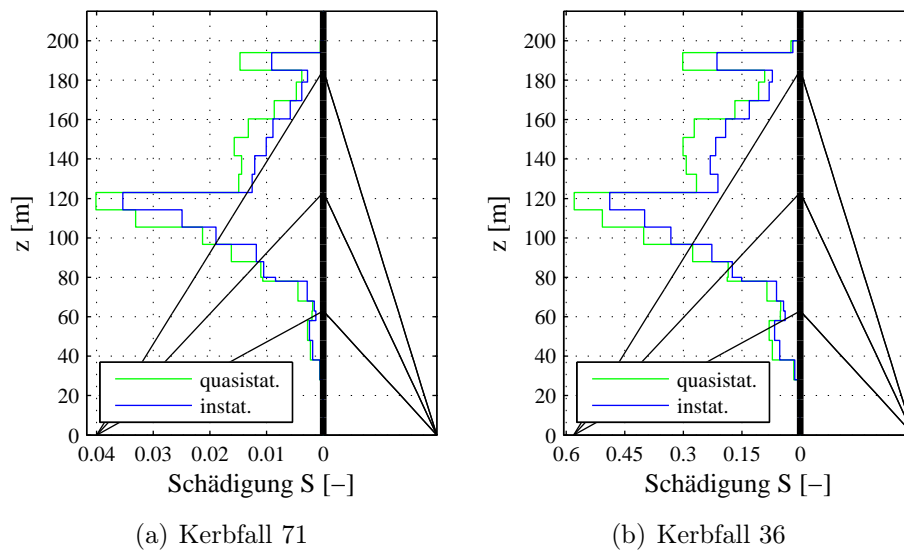
Mit diesem Faktor erfolgt eine Umrechnung der Windgeschwindigkeiten und führt auf die in Abbildung 8.13(b) auf der vorherigen Seite dargestellte empirische Verteilungsfunktion. Die auf Basis dieser Verteilung berechneten Auftretenswahrscheinlichkeiten  $P$  und der 50-Jahres-Häufigkeiten  $N_{50a}$  für vier Windgeschwindigkeitsintervalle  $\bar{U}_{Int}$  sind in Tabelle 8.6 zusammengestellt.

Mit diesen Häufigkeiten wird eine Schädigungsanalyse durchgeführt. Hierzu wird für jedes Windgeschwindigkeitsintervall ein Windfeld für die Geländekategorie II von 10-*min*-Dauer generiert, wobei als Referenzwindgeschwindigkeit  $\bar{U}_{ref}$  die jeweilige Klassenmitte verwendet wird. Die Parameter des Windfeldes entsprechen Tabelle 4.1 und 4.2. Mit diesen Windfeldern erfolgt eine dynamische Berechnung der Tragwerksantwort unter Einwirkung quasistationärer und instationärer Windlasten.

Die so gewonnenen Zeitschriebe der Mastbeanspruchung werden mittels des in [Clor86] beschriebenen Algorithmus ausgezählt, um die Beanspruchungskollektive der Eckstielspannungen zu erhalten, die sich unter Einwirkung der einzelnen Windfelder ergeben. Diese Beanspruchungskollektive eines einzelnen Windereignisses werden mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten nach Tabelle 8.5 sowie den Häufigkeiten nach Tabelle 8.6 multipliziert, um ein Beanspruchungskollektiv zu erhalten, das einen Zeitraum von 50 Jahren repräsentiert.

<sup>2</sup>Auf eine Umrechnung der 30-*min*-Mittelwerte in 10-*min*-Mittelwerte wurde verzichtet. Die Unterschiede sind gering [Sock84].





**Abbildung 8.14:** Mast I: maximale Schadenssumme in den vier Eckstielen

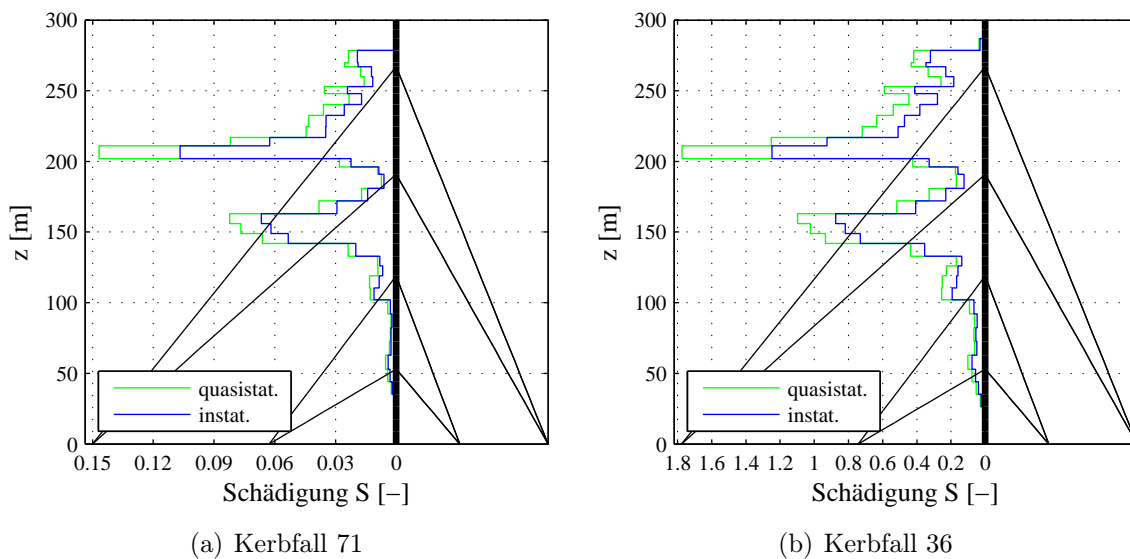
Eine Berechnung der Schädigung durch die auftretenden Spannungswechsel erfolgt auf Basis der linearen Schädigungshypothese von *Palmgreen-Miner*. Hierbei wird vereinfachend davon ausgegangen, dass jeder Spannungswechsel einen seiner Amplitude proportionalen Schaden im Bauteil hervorruft, sofern die Spannungsschwingbreite größer ist als die Dauerfestigkeit. Die Berücksichtigung einer Vorschädigung des Bauteils durch vorangegangene Schwingspiele findet nur insofern statt, dass das Spannungsniveau, unterhalb dessen keinerlei Schädigung auftritt, gegebenenfalls auf den sogenannten Schwellwert der Ermüdungsfestigkeit abgesenkt wird [DIN05b]. Abhängigkeiten der Dauerfestigkeit von der Mittelspannung werden nicht berücksichtigt.

Es werden die Schädigungen in den vier Eckstielen auf Basis der berechneten Spannungszeitreihen unter dem quasistationären und dem instationären Windlastmodell berechnet. Hierbei werden zwei Kerbfälle zugrunde gelegt: Der ungünstigste Kerbfall 36, im Mastbau eher unüblich und der Kerbfall 71, für den der Entwurf der DIN 4131 keine Betriebsfestigkeitsuntersuchungen bei Böenbeanspruchung verlangt.

Abbildung 8.14 zeigt den Maximalwert der Schadenssummen  $S$  am Mast I in den vier Eckstielen für die beiden Kerbfälle. Die Schädigung für den Kerbfall 71 erreicht bei Unterstellung einer quasistationären Übertragung der Windlasten an keiner Stelle des Mastschaftes eine Größe, die innerhalb der Lebensdauer des Mastes einen Schaden wahrscheinlich werden lässt, vgl. Abbildung 8.14(a). Die Anwendung eines instationären Übertragungsmodells für die Windlasten bringt hier einen kaum feststellbaren Vorteil.

Beim ungünstigen Kerbfall 36 liegt die Schädigung bei der Berücksichtigung der instationären Übertragung der Windlasten ca. 20 % unterhalb jener aus den quasistationären Windlasten. Hiermit wäre eine entsprechende Verlängerung der Lebensdauer verbunden. Jedoch ist die Schadenssumme insgesamt für diesen Mast auch beim ungünstigen Kerbfall 36 gering.

Abbildung 8.15 auf der nächsten Seite zeigt in gleicher Darstellung maximale Schadenssummen  $S$  der Eckstiele am Mast II. Die größte Schädigung bei Kerbfall 71 ist bei diesem Mast dreimal



**Abbildung 8.15:** Mast II: maximale Schadenssumme in den vier Eckstielen

so groß wie für den Mast I. Die Verringerung der Schadenssumme im kritischen Mastabschnitt durch die Annahme instationärer Übertragung der Windlasten beträgt hier immerhin 25 %. Jedoch lassen die Schadenssummen keine Schädigung innerhalb der angenommenen Lebensdauer von 50 Jahren erwarten.

Bei Annahme eines Kerbfalls 36 und quasistationärer Übertragung der Windlasten ist es hingegen wahrscheinlich, dass der Mastschaft innerhalb der Lebensdauer Schädigungen aufweist, wie Abbildung 8.15(b) zeigt. Eine Berücksichtigung instationärer Windlasten hingegen hätte eine Reduktion der prognostizierten Schädigung an der kritischen Stelle auf ca. 70 % dieses Wertes zur Folge.

### 8.5.5 Zusammenfassung der Simulationsergebnisse

Für eine zuverlässige dynamische Analyse des Tragverhaltens eines abgespannten Mastes im Zeitbereich unter böigem Wind ist es im Allgemeinen ausreichend, wenn sich diese Berechnungen auf einen 10-Minuten-Ausschnitt aus dem betrachteten Windfeld beschränken. Da die Kraft- und Weggrößen näherungsweise *Gauss*-verteilt sind, können hieraus die Extremwerte der Beanspruchungen sicher ermittelt werden.

Das im aktuellen Entwurf zur DIN 4131-Antennentragwerke aus Stahl vorgesehene Verfahren zur Berechnung der Böenbeanspruchung auf Basis statischer Berechnungen liefert Ergebnisse, die gut mit den dynamischen Berechnungen übereinstimmen, sofern Einwirkungen aus lateraler Turbulenz vernachlässigt werden können. Ist dies nicht der Fall, werden in diesem Verfahren die tatsächlichen Beanspruchungen um ca. 20 % unterschätzt.

Der Einfluss der instationären Übertragung auf die Beanspruchung der hier untersuchten abgespannten Masten ist unter Bemessungswindlasten vernachlässigbar, da die aerodynamischen Admittanzen dann über ein breites Frequenzband keinen Amplitudenabfall zeigen. Die hierzu

gehörenden Impulsantwortfunktionen sind *Dirac*-Stoß-ähnlich und führen somit zu dem quasi-stationären Übertragungsmodell äquivalenten Windlasten.

Bei niedrigen Windgeschwindigkeiten und breiten Mastschaften hingegen beträgt die Reduktion bemessungsrelevanter Schnittgrößen bis zu 15 %. Diese Reduktion kann sich auf die prognostizierte Lebensdauer abgespannter Maste auswirken, sofern diese häufig durch geringe Windgeschwindigkeiten beansprucht werden und zudem noch ungünstige Kerbdetails aufweisen.

Der im Entwurf der DIN 4131 vorgesehene Verzicht auf Betriebsfestigkeitsuntersuchungen, sofern keine Kerbfälle ungünstiger als 71 vorhanden sind, scheint für übliche abgespannte Masten eine konservative Regelung zu sein.

## 9 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde erstmals eine geometrisch nichtlineare dynamische Analyse des Tragverhaltens abgespannter Maste im böigen Wind unter Berücksichtigung instationärer Übertragung der Windturbulenz im Zeitbereich durchgeführt.

Basierend auf den Messdaten, die vom Institut für Stahlbau der Technischen Universität Braunschweig am 344 m hohen Mast Gartow II gewonnen werden, wurden die Charakteristiken der Windturbulenz in der atmosphärischen Grenzschicht ermittelt. Durch die seit 1989 durchgeführten Messungen konnte die Datenbasis statistischer Eigenschaften der natürlichen Windströmung validiert und so das mikrometeorologische Ingenieurmodell der Windturbulenz auf eine abgesichertere Basis gestellt werden.

Es zeigte sich, dass die im technischen Regelwerk DIN 1055-4 für den Standort Gartow angegebenen Werte zur Beschreibung der mittleren Windgeschwindigkeiten für ein Extremwinderignis mit einer jährlichen Eintretenswahrscheinlichkeit von 0,02 durch die Langzeitmessungen bestätigt werden können.

In Erweiterung früherer Auswertungen vorliegender Messergebnisse der Windstruktur bis in eine Höhe von 341 m wurden für über 400 Zeitreihenmessungen die Profilexponenten des Geschwindigkeits- und des Turbulenzintensitätsprofils mittels robuster Funktionsapproximation ermittelt und bezüglich der mittleren Windgeschwindigkeit klassiert. So konnte gezeigt werden, dass auch bei Windgeschwindigkeiten unterhalb  $\bar{U} < 16 \text{ m/s}$  eine Approximation der Profile für Windgeschwindigkeit und Turbulenzintensität mittels Exponentialfunktionen möglich ist. Die Profilexponenten sind jedoch deutlich größer als im technischen Regelwerk für diesen Standort angegeben. Erst mit zunehmender Windgeschwindigkeit nähern sich die gemessenen Windprofile den dort angegebenen Werten an.

Durch die Erweiterung der Messanlage mit 2-dimensionalen Ultraschallanemometern konnte gezeigt werden, dass die *von Kármán*'schen Leistungsdichtespektren sowohl der longitudinalen als auch der lateralen Turbulenz stets eine gute Approximation der gemessenen Spektralverläufe auch bei niedrigen Windgeschwindigkeiten darstellen. Die trägheitsbehafteten Messungen mittels Windmonitor hingegen zeigten, vor allem bei mäßigen Windgeschwindigkeiten, keine gute Übereinstimmung mit empirischen Leistungsdichtespektren der longitudinalen Turbulenz im Bereich hoher Frequenzen.

Unter Verwendung der ermittelten statistischen Eigenschaften der natürlichen Windströmung wurden numerische Windfelder mit der Wellenüberlagerungsmethode von *Shinozuka* generiert. Durch eine Umsetzung der Wellenüberlagerung im Frequenzbereich und Einsatz der schnellen *Fourier*-Transformation können auch große Windfelder in kurzer Rechenzeit generiert werden. Die Einbindung von analytisch ermittelten Knoteneinflussfunktionen zur Berücksichtigung der Eigenschaften diskretisierter Turbulenz sowie der Ansatz höhenabhängiger Kohärenzen mach-

te eine Kondensation der dann nicht semi-positiv definiten Spektraldichtematrix erforderlich, um den numerisch vorteilhaften Kaskadenprozess durch eine Cholesky-Zerlegung der Spektraldichtematrix zu ermöglichen. Der Einfluss dieser Kondensation auf die Spektralmatrix des Windfeldes konnte als gering nachgewiesen werden.

In diesem Zusammenhang wurden noch weitere Betätigungsfelder auf dem Gebiet der Windfeldgenerierung aufgedeckt. So ist die Frage, welche physikalische Deutung hinter dem Verlust semi-positiv definiter Eigenschaften der Spektraldichtematrix steht, nach Kenntnis des Verfassers nicht geklärt. Eine mögliche Ursache mag in der verwendeten Kohärenzfunktion nach Gleichung (4.10) liegen. Diese Funktion führt für  $f \rightarrow 0$  stets zur Kohärenz 1, auch wenn die betrachteten Punkte, verglichen mit dem Integrallängenmaß, sehr weit auseinander liegen. Hierdurch werden die Energieanteile der Kreuzleistungsdichtespektren überschätzt, wodurch das Auftreten komplexer Hauptdiagonalelemente begünstigt wird.

Die numerische Simulation eines Windfeldes bleibt immer noch ein unsicherer Parameter bei der Untersuchung schlanker Tragwerke im böigen Wind, was weniger an der verwendeten numerischen Simulationsmethode als vielmehr an den benötigten statistischen Parametern des Windfeldes liegt.

Bei der Beschreibung dieser Parameter ist man auf Angaben aus verschiedenen Quellen angewiesen. Die publizierten Messungen wurden weder unter gleichen topographischen Bedingungen durchgeführt noch ist die Art der Messdatenbearbeitung identisch. Was die Ursache für Streuungen publizierter Ergebnisse ist, kann somit nicht beurteilt werden. Für die Beschreibung der vertikalen Kohärenzen haben die Messungen am Mast Gartow II eine Vielzahl von Daten geliefert. Zur vollständigen Beschreibung des Windfeldes sind aber auch Angaben über die horizontale Kohärenz nötig. Hier ist nahezu keine Datenbasis aus Naturmessungen vorhanden, da die Messungen vergleichsweise schwierig sind. Die Möglichkeiten, die der Messmast Gartow II bereits bietet, sollten ausgebaut werden, um zusätzliche Windsensoren an den Pardunen anzubringen, damit zukünftig verlässliche Aussagen auch über die horizontale Korrelation möglich sind. Überlegungen zu einer solchen Messkampagne laufen derzeit am Institut für Stahlbau der Technischen Universität Braunschweig.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit lag auf einer Beschreibung des mathematischen Zusammenhangs zwischen den turbulenten Schwankungen der longitudinalen sowie der lateralen Windgeschwindigkeiten und den damit verbundenen Schwankungen der Windkräfte.

Auf Basis der simultan durchgeführten Windgeschwindigkeits- und Kraftmessungen am partiell verkleideten Mast wurden die linearisierenden Buffeting-Koeffizienten ermittelt. Diese erlauben eine linearisierte, quasistationäre aerodynamische Übertragung, berücksichtigen aber im Gegensatz zur üblicherweise verwendeten geometrischen Linearisierung die Beeinflussung der Mittelwerte durch die mit der lateralen Turbulenz verbundenen Schwankungen der Windrichtung. Es konnte gezeigt werden, dass die über dieses Verfahren aus laminaren Beiwerteverläufen ermittelten mittleren Kraftbeiwerte des Windwiderstandes gut mit den Messwerten übereinstimmen. Eine Prognose der turbulenten Windkräfte gelingt jedoch im Zeitbereich über Beiwerteverläufe aus Windkanalversuchen in glatter Strömung mit gleicher Güte.

Es wurde ein quasistationäres Zeitbereichsmodell für die Wirbelerregung in turbulenter Strömung hergeleitet, welches auf der analytischen Darstellung eines monofrequenten Signales in

der komplexen Zahlenebene beruht. Dieses Modell kann die in Windkanalmessungen an Kreiszylindern beobachtete Breitbandigkeit der Wirbelablösung sehr gut simulieren. Mittels *Hilbert*-Transformation konnte nachgewiesen werden, dass die Momentanfrequenz solcher Signale der turbulenzabhängigen *Strouhal*-Frequenz äquivalent ist. Eine wesentliche Verbesserung der Prognose lateraler Windkräfte, wie sie in Naturmessungen am Mast Gartow II beobachtet wurden, gelingt jedoch nicht. Nicht nur, weil diese in der Natur deutlich breitbandiger sind, sondern auch, weil Windkanalversuche nahe legen, die Wirbelablösung nicht als kontinuierlichen, sondern intermittierenden Prozess aufzufassen.

Zur Beschreibung der lateralen Windkräfte sollten die vorhandenen Modelle für Wirbelerregung in turbulenter Strömung erweitert werden. Auch hier könnten die Messungen am Mast Gartow II einen wichtigen Beitrag zur Identifikation und Validierung solcher Modelle liefern. Durch die vor Kurzem erfolgte Erweiterung der Messanlage mit Ultraschallanemometern kann nicht nur die luvseitige Anströmung trägheitsfrei gemessen werden. Hiermit könnten auch Messungen der Nachlaufturbulenz und die Analyse solcher Messergebnisse mit modernen numerischen Methoden wie Wavelet- oder *Hilbert-Huang*-Transformation erfolgen, um Hinweise über den Zusammenhang zwischen Anströmturbulenz und Wirbelablösung zu erhalten.

Im Gegensatz zur vereinfachenden quasistationären Übertragung ist die Umsetzung der Windturbulenz frequenzabhängig. Diese Frequenzabhängigkeit wird in instationären Modellen erfasst.

Zur Identifikation instationärer Übertragung wurde ein lineares, zeitinvariantes und ausgangsgestörtes Übertragungsmodell mit den beiden Turbulenzkomponenten eines Windsensors als Systemeingänge und der gemessenen Windkräfte des verkleideten Mastschaftes in longitudinaler oder lateraler Richtung als Systemausgang angenommen. Hieraus wurden für unterschiedliche Windereignisse die komplexen aerodynamischen Admittanzen aus konditionierten Leistungsdichtespektren der Systemprozesse gewonnen.

Die Forderung von Kausalität an physikalische Systeme verbietet eine direkte Rücktransformation dieser Admittanzen in den Zeitbereich, da unvermeidbare Störungen zu komplexen Admittanzen führen, deren Real- und Imaginärteile keine Paare der *Hilbert*-Transformation sind. Die Beeinflussung des Phasengangs der Systemübertragung durch die Verdrängungswirkung des Mastschaftes und den Verlust der aus der *Taylor*-Hypothese stammenden linearen Phasenbeziehung wurde im Rahmen dieser Arbeit weitgehend ausgeklammert.

Durch Approximation der komplexen aerodynamischen Admittanzen im Frequenzbereich mittels rationaler Funktionen konnten Impuls- und Sprungantwortfunktionen gefunden werden, die den Bedingungen der Kausalität genügen. Die mittels genetischen Algorithmus identifizierten Funktionen beschreiben den gemessenen Amplitudengang gut und ermöglichen eine Berücksichtigung der frequenzabhängigen instationären Übertragung der Windturbulenz im Zeitbereich.

Die ermittelten Funktionen sind richtungsabhängig. Die aus verschiedenen Messungen für eine Windrichtung ermittelten aerodynamischen Übertragungsfunktionen streuen jedoch untereinander wenig und lassen sich durch eine gemittelte Funktion beschreiben.

Ziel weiterer Untersuchungen bezüglich der aerodynamischen Übertragung muss die Beschreibung der in dieser Arbeit als Störprozess  $n(t)$  interpretierten Anteile sein. So lassen sich große Teile, vor allem des Quertriebs, nicht mittels linearer Modelle über die Anströmung beschrei-

ben. Eine Nichtlinearität als Ursache von Teilen des Störprozesses wurde in der vorliegenden Arbeit nicht identifiziert. Auch wenn eigene Untersuchungen sowie die vorangegangenen Arbeiten keinen Zusammenhang mit den quadratischen Schwankungsgliedern vermuten lassen, sollte in der Erfassung von nichtlinearen Effekten bei der aerodynamischen Übertragung der Fokus zukünftiger Arbeiten liegen.

Abhilfe könnten Windkanalversuche schaffen, um erstens die in Naturmessungen stets vorhandenen Störungen zu vermeiden und zweitens durch gesteuerte Parameterstudien Modellunschärfen durch häufige Wiederholung zu reduzieren.

Die Gestalt von Impulsantworten für andere Baukörper, wie zum Beispiel Fachwerkstrukturen oder Brückenquerschnitte, könnte dort ebenfalls mit der hier vorgestellten Methode ermittelt werden. Systematische Windkanaluntersuchungen sind auch zur Validierung für den zumindest theoretisch gangbaren Weg einer Ermittlung der aerodynamischen Admittanzen aus den aeroelastischen Derivativa notwendig. Vergleichende Kraftmessungen an starr gelagerten und schwingenden Modellen in turbulenter Strömung könnten diese theoretische Äquivalenz bestätigen oder falsifizieren.

In der technischen Programmierumgebung MATLAB wurde eine Software erstellt, die auf Basis der Finite-Elemente-Methode eine Analyse abgespannter Maste unter Berücksichtigung einer Fluid-Struktur-Kopplung ermöglicht. Für die Beschreibung des Tragverhaltens der Abspannseile wurde eine Theorie großer Verformungen berücksichtigt. Mittels dieser Software und den identifizierten Impulsantwortfunktionen wurden dynamische, geometrisch nichtlineare Berechnungen von abgespannten Masten unter Berücksichtigung einer aerodynamisch instationären Übertragung im Zeitbereich durchgeführt. Die so berechneten Mastbeanspruchungen wurden mit jenen aus quasistationären Windlastmodellen verglichen.

Anhand einer umfangreichen Studie an zwei abgespannten Masten unter turbulenter Windeinwirkung wurde festgestellt, dass die Antwortgrößen in brauchbarer Näherung einer Normalverteilung folgen. Somit können aus einer einzelnen Berechnung von 10 Minuten Dauer die notwendigen Informationen für alle Windereignisse mit denselben statistischen Windfeldparametern abgeleitet werden.

Vergleichende Berechnungen haben gezeigt, dass die bemessungsrelevanten Eckstielkräfte unter einem Bemessungswind von dem quasistationären und dem instationären Übertragungsmodell vergleichbar sind. Das im technischen Regelwerk verankerte Patch-Last-Verfahren hingegen unterschätzt die Beanspruchungen jedoch um ca. 20 %, was auf die dort nicht berücksichtigte laterale Turbulenz zurückgeführt werden kann. Bei niedrigen Windgeschwindigkeiten liegen die lateralen Biegemomente aus den instationären Windlasten bis zu 12 % unterhalb denen aus einer quasistationären Übertragung der Windturbulenz.

Große Auswirkungen hat ein instationäres Übertragungsmodell vor allem auf die Prognose der Lebensdauer eines abgespannten Mastes. Auf Basis der Naturmessungen am Mast Gartow wurde ein Kollektiv für die in 50 Jahren auftretenden Windgeschwindigkeiten aufgestellt und das Tragverhalten zweier Masten unter den zugehörigen Windfeldern simuliert. Hierbei zeigte sich, dass ein instationäres Übertragungsmodell eine 20-30 % geringere Schädigung prognostiziert. Jedoch ist für die untersuchten Tragwerke innerhalb von 50 Jahren kein Ermüdungsrisso zu erwarten, sofern scharfe Kerbfälle in der Konstruktion vermieden werden.

# Schrifttum

- [Aas01] *Aas-Jakobsen, K. & Strømmen, E.*: Time domain buffeting response calculations of slender structures. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89, S. 341-364, 2002
- [Bach03] *Bachmann, A.*: Ein wirklichkeitsnaher Ansatz der böenerregten Windlasten auf Hochhäuser in Frankfurt/Main. Dissertation TU Darmstadt, Darmstadt, 2003
- [Bach00] *Bachmann, H.*: Wenn Bauwerke schwingen – Eine lockere Betrachtung anhand von 10 Thesen. *Bauingenieur*, 75, S. 683-693 Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 2000
- [Bath02] *Bathe, K.-J.*: Finite-Elemente-Methoden. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 2002
- [Behr04] *Behrens, M.*: Aerodynamische Admittanzansätze zur Böenwirkung auf hohe, schlanke Bauwerke. Dissertation TU Braunschweig, Braunschweig, 2004
- [Bend90] *Bendat, J. S.*: Nonlinear System Analysis and Identification from Random Data. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1990
- [Bend00] *Bendat, J. S. & Piersol, A. G.*: Random Data: Analysis and Measurement Procedures. Third Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2000
- [Bisp55] *Bisplinghoff, R. L.*: Aeroelasticity. Dover Publications, Inc., New York, 1955
- [Brig97] *Brigham, E. O.*: FFT-Anwendungen. R. Oldenbourg Verlag, München, 1997
- [Cara03] *Caracoglia, L. & Jones, N. P.*: A methodology for the experimental extraction of indicial functions for streamlined and bluff deck sections. *Journal of Wind Engineering*, 91, S. 609-636, 2003
- [Chen00a] *Chen, X., Matsumoto, M. & Kareem, A.*: Time domain flutter and buffeting response analysis of bridges. *Journal of Eng. Mechanics*, 126, 1, S. 7-16, 2000
- [Chen00b] *Chen, X. & Kareem, A.*: On the application of stochastic decomposition in the analysis of wind effects. *Proceedings of the international conference on advances in structural dynamics*, Hong Kong, S. 475-482, 2000
- [Chen01] *Chen, X.*: Nonlinear response analysis of long-span bridges under turbulent winds. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89, S. 1335-1350, 2001
- [Chen02] *Chen, X., & Kareem, A.*: Discussion on „Time domain buffeting response calculation of slender structures“ by K. Aas-Jakobsen, E. Strømmen. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 90, S. 639-642, 2002



- [Chen05] *Chen, J., Hui M. C. H. & Xu, Y. L.*: A comparative study of stationary and non stationary wind models using field measurements. Boundary-Layer Meteorology, accepted for publishing, Springer, 2006
- [Chen92] *Chen, C. M., Lu, P. C. & Chen, R. H.*: Wind loads on square cylinder in homogeneous turbulent flows. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 41-44, S. 739-749, 1992
- [Ciga03] *Cigada, A., Diana, G. & Zappa, E.*: Messina bridge complex aerodynamic admittance function measurement. Proceedings of 11th international conference on wind engineering, S. 123-130, Lubbock, Texas 2002
- [Clor86] *Clormann, U. & Seeger, T.*: Rainflow HCM, Ein Zählverfahren für Betriebsfestigkeitsnachweise auf werkstofflicher Grundlage. Stahlbau 55 (1986), S. 65-71, Ernst & Sohn, Berlin, 1986
- [Clou75] *Clough, R. W. & Penzien, J.*: Dynamics of Structures. McGraw-Hill, Inc., 1975
- [Coel99] *Coelho, C. P., Phillips, J. R. & Silveira, L. M.*: Robust rational function approximation algorithm for model generation. DAC 99, New Orleans, 1999
- [Cori01] *CORINE Kataster*: Daten zur Bodenbedeckung der Bundesrepublik Deutschland. Statistisches Bundesamt, Wiesbaden, 2001
- [Cost04] *Costa, C.*: Time-domain models in bridge deck aeroelasticity. Dissertation Universität Florenz, Florenz, 2004
- [Cris97] *Crisfield, M. A.*: Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, 1997
- [Daub92] *Daubechies, I.*: Ten lectures on wavelets. Society for industrial and applied mechanics, Philadelphia, 1992
- [Dave61] *Davenport, A. G.*: The application of statistical concepts to the wind loading of structures. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 19, 6480, S. 449-472, Telford Services, London, 1961
- [Dave67] *Davenport, A. G.*: Gust loading factors. Journal of the structural division ASCE, 93(3), S. 11-34, 1967
- [Deno05] *Denoël, V.*: Accounting for coherence in wind forces in finite element models. in: Proceedings of 2005 Eurodyn, Paris, 2005
- [Deod96] *Deodatis, G.*: Simulation of ergodic multivariate stochastic process. Journal of engineering mechanics, 122(8), S. 778-787, 1996
- [DIN91] *DIN 4131:1991-11*: Antennenträgerwerke aus Stahl. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1991
- [DIN05a] *DIN 1055-4:2005-03*: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 4: Windlasten. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2005
- [DIN05b] *DIN EN 1993-1-9*: Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-9: Ermüdung. Deutsche Fassung, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2005

- [DIN07a] *E DIN 4131:2007-04*: Antennentragwerke aus Stahl. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2007
- [DIN07b] *DIN EN 1993-3-1*: Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 3-1: Türme und Maste. Deutsche Fassung, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2007
- [DiPa01] *DiPaola, O. & Gullo, I.*: Digital generation of multivariate wind field processes. Probabilistic engineering mechanics, 16, S. 1-10, 2001
- [DuMo89] *DuMouchel, W. & O'Brien, F.*: Integration a robust option into a multiple regression computing environment. Computing science an statistics: Proceedings of the 21st syposium on the interface, S. 297-301, Hrsg. Malone L. & Kenneth B., American statistical Association, Alexandria, 1989
- [Dyrb96] *Dyrbye, C. & Hansen S. O.*: Wind loads on structures. John Wiley & Sons, Chichester, New York, 1996
- [Eiff12] *Eiffel, G.*: Der Luftwiderstand und der Flug. Versuche, im Laboratorium des Marsfeldes ausgeführt. Richard Carl Schmidt & Co., Berlin, 1912
- [Emde89] *Emde, P.*: Winderregte Seilschwingungen bei Schrägseilbrücken und Maßnahmen zu deren Verhinderung. Dissertation Universität Kassel, Kassel, 1989
- [ESDU90] *ESDU 85020*: Characteristics of atmospheric turbulence near the ground. Part II: single point data for strong winds (neutral atmosphere). ESDU International plc, London, 1990
- [ESDU91a] *ESDU 81027*: Lattice Structures. Part I: mean fluid forces on single and multiple plane frames. ESDU International plc, London, 1991
- [ESDU91b] *ESDU 81028*: Lattice Structures. Part II: mean fluid forces on tower-like space frames. ESDU International plc, London, 1991
- [ESDU91c] *ESDU 86010*: Characteristics of atmospheric turbulence near the ground. Part III: variations in space and time for strong winds (neutral atmosphere). ESDU International plc, London, 1991
- [ESDU91d] *ESDU 71016*: Fluid forces and pressures on rectangular blocks. ESDU International plc, London, 1991
- [Eusa05] *Eusani, R.*: Zur numerischen Zeitbereichssimulation der aeroelastischen Instabilität bei Seilbrücken. Dissertation Universität Wuppertal, Wuppertal, 2005
- [Feli74] *Felippa, C. A.*: Finite element analysis of three-dimensional cable structures. Computational Methods in nonlinear Mechanics. The Texas Institute for Computational Mechanics, Texas, 1974
- [Föll03] *Föllinger, O.*: Laplace-, Fourier- und z-Transformation. 8. Auflage, Hüthig-Verlag, Heidelberg, 2003
- [Förs74] *Försching, H. W.*: Grundlagen der Aeroelastik. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1974

- [Heng99] *Hengst, S.*: Zeitbereichssimulation der nichtlinearen Böenwirkung bei schwingungsanfälligen Masten. Mitteilung Nr. 99-1 des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau, Dissertation Ruhr-Universität Bochum, Bochum, 1999
- [Höls93] *Hölscher, N.*: Ein multivariater Ansatz für die aerodynamische Übertragungsfunktion der Winddrücke in atmosphärischer Grenzschichtströmung. Mitteilung Nr. 93-3 des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau, Dissertation Ruhr-Universität Bochum, Bochum, 1993
- [Höff93] *Höffer, R. & Niemann, H. J.*: Computation of artificial stochastic wind loads and interaction forces an oscillating line-like structures. Structural Dynamics - EURODYN 1993, S. 1115-1122, Balkema, Rotterdam 1993
- [Höff97] *Höffer, R.*: Stationäre und instationäre Modelle zur Zeitbereichssimulation von Windkräften an linienförmigen Bauwerken. Mitteilung Nr. 97-2 des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau, Dissertation Ruhr-Universität Bochum, Bochum, 1997
- [Holm01] *Holmes, J. D.*: Wind loading of structures. Spon Press, London, 2001
- [Huan98] *Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R. et al.*: The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. Proceedings of the Royal Society (1998), 454, S. 903-995, London, 1998
- [Huan05] *Huang, N. E., Attoh-Okine, N. O.*: The Hilbert-Huang-Transform in Engineering. Taylor & Francis Group, Boca Raton, London, New York, Singapore, 2005
- [Hunt90] *Hunt, J. C. R., Kawai, H., Ramsey, S. R. et al.*: A review of velocity an pressure fluctuations in turbulent flows around bluff bodies. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 35, S. 49-85, 1990
- [Huth72] *Huthloff, H.*: Untersuchung periodischer Wirbelablösungen und Kräfte an schlanken scharfkantigen Körpern. Dissertation TU Hannover, Hannover, 1972
- [Janc86] *Jancauskas, E. D. & Melbourne W. H.*: The aerodynamic admittance of two-dimensional rectangular cylinders in smooth flow. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 23, S. 395-408, 1986
- [Jens78] *Jensen, N. O.*: Simultaneous measurements of turbulence over land and water. Boundary-Layer Meteorology, 15, S. 95-108 D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1978
- [Kärn84] *Kärnä, T.*: Dynamic and aeroelastic action of guy cables. Technical Research Centre of Finland, Publications 18, Dissertation Helsinki University of Technology, Helsinki, 1984
- [Kare90] *Kareem, A.*: Measurements of pressure and force fields on building models in simulated atmospheric flows. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 36, S. 589-599, 1990
- [Katt03] *Kattan, P. I.*: MATLAB guide to finite elements: an interactive approach. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 2003

- [Kivi01] *Kiviluoma, R.*: Frequency-domain approach for calculating wind-induced vibration and aeroelastic stability characteristics of long-span bridges. Dissertation Helsinki University of Technology, Helsinki, 2001
- [Kris79] *Kristensen, J. & Jensen, N. O.*: Lateral coherence in isotropic turbulence and in the natural wind. *Boundary Layer Meteorology*, 17, S. 353-373, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, Boston, 1979
- [Kris89] *Kristensen, J., Lenschow, D. H., Kirkegaard, P. & Courtney, M. O.*: The spectral velocity tensor for homogeneous boundary-layer turbulence. *Boundary Layer Meteorology*, 47, S. 149-193, Kluwer Academic Publishers, 1989
- [Laro99] *Larose, G. L.*: Experimental determination of the aerodynamic admittance of a bridge deck segment. *Journal of Fluids and Structures*, 13, S. 1029-1040, 1999
- [Laza85] *Lazaridis, N.*: Zur dynamischen Berechnung abgespannter Maste und Kamine in böigem Wind unter besonderer Berücksichtigung der Seilschwingungen. Dissertation Universität der Bundeswehr München, München, 1985
- [Li93] *Li, Y. & Kareem, A.*: Simulation of multivariate random processes: Hybrid DFT and digital filtering approach. *Journal of Eng. Mechanics*, 119, 5, S. 1078-1098, 1993
- [Link02] *Link, M.*: Finite Elemente in der Statik und Dynamik. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, Leipzig, Wiesbaden, 2002
- [Maie87] *Maier, W., Peil, U. & Plumeyer K.*: Festschrift zum 60. Geburtstag von Joachim Scheer, Hrsg. W. Maier, U. Peil, K. Plumeyer. Institut für Stahlbau, TU Braunschweig, 1987
- [Madu02] *Madugula, K. S.*: Dynamic response of lattice towers and guyed masts. American society of civil engineers, 2002
- [Mann98] *Mann, J.*: Wind field simulation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 13, 5, S. 269-282, 1998
- [Math06] *The Mathworks, Inc.*: Matlab R2006b, Version 7.3 2006
- [Mehl96] *Mehlhorn, G.*: Der Ingenieurbau: Grundwissen, Hrsg. Gerhard Mehlhorn, Baustatik, Baudynamik. Ernst & Sohn, Berlin, 1996
- [Mehl97] *Mehlhorn, G.*: Der Ingenieurbau: Grundwissen, Hrsg. Gerhard Mehlhorn, Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen. Ernst & Sohn, Berlin, 1997
- [Mesk99] *Meskouris, K.*: Baudynamik: Modelle, Methoden, Praxisbeispiele. Ernst & Sohn, Berlin, 1999
- [Minh00] *Minh, N. N., Yamada H., Miyata T. & Katsuchi H.*: Aeroelastic complex mode analysis for coupled gust response of the Akashi Kaikyo bridge model. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, 88, S. 307-324, 2000
- [Natk92] *Natke, H. G.*: Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig und Wiesbaden, 1992

- [Newl96] *Newland, D. E.*: An introduction to random vibrations, spectral & wavelet analysis, 3<sup>rd</sup> edition. Addison Wesley Longman Limited, Essex, 1996
- [Niem96] *Niemann, H. J., Höffer, R., Hölscher, N. & Kasperski, M.*: Dynamic actions. Dynamics of civil engineering structures. A. A. Balkema, Rotterdam, 1996
- [Niem01] *Niemann, H. J.*: Schädigungsorientierte Modellierung von stochastischen Einwirkungsprozessen. SFB 398 - Arbeitsbericht für die Periode 1998-2007. Ruhr-Universität Bochum, Bochum, 2001
- [Niem03] *Niemann, H. J. & Peil, U.*: Windlasten auf Bauwerke. Stahlbau-Kalender 2003. Hrsg. U. Kuhlmann, Ernst & Sohn, Berlin, 2003
- [Nies74] *Nieser, H.*: Schwingungsberechnung turmartiger Bauwerke durch böigen Wind. Dissertation Universität Karlsruhe, Karlsruhe, 1974
- [Noel91] *Nölle, H.*: Schwingungsverhalten abgespannter Maste in böigem Wind. Dissertation Universität Karlsruhe, Karlsruhe, 1991
- [Pano84] *Panofsky, H. A. & Dutton, J. A.*: Atmospheric turbulence. Models and methods for engineering applications. John Wiley & Sons, Inc., New York, Chichester 1984
- [Papo62] *Papoulis, A.*: The fourier integral and its applications. McGraw-Hill, New York, San Francisco, London, Toronto 1962
- [Peil94] *Peil, U. & Nölle, H.*: Windgeschwindigkeitsprofile bei Starkwind. Windprobleme in dicht besiedelten Gebieten, 3. Dreiländertagung der D-A-CH 1993, Karlsruhe, WTG-Berichte Nr. 3, Plate (Hrsg), S. 27-42, Windtechnologische Gesellschaft e.V. Aachen, 1994
- [Peil95] *Peil, U. & Nölle, H.*: Ermittlung der Lebensdauer hoher windbeanspruchter Bauwerke. Bauingenieur 70 (1995), S. 21-33, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1995
- [Peil96a] *Peil, U., Nölle, H. & Wang, Z. H.*: Dynamic behavior of guys under turbulent wind load. Journal of wind engineering and industrial aerodynamics, 65, S. 99-109, 1996
- [Peil96b] *Peil, U. & Telljohann, G.*: Lateral turbulence and dynamic response. Structural dynamics - EURO DYN'96, Augusti et al. (Hrsg), S. 207-211, Balkeema, Rotterdam, 1996
- [Peil97] *Peil, U. & Telljohann, G.*: Dynamisches Verhalten hoher Bauwerke im böigen Wind. Stahlbau 66 (1997), S. 99-109, Ernst & Sohn, Berlin, 1997
- [Peil98] *Peil, U.*: Dynamic behaviour of ropes and guyed masts. 3<sup>rd</sup> national conference on steel structures, Thomopoulos et al. (Hrsg), S. 209-220, Thessaloniki, 1998
- [Peil99] *Peil, U. & Telljohann, G.*: Dynamik hoher Bauwerke im böigen Wind. Baustatik-Baupraxis 7, Meskouris (Hrsg), S. 15-23 Balkeema, Rotterdam, 1999
- [Peil00] *Peil, U.*: Bauen mit Seilen. Stahlbau-Kalender 2000. Hrsg. U. Kuhlmann, Ernst & Sohn, Berlin, 2000
- [Peil03] *Peil, U. & Behrens, M.*: Aerodynamic admittance models checked by full scale measurements. Proceedings of 2003 ICWE, Lubbock, Texas, 2003

- [Peil04] *Peil, U.*: Maste und Türme. Stahlbau-Kalender 2004. Hrsg. U. Kuhlmann, Ernst & Sohn, Berlin, 2004
- [Peil05a] *Peil, U. & Clobes, M.*: Time domain model for buffeting wind loads verified in full-scale measurements. Proceedings of 2005 EACWE, Prag, 2005
- [Peil05c] *Peil, U. & Clobes, M.*: Impulsantwortfunktionen zur Beschreibung von turbulenzinduzierten Windlasten - Ein Vergleich mit Naturmessungen und quasi-stationären Berechnungsansätzen. Fortschritte im Windingenieurwesen, 9. Dreiländertagung der D-A-CH 2005, Luzern, WTG-Berichte Nr. 9, Zimmerli (Hrsg.), S. 65-72, Windtechnologische Gesellschaft e.V., Aachen, 2005
- [Peil06] *Peil, U. & Clobes, M.*: Modelle zur instationären Übertragung der Windturbulenz im Zeitbereich - Verifikation an Naturmessungen. Baudynamik Tagung Kassel - VDI-Berichte 1941, Düsseldorf, 2006
- [Peil07] *Peil, U. & Clobes, M.*: Böenwindlasten auf abgespannte Maste - Vergleichsrechnungen zum Bemessungsverfahren in EDIN 4131. Bauingenieur 82 (2007), Fachteil Windtechnologie, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 2007
- [Pete70] *Petersen, Chr.*: Abgespannte Maste und Schornsteine - Statik und Dynamik. Wilh. Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1970
- [Pete71] *Petersen, Chr.*: Aerodynamische und seismische Einflüsse auf die Schwingungen insbesondere schlanker Bauwerke. VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1971
- [Pete92] *Petersen, Chr.*: Chaotische Taumelschwingungen abgespannter Maste. Stahlbau 61 (1992), S. 179-185, Ernst & Sohn, Berlin, 1992
- [Pete00] *Petersen, Chr.*: Dynamik der Baukonstruktionen. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig und Wiesbaden, 2000
- [Ross04] *Rossi, R., Lazzari, M. & Vitaliani, R.*: Wind field simulation for structural engineering purposes. International journal for numerical methods in engineering 61 (2004), S. 738-763, 2004
- [Rote86] *Rotert, D.*: Zu den Vernachlässigungen bei der Berechnung der Windkraft innerhalb der Spektralmethode. Bauingenieur 61 (1986), S. 277-279, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1986
- [Rupp93] *Rupprecht, W.*: Signale und Übertragungssysteme: Modelle und Verfahren für die Informationstechnik. Springer, Berlin, 2003
- [Rusc82] *Ruscheweyh, H.*: Dynamische Windwirkung an Bauwerken. Band 1 & 2, Bauverlag GmbH, Wiesbaden und Berlin, 1982
- [Salv07] *Salvatori, L.*: Assessment and mitigation of wind risk on suspended-span bridges, Dissertation TU Braunschweig / Universität Florenz, 2007
- [Saue67] *Sauer, R. & Szabó, I.*: Mathematische Hilfsmittel des Ingenieurs - Teil 1. Springer, Berlin, 1967
- [Sche90] *Scheer, J.*: Zur statischen Berechnung abgespannter Maste. Mitteilungen der Tagung Baustatik-Baupraxis, Hannover, 1990

- [Scan84] *Scanlan, R. H.*: Role of indicial functions in buffeting analysis of bridges, Journal of structural engineering, Vol. 110, No. 7, S. 1433-1446, 1984
- [Scan99] *Scanlan, R. H., & Jones, N. P.*: A form of aerodynamic admittance for use in bridge aeroelastic analysis. Journal of Fluids and Structures, 13, S. 1017-1027, 1999
- [Schr94] *Schrader, P.*: Die statistische Stabilität gemessener integraler Längenmaße und anderer Windparameter. Sonderforschungsbereich Tragwerksdynamik, Berichte Nr. 26, Ruhr-Universität Bochum. Hrsg. W. B. Krätzig. Bochum 1994
- [Schr81] *Schroers, H. & Zilch, K.*: Messungen der Starkwindstruktur und deren Auswirkungen auf das Windlastkonzept von Bauwerken. Konstruktiver Ingenieurbau, Berichte. Heft 35/36 Gebäudeaerodynamik. DFG-Kolloquium an der Ruhr-Universität Bochum. Hrsg. W. Zerna. Vulkan-Verlag, Essen 1981
- [Schu87] *Schuëller, G. I. & Shinozuka, M.*: Stochastic methods in structural dynamics. Martinus Nijhoff Publishers. Dordrecht, Boston, Lancaster 1987
- [Schw89] *Schweizerhoff, K.*: Quasi-Newton Verfahren und Kurvenverfolgungsalgorithmen für die Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme in der Strukturmechanik. Hrsg. Vogel, U. & Schweizerhof, K. Institut für Baustatik, Universität Fridericiana Karlsruhe 1989
- [Shin72] *Shinozuka, M. & Jan, C.-M.*: Digital simulation of random processes and its applications. Journal of sound and vibration, Vol. 25, No 1, S. 111-128, 1972
- [Simi96] *Simiu, E. & Scanlan, R. H.*: Wind effects on structures. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996
- [Sock84] *Sockel, H.*: Aerodynamik der Bauwerke. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig und Wiesbaden, 1984
- [Sola93a] *Solari, G.*: Gust buffeting. I: Peak wind velocity and equivalent pressure. Journal of structural engineering, Vol. 119, No. 2, S. 365-382, 1993
- [Sola93b] *Solari, G.*: Gust buffeting. II: Dynamic alongwind response. Journal of structural engineering, Vol. 119, No. 2, S. 383-398, 1993
- [Sola01] *Solari, G. & Piccardo, G.*: Probabilistic 3-D turbulence modeling for gust buffeting structures. Probabilistic engineering mechanics, Vol. 16, S. 73-86, 2001
- [Sola06] *Solari, G.*: Gust buffeting response of structures. CISM-Advanced professional course in wind engineering, Udine, 2006
- [Spar93] *Sparling, B. F., Smith, B. W. & Davenport, A. G.*: Simplified dynamic analysis methods for guyed masts in turbulent winds. International Association of Shell and Spatial Structures, Meeting of the working group on masts and towers. Prag, 1993
- [Spar95] *Sparling, B. F. & Davenport, A. G.*: Three dimensional dynamic response of guyed masts to wind turbulence. International Association of Shell and Spatial Structures, Meeting of the working group on masts and towers. Winchester, England, 1995

- [Spar06] *Sparling, B. F. & Wegner, L. D.*: Comparison of frequency- and time-domain analyses for guyed masts in turbulent winds. Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 33, No 2, S. 169-182, National Research Council of Canada. Ottawa, 2006
- [Star92] *Starossek, U.*: Brückendynamik - Winderregte Schwingungen von Seilbrücken. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig und Wiesbaden, 1992
- [Stat06] *Stathopoulos, T.*: Wind codes and standards: fundamentals behind their provisions. CISM-Seminar: wind effects on buildings and design of wind-sensitive structures, Udine, 2006
- [Stoi97] *Stoica, U. & Moses, R.*: Introduction to spectral analysis. Prentice Hall, New Jersey, 1997
- [Stul88] *Stull, R. B.*: An introduction to boundary layer meteorology. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 1988
- [Szil82] *Szilard, R.*: Finite Berechnungsmethoden der Strukturmechanik. Wilh. Ernst & Sohn, Berlin, München, 1982
- [Tell95] *Telljohann, G. & Peil, U.*: Ermüdung hoher Bauwerke im natürlichen Wind. Interner Bericht des Instituts für Stahlbau der Technischen Universität Braunschweig, Braunschweig, 1995
- [Tell98] *Telljohann, G.*: Turbulenzmodellierung des Windes für Schwingungsuntersuchungen hoher, schlanker Bauwerke. Dissertation TU Braunschweig, Braunschweig, 1998
- [Toni89] *Tonis, D.*: Zum dynamischen Verhalten von Abspannseilen. Dissertation Universität der Bundeswehr München, München, 1989
- [Tro90] *Troen, I. & Petersen, E. L.*: Europäischer Windatlas. Kommission der Europäischen Gemeinschaften, Roskilde, 1990
- [Truc99] *Truckenbrodt, E.*: Fluidmechanik Band 1 & 2. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1999
- [Turb00] *Turbelin, G. & Gibert, R.J.*: CFD calculations of Küssner-type indicial functions for buffeting analysis of bluff bodies. Proc. of 3rd International Symposium on computational wind engineering, Birmingham, 2000
- [Vick65] *Vickery, B. J.*: On the flow behind a coarse grid and its use as a model of atmospheric turbulence in studies related to wind loads on buildings. NPL-AERO-Report No. 1143, 1965
- [Vick66] *Vickery, B. J.*: Fluctuating lift and drag on a long cylinder of square cross-section in a smooth and in a turbulent stream. Journal of Fluid Mechanics. Vol. 25(3), S. 481-494, Cambridge, 1966
- [Vick72] *Vickery, B. J. & Kao, K. H.*: Drag or along-wind response of slender structures. Journal of the structural division, Proceedings of the American society of civil engineers. Vol. 98 No. St 1, New York, 1972



- [Wagn25] *Wagner, H.*: Über die Entstehung des dynamischen Auftriebes von Tragflügeln. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Bd. 5 S. 17-35, Berlin, 1925
- [Wang94] *Wang, Z.-H.*: Schwingungsverhalten der Abspannseile von Masten unter Berücksichtigung der Böenbelastung. Dissertation Universität Karlsruhe, Karlsruhe, 1994
- [Zahl98] *Zahlten, W.*: Zur numerischen Simulation winderregter Strukturen. Habilitationsschrift der RWTH Aachen, Aachen 1998
- [Zien88] *Zienkiewicz, O. C.*: The finite element method. - 4th Edition. McGraw-Hill Book Company, London 1988

# A Daten ausgewerteter Messungen

Nachfolgend sind für alle 10-Minuten-Messungen, die für die Identifikation quasistationärer und instationärer Übertragungsmodelle ausgewertet wurden, die charakterisierenden Parameter, wie 10-min-Mittelwert der Windgeschwindigkeit  $\bar{U}$  und der Windrichtung  $\bar{\varphi}$ , Turbulenzintensität in longitudinaler Richtung  $I_u$  und lateraler Richtung  $I_v$ , sowie die Integrallängenmaße der longitudinalen und lateralen Turbulenz  $L_{kx}$  angegeben. Die letzten vier Spalten enthalten die aus Approximation einer Normalverteilung an die gemessenen Kraftbeiwerte ermittelten Mittelwerte und Steigungen einer statistisch äquivalenten Linearisierung der Beiwerteverläufe.

**Tabelle A.1:** Eckdaten ausgewerteter 10-min Messungen (Young-Windmonitor)

Nr.	Messung	Ebene	$\bar{U}$ [m/s]	$\bar{\varphi}$ [°]	$I_u$ [—]	$I_v$ [—]	$L_{ux}$ [m]	$L_{vx}$ [m]	$\overline{C_W(t)}$ [—]	$\overline{C_Q(t)}$ [—]	$a_W$ [—]	$a_Q$ [—]
1	07.03.02	3a 66 m	9,2	0	0,14	0,15	40	12	1,97	-0,15	-1,32	-2,16
2	22.02.02	2a 102 m	9,6	2	0,12	0,14	33	22	2,00	-0,28	-1,15	-2,54
3	22.02.02	2b 102 m	9,4	2	0,15	0,14	55	16	2,03	-0,25	-1,29	-2,66
4	24.01.02	1a 102 m	9,3	-2	0,15	0,15	34	16	1,89	0,05	1,40	-2,52
5	22.02.02	2a 66 m	7,2	0	0,17	0,18	31	13	2,52	0,00	-1,62	-2,76
6	01.01.02	2a 66 m	8,1	29	0,16	0,16	41	11	1,92	-0,32	1,59	0,97
7	01.01.02	2b 66 m	8,3	30	0,17	0,17	55	17	1,97	-0,29	1,80	0,98
8	01.01.02	2a 102 m	9,8	31	0,11	0,12	26	14	1,91	-0,24	1,52	0,84
9	19.12.01	6b 66 m	10,5	30	0,16	0,15	33	15	1,86	-0,32	1,66	0,91
10	19.12.01	6b 102 m	12,2	31	0,10	0,12	40	18	1,83	-0,28	1,35	0,81
11	18.02.02	1a 102 m	9,1	43	0,08	0,09	27	13	1,98	-0,17	1,83	-0,88
12	21.11.01	2b 66 m	7,9	45	0,17	0,16	38	16	1,93	-0,25	-2,29	-0,89
13	11.10.01	1b 66 m	10,4	47	0,15	0,13	33	11	1,73	-0,27	-1,67	-0,73
14	26.02.02	2b 66 m	13,6	45	0,17	0,16	35	18	1,78	-0,22	-1,61	-0,70
15	26.02.02	6a 102 m	13,4	46	0,13	0,13	66	28	1,81	-0,23	-1,56	-0,65

**Tabelle A.2:** Eckdaten ausgewerteter 10-min Messungen (Gill-USA)

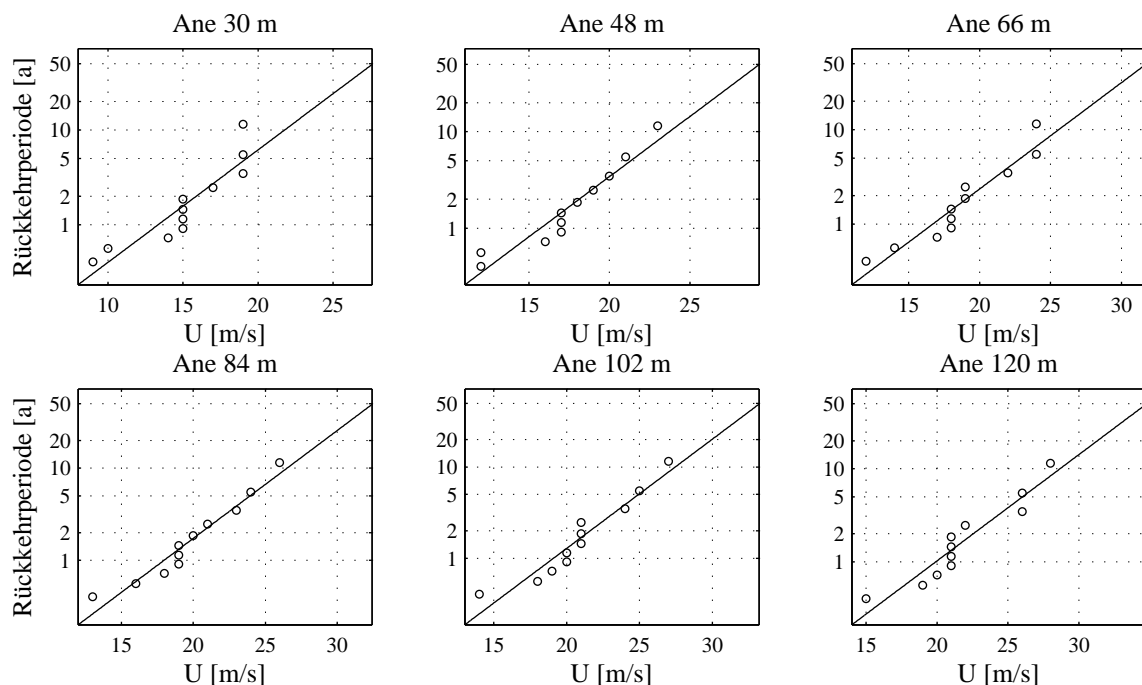
Nr.	Messung	Ebene	$\bar{U}$ [m/s]	$\bar{\varphi}$ [°]	$I_u$ [—]	$I_v$ [—]	$L_{ux}$ [m]	$L_{vx}$ [m]
16	26.06.07	5500 s 66 m	13,8	46	0,16	0,15	37	23
17	05.07.07	5950 s 66 m	7,6	1	0,15	0,16	24	13

## A.1 Extremwertverteilung

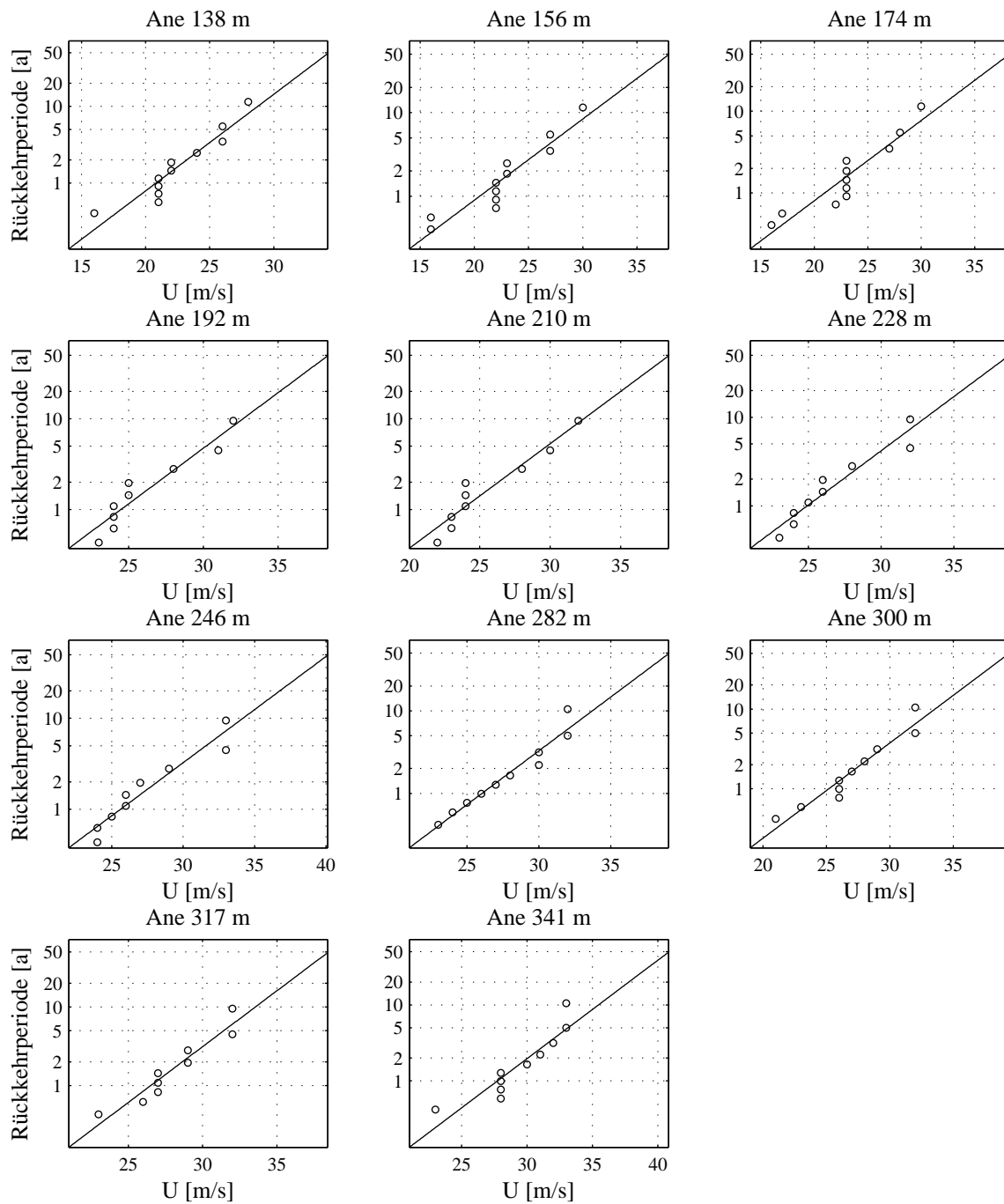
In Tabelle A.3 sind die jährlichen Maxima des 10-min-Mittelwertes der Windgeschwindigkeiten zusammengestellt, die in den Jahren 1989 bis 2002 am Mast Gartow II gemessen wurden. Die Abbildungen A.1 und A.2 zeigen deren Darstellung im *Gumbel*-Wahrscheinlichkeitspapier sowie die approximierte *Fisher-Tippet-I*-Verteilung zur Ermittlung des 50-Jahres-Windes.

**Tabelle A.3:** jährliche Maxima des 10 min Mittels der Windgeschwindigkeit in  $m/s$  am Mast Gartow II

	Messhöhen in <i>m</i>																
Jahr	30	48	66	84	102	120	138	156	174	192	210	228	246	282	300	317	341
1989	10	12	14	16	18	19	21	22	23	25	24	26	27	27	27	27	28
1990	19	23	24	26	27	28	28	30	30	31	30	32	33	32	32	32	33
1991	15	18	19	20	21	22	22	23	23	24	24	25	26	25	26	26	28
1992	15	17	17	19	19	21	21	22	23	23	22	23	24	23	23	23	23
1993	19	20	22	23	24	26	26	27	28	32	32	32	33	32	32	32	33
1994	14	17	19	19	20	21	22	23	23	24	24	24	25	24	26	27	28
1995	19	21	24	24	25	26	26	27	27	28	28	28	29	30	29	29	31
1996	15	17	18	18	20	20	21	22	22	24	23	24	24	26	26	27	28
1997	15	16	18	19	21	21	21	22	23	25	23	26	26	28	28	29	30
2001	9	12	12	13	14	15	16	16	17	-	-	-	-	-	-	-	-
2002	17	19	18	21	21	21	24	16	16	-	-	-	-	30	21	-	32



**Abbildung A.1:** Approximation der *Fisher-Tippet-I* Verteilung an die Jahresmaxima

Abbildung A.2: Approximation der *Fisher-Tippet-I* Verteilung an die Jahresmaxima

## A.2 Verhältnisse von Turbulenzparametern

### A.2.1 Longitudinale und laterale Turbulenzintensität

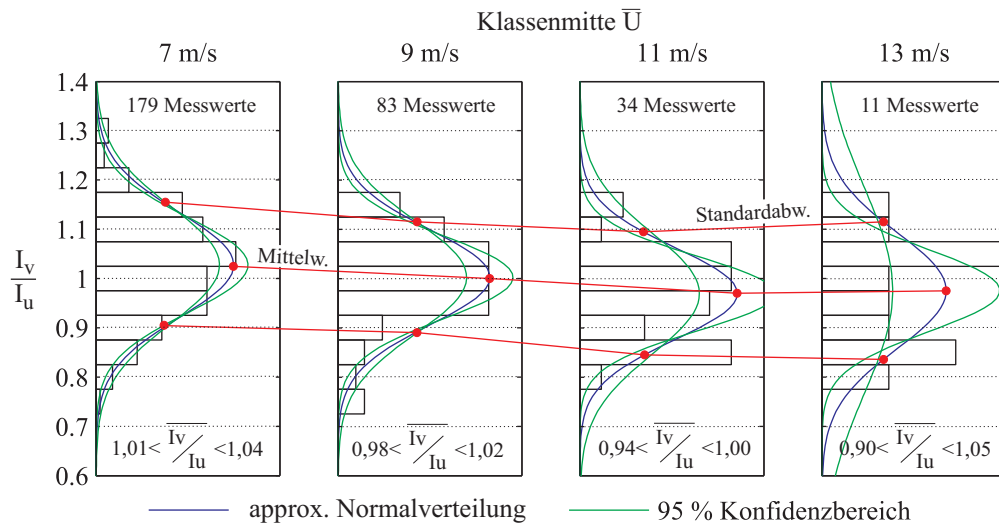


Abbildung A.3: Verteilungsdichten des Verhältnisses der lat. und long. Turbulenzintensität, 66 m Ebene

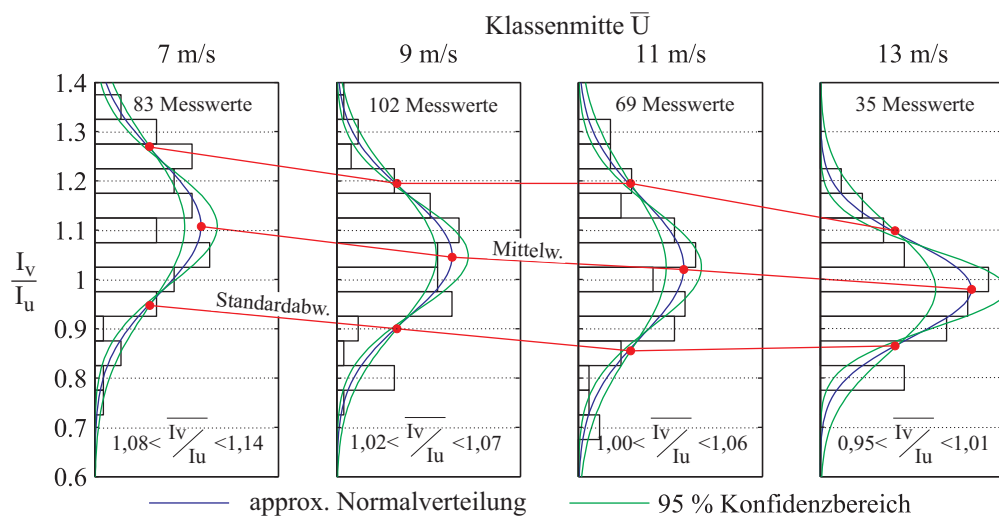


Abbildung A.4: Verteilungsdichten des Verhältnisses der lat. und long. Turbulenzintensität, 104 m Ebene

## A.2.2 Longitudinales und laterales Integrallängenmaß

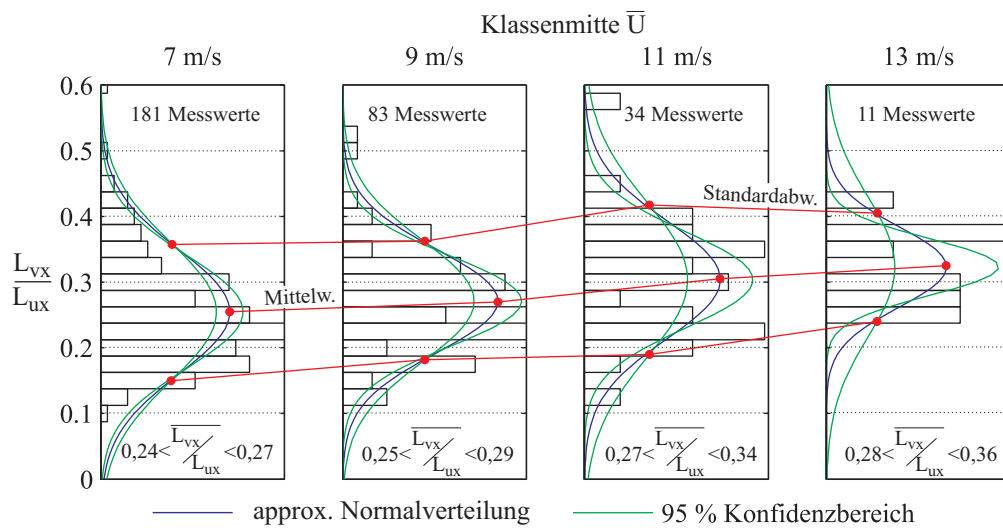


Abbildung A.5: Verteilungsdichten des Verhältnisses der lat. und long. integralen Längenmaße, 66 m Ebene

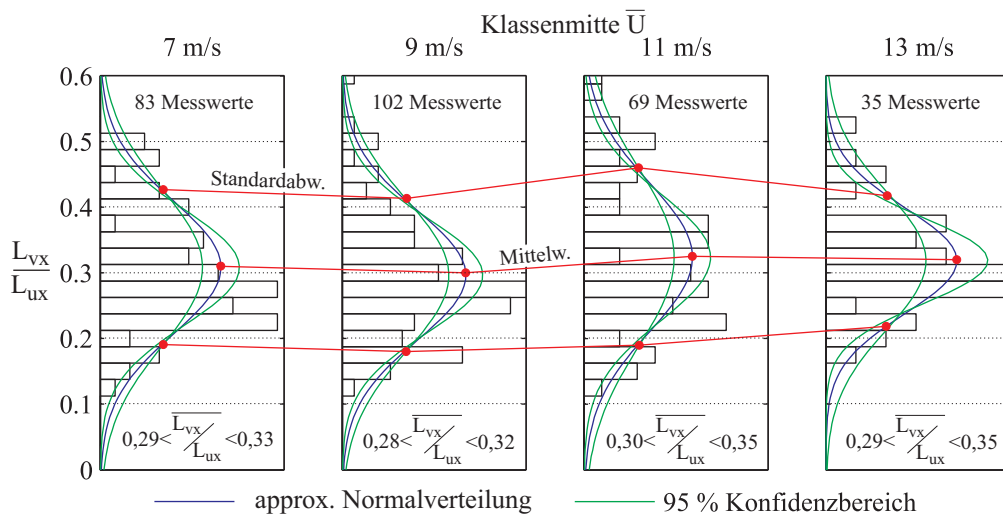


Abbildung A.6: Verteilungsdichten des Verhältnisses der lat. und long. integralen Längenmaße, 104 m Ebene

## A.3 Identifikation von Übertragungsmodellen

### A.3.1 Quasistationäre Übertragungsmodelle

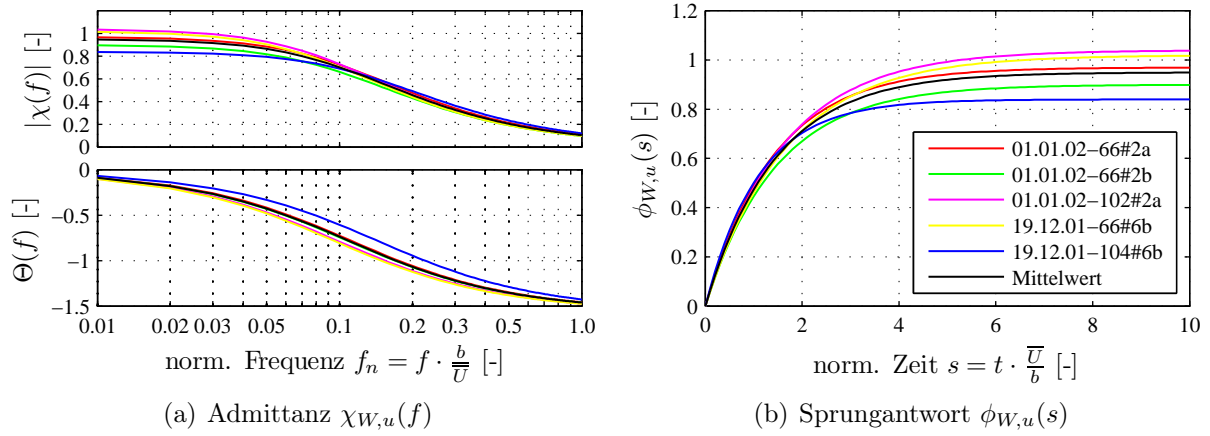
**Tabelle A.4:** Güte der Beschreibung von Windkräften in turbulenter Strömung unter  $\bar{\varphi} \approx 30^\circ$

Nr.	Messung	Ebene	$\bar{U}$	Modell 1				Modell 2				
				$\frac{\bar{F}_{W,1}}{\bar{F}_{W,M}}$	$\frac{\sigma^2_{W,1}}{\sigma^2_{W,M}}$	$\frac{\bar{F}_{Q,1}}{\bar{F}_{Q,M}}$	$\frac{\sigma^2_{Q,1}}{\sigma^2_{Q,M}}$	$\frac{\bar{F}_{W,2}}{\bar{F}_{W,M}}$	$\frac{\sigma^2_{W,2}}{\sigma^2_{W,M}}$	$\frac{\bar{F}_{Q,2}}{\bar{F}_{Q,M}}$	$\frac{\sigma^2_{Q,2}}{\sigma^2_{Q,M}}$	
6	01.01.02	2 a	66 <i>m</i>	8,1	98	247	98	238	106	233	9	284
7	01.01.02	2 b	66 <i>m</i>	8,3	99	228	88	183	105	217	10	223
8	01.01.02	2 a	102 <i>m</i>	9,8	98	235	104	243	108	233	9	310
9	19.12.01	6 b	66 <i>m</i>	10,5	98	236	95	195	110	240	3	252
10	19.12.01	6 b	102 <i>m</i>	12,2	98	182	96	214	113	212	15	227

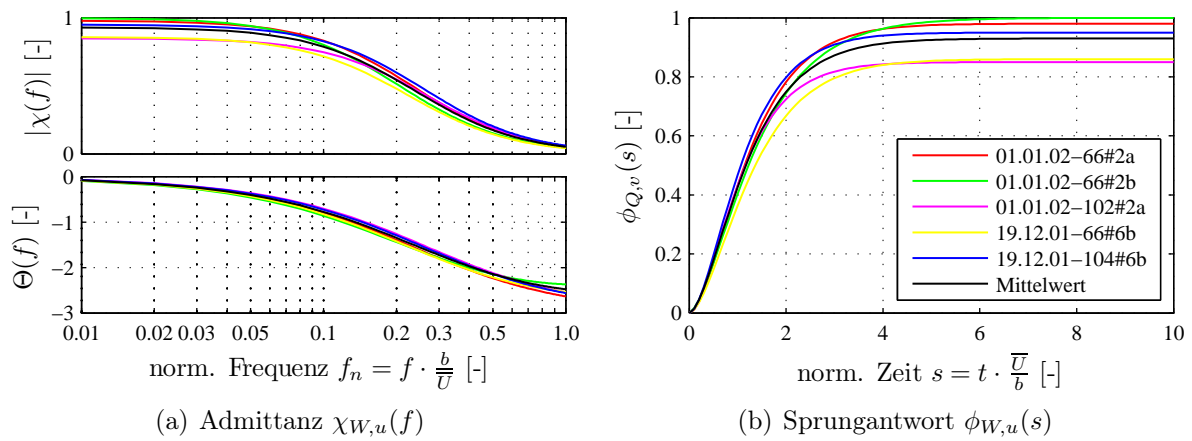
### A.3.2 Instationäre Übertragungsmodelle

**Tabelle A.5:** Identifizierte Koeffizienten der Übertragungsfunktionen für  $\bar{\varphi} \approx 0^\circ$

Messung	Übertragungs- funktion	Koeffizienten						
		$a_0$	$a_1$	$b_1$	$a_2$	$b_2$	$a_3$	$b_3$
24.01.02 # 1 a (102 m)	$\chi_{W,u}$	1,01	1,01	0,87	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,54	9,99	0,85	9,97	1,77	-19,42	1,35
22.02.02 # 2 a (102 m)	$\chi_{W,u}$	1,02	1,02	1,02	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,40	9,99	0,81	9,91	1,75	-19,50	1,32
22.02.02 # 2 b (102 m)	$\chi_{W,u}$	0,99	0,99	1,06	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,39	9,98	0,81	9,97	1,70	-19,56	1,29
22.02.02 # 2 a (66 m)	$\chi_{W,u}$	1,01	1,01	0,94	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,16	9,96	0,85	10,00	1,74	-19,80	1,31
07.03.02 # 3 a (66 m)	$\chi_{W,u}$	0,98	0,98	0,99	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,30	10,00	0,77	9,95	1,59	-19,65	1,20
Mittelwert	$\chi_{W,u}$	1,00	1,00	0,98	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,36	2,28	2,24	8,87	0,74	-10,79	1,09
05.07.07 (USA) (66 m)	$\chi_{W,u}$	1,04	1,04	0,40	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,30	7,76	1,59	10,00	0,73	-17,46	1,13



**Abbildung A.7:** Vergleich identifizierter Übertragungsfunktionen für  $F'_W(t)$  infolge  $u(t)$  bei  $\varphi = 30^\circ$



**Abbildung A.8:** Vergleich identifizierter Übertragungsfunktionen für  $F'_Q(t)$  infolge  $v(t)$  bei  $\varphi = 30^\circ$



**Tabelle A.6:** Identifizierte Koeffizienten der Übertragungsfunktionen für  $\bar{\varphi} \approx 30^\circ$ 

Messung	Übertragungs- funktion	Koeffizienten						
		$a_0$	$a_1$	$b_1$	$a_2$	$b_2$	$a_3$	$b_3$
01.01.02 # 2 a (66 m)	$\chi_{W,u}$	0,97	0,97	0,71	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,98	9,97	1,41	-8,99	1,57	-	-
01.01.02 # 2 b (66 m)	$\chi_{W,u}$	0,90	0,90	0,68	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	1,00	2,29	1,02	-1,29	1,74	-	-
01.01.02 # 2 a (102 m)	$\chi_{W,u}$	1,04	1,04	0,62	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,85	9,98	1,62	-9,12	1,76	-	-
19.12.01 # 6 b (66 m)	$\chi_{W,u}$	1,02	1,02	0,60	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,86	9,90	1,35	-9,04	1,47	-	-
19.12.01 # 6 b (102 m)	$\chi_{W,u}$	0,84	0,84	0,91	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,95	9,99	1,56	-9,04	1,72	-	-
Mittelwert	$\chi_{W,u}$	0,95	0,95	0,69	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,36	2,28	2,24	8,87	0,74	-10,79	1,09

**Tabelle A.7:** Identifizierte Koeffizienten der Übertragungsfunktionen für  $\bar{\varphi} \approx 45^\circ$ 

Messung	Übertragungs- funktion	Koeffizienten						
		$a_0$	$a_1$	$b_1$	$a_2$	$b_2$	$a_3$	$b_3$
11.10.01 # 1 b (66 m)	$\chi_{W,u}$	0,95	9,57	0,65	-8,62	0,69	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,87	9,95	1,43	-9,08	1,55	-	-
21.11.01 # 2 b (66 m)	$\chi_{W,u}$	0,88	1,81	0,62	-0,93	0,80	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,91	9,99	1,28	-9,08	1,41	-	-
18.02.02 # 1 a (104 m)	$\chi_{W,u}$	0,89	5,37	0,79	-4,48	0,89	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,98	10,87	1,39	-9,89	1,52	-	-
26.02.02 # 2 b (66 m)	$\chi_{W,u}$	0,95	1,20	0,37	-0,25	1,27	-	-
	$\chi_{Q,v}$	1,04	0,87	0,84	0,17	0,10	-	-
26.02.02 # 6 a (104 m)	$\chi_{W,u}$	0,88	0,88	0,44	-	-	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,97	0,84	1,01	0,13	0,08	-	-
Mittelwert	$\chi_{W,u}$	0,91	1,04	0,46	-0,13	1,43	-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,95	1,13	0,84	-0,18	3,86	-	-
26.06.07 (USA) (66 m)	$\chi_{W,u}$	0,96	0,96	0,28			-	-
	$\chi_{Q,v}$	0,98	0,65	1,22	0,33	0,10	-	-

# B Numerische Lösung nichtlinearer Schwingungen

## B.1 *Houbolt*-Integration

Die Verschiebungsvektoren  $\mathbf{X}$  für die Zeitschritte  $i = -1$  und  $i = -2$  können aus zentralen Differenzen bestimmt werden. Diese ergeben sich zu

$$\mathbf{X}_{-1} = \ddot{\mathbf{X}}_0 \Delta t^2 + 2\mathbf{X}_0 - \mathbf{X}_1 \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{X}_{-2} = 6\ddot{\mathbf{X}}_0 \Delta t^2 + 6\dot{\mathbf{X}}_0 - 9\mathbf{X}_0 - 8\mathbf{X}_1 \quad (\text{B.2})$$

### 1. Zeitschritt

Die Ableitungen der Verschiebungsvektoren lauten

$$\dot{\mathbf{X}}_1^k = \frac{1}{2\Delta t} \left( 2(\mathbf{X}_1^{k-1} + \Delta \mathbf{X}^k) - 2\mathbf{X}_0 + \ddot{\mathbf{X}}_0 \Delta t^2 \right) \quad (\text{B.3})$$

$$\ddot{\mathbf{X}}_1^k = \frac{1}{\Delta t^2} \left( 6(\mathbf{X}_1^{k-1} + \Delta \mathbf{X}^k) - 6\mathbf{X}_0 - 6\dot{\mathbf{X}}_0 \Delta t - 2\ddot{\mathbf{X}}_0 \Delta t^2 \right) \quad (\text{B.4})$$

Die dynamische Steifigkeitsmatrix ist somit

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_0 + \mathbf{M} \frac{6}{\Delta t^2} + \mathbf{D} \frac{1}{\Delta t} \quad (\text{B.5})$$

Der dynamischen Belastungsvektor ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}} = & \mathbf{F}_1 - \mathbf{R}_1^{k-1} - \mathbf{M} \frac{1}{\Delta t^2} \left( 6\mathbf{X}_i^{k-1} - 6\mathbf{X}_0 - 6\dot{\mathbf{X}}_0 \Delta t - 2\ddot{\mathbf{X}}_0 \Delta t^2 \right) \\ & - \mathbf{D} \frac{1}{2\Delta t} \left( 2\mathbf{X}_1^{k-1} - 2\mathbf{X}_0 + \ddot{\mathbf{X}}_0 \Delta t^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

## 2. Zeitschritt

Die Ableitungen der Verschiebungsvektoren lauten

$$\dot{\mathbf{X}}_2^k = \frac{1}{2\Delta t} (3(\mathbf{X}_2^{k-1} + \Delta\mathbf{X}^k) - 4\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_0) \quad (\text{B.7})$$

$$\ddot{\mathbf{X}}_2^k = \frac{1}{\Delta t^2} (2(\mathbf{X}_2^{k-1} + \Delta\mathbf{X}^k) - 4\mathbf{X}_1 + 2\mathbf{X}_0 - \ddot{\mathbf{X}}_0\Delta t^2) \quad (\text{B.8})$$

Die dynamische Steifigkeitsmatrix ist somit

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{M}\frac{2}{\Delta t^2} + \mathbf{D}\frac{3}{2\Delta t} \quad (\text{B.9})$$

Der dynamischen Belastungsvektor ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}} = & \mathbf{F}_2 - \mathbf{R}_2^{k-1} - \mathbf{M}\frac{1}{\Delta t^2} (2\mathbf{X}_2^{k-1} - 4\mathbf{X}_1 + 2\mathbf{X}_0 - \ddot{\mathbf{X}}_0\Delta t^2) \\ & - \mathbf{D}\frac{1}{2\Delta t} (3\mathbf{X}_2^{k-1} - 4\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_0) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

# C Eckdaten der untersuchten Masten

In der Arbeit wurden zwei verschiedene Masten untersucht. Der Mast I ist dreifach abgespannt und insgesamt 215 m hoch. Der Mast II ist vierfach abgespannt und 300 m hoch.

Auf den nachfolgenden Seiten sind alle Daten wie Mastschaftgeometrie, Einbauten, Querschnittswerte, Steifigkeiten, Massen und Vorspannung, die zur rechnerischen Beschreibung der beiden untersuchten Masten notwendig sind, aufgeführt. Die angegebene Vorspannung der Paraden  $P_0$  ist dabei jene Normalkraft, die im Lastfall Eigengewicht in Seilmitte vorhanden ist.

## C.1 Mast I, 215-m-Mast

In Abbildung C.1 sind die Geometrie des Mastschaftes für den 215-m-Mast und die bei der Berechnung von Windwiderstand und -quertrieb berücksichtigten Einbauten dargestellt. Die Antennen werden nur im angegebenen Bereich des Antennenfeldes berücksichtigt. In den Abbildungen C.4 und C.5 auf Seite 193 sind ausgewählte Eigenformen des Tragwerks im Lastfall Eigengewicht für den Frequenzbereich bis 1 Hz dargestellt.

### Mastschaftgeometrie

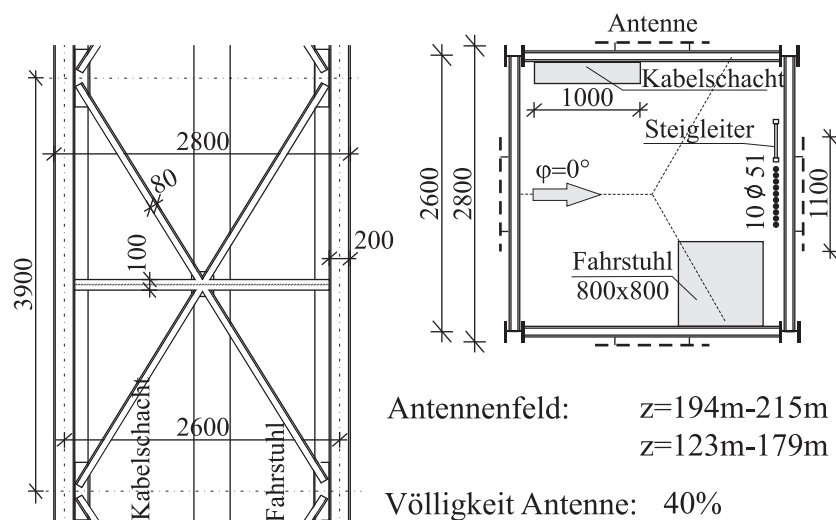


Abbildung C.1: Mastschaftgeometrie und Einbauten

## Aerodynamische Ersatzflächen

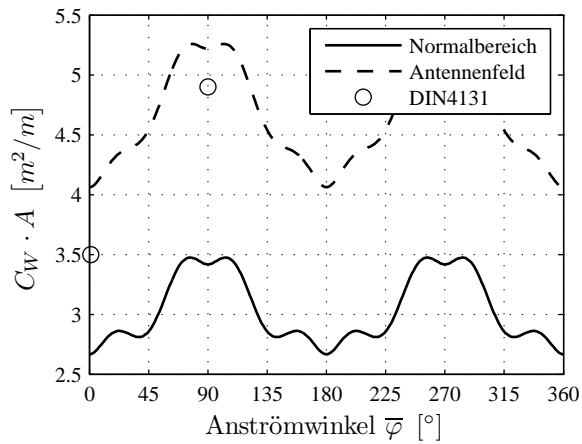


Abbildung C.2: Windwiderstand

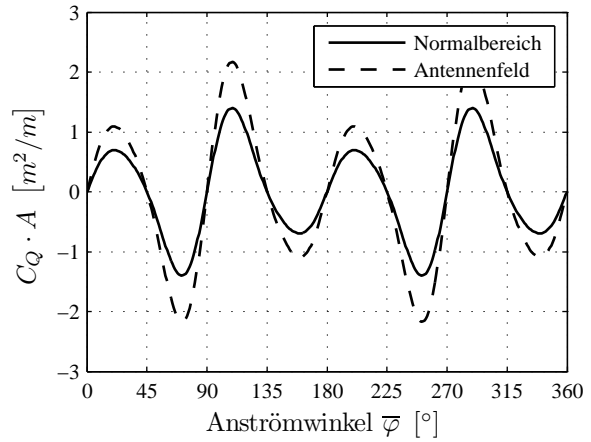


Abbildung C.3: Windquertrieb

## Systemdaten

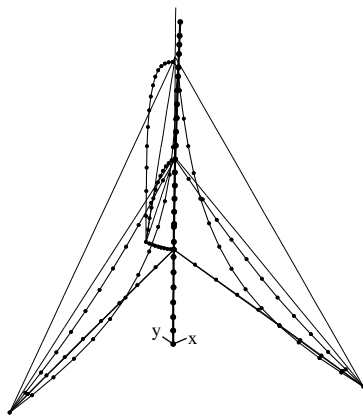
Tabelle C.1: Querschnittswerte der Biegeelemente zur Beschreibung des Mastschaftes

Abschnitt $z$ [m]	Fläche $A$ [m <sup>2</sup> ]	Trägheits- moment $I_y = I_z$ [m <sup>4</sup> ]	Schubflächen- beiwert $\alpha_{sy} = \alpha_{sz}$ [–]	Elastizitäts- modul $E$ [ $\frac{kN}{cm^2}$ ]	Schub- modul $G$ [ $\frac{kN}{cm^2}$ ]	Masse $m$ [ $\frac{t}{m}$ ]
0-18	0,0452	0,0764	0,0963	21000	8100	0,8453
18-38	0,0532	0,0899	0,0670	21000	8100	0,8707
38-58	0,0452	0,0764	0,0963	21000	8100	0,8453
58-68	0,0532	0,0899	0,0670	21000	8100	0,8707
68-78	0,0452	0,0764	0,0963	21000	8100	0,8453
78-80	0,0347	0,0587	0,1024	21000	8100	0,7184
80-123	0,0347	0,0587	0,1254	21000	8100	0,7589
123-179	0,0452	0,0764	0,0963	21000	8100	0,9953
179-185	0,0452	0,0764	0,0963	21000	8100	0,8453
185-194	0,0348	0,0588	0,1251	21000	8100	0,7595
194-215	0,0348	0,0588	0,1251	21000	8100	0,9095

Tabelle C.2: Systemdaten der Abspannseile

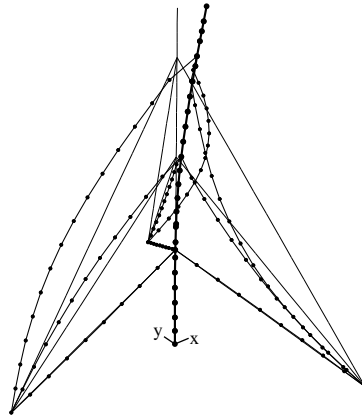
Ebene Nr.	Durch- messer $\varnothing$ [mm]	Vorspann- kraft $P_0$ [kN]	Elastizitäts- modul $E$ [ $\frac{kN}{cm^2}$ ]	Masse $m$ [ $\frac{t}{m}$ ]
1	46	142	15000	0,0130
2	43	131	15000	0,0114
3	60	259	15000	0,0222

## Eigenfrequenzen und -formen



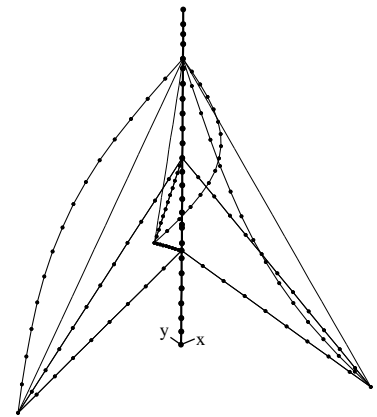
$$f_1 = 0,229 \text{ Hz}$$

Grundschiwingung Mast y-Richtung



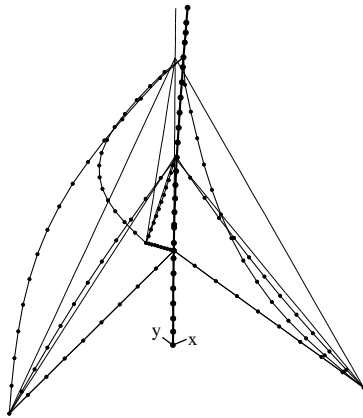
$$f_2 = 0,229 \text{ Hz}$$

Grundschiwingung Mast x-Richtung



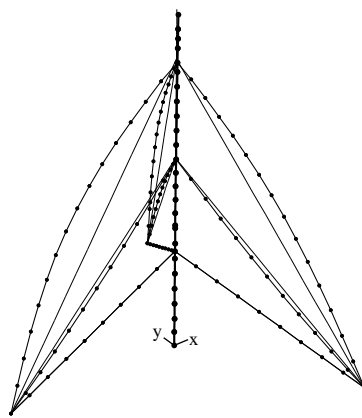
$$f_3 = 0,245 \text{ Hz}$$

Grundschiwingung Seile 3. Ebene



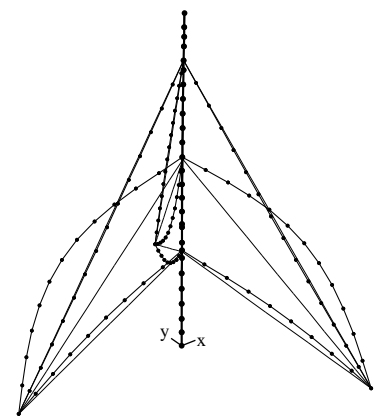
$$f_4 = 0,251 \text{ Hz}$$

Schiwingung Mast diagonal



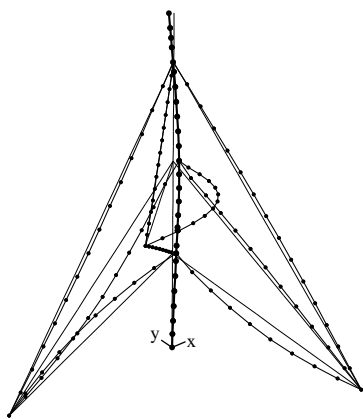
$$f_5 = 0,251 \text{ Hz}$$

Schiwingung Mast diagonal



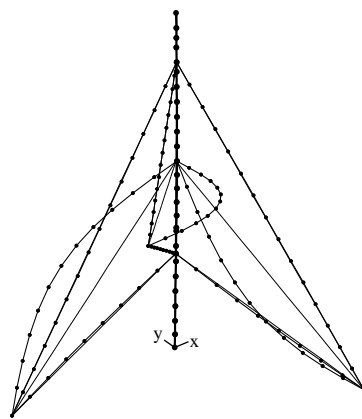
$$f_6 = 0,312 \text{ Hz}$$

Oberschiwingung Mast diagonal



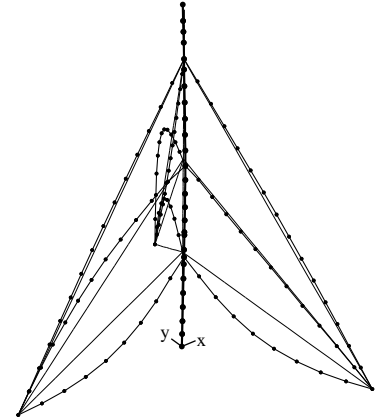
$$f_7 = 0,313 \text{ Hz}$$

Oberschiwingung Mast x-Richtung



$$f_8 = 0,317 \text{ Hz}$$

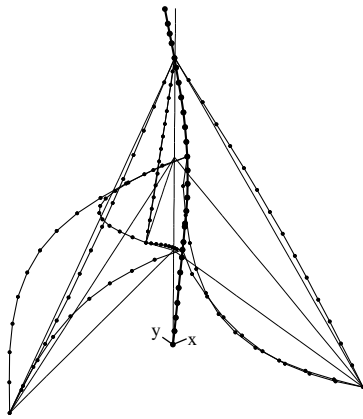
Grundschiwingung Seile 2. Ebene



$$f_9 = 0,328 \text{ Hz}$$

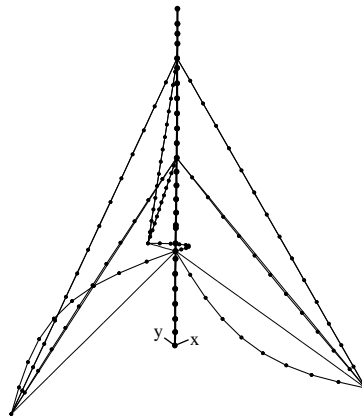
Oberschiwingung Mast y-Richtung

Abbildung C.4: unterste 9 Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen



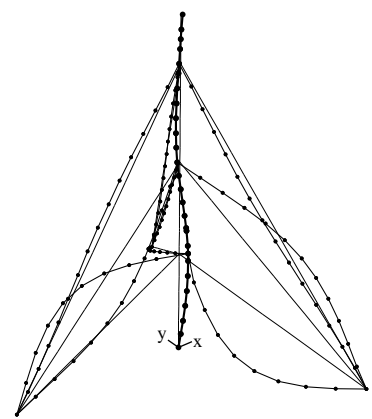
$$f_{10} = 0,328 \text{ Hz}$$

Oberschwingung Mast y-Richtung



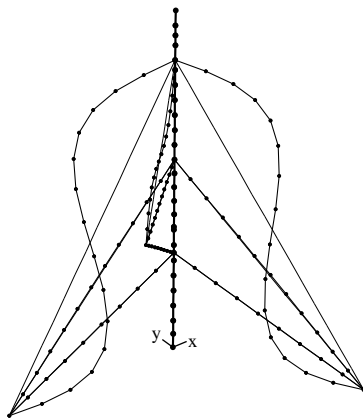
$$f_{14} = 0,397 \text{ Hz}$$

Grundschiwingung Seile 1. Ebene



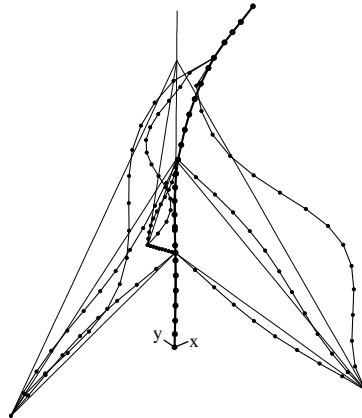
$$f_{16} = 0,438 \text{ Hz}$$

Oberschwingung Mast x-Richtung



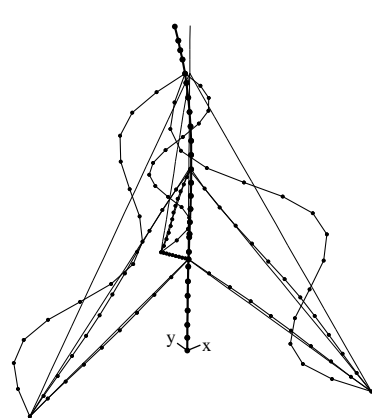
$$f_{21} = 0,587 \text{ Hz}$$

1. Oberschwingung Seile 3. Ebene



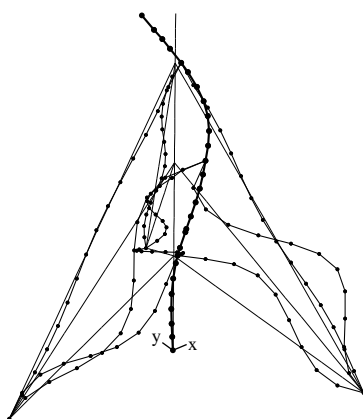
$$f_{25} = 0,599 \text{ Hz}$$

Oberschwingung Mast diagonal



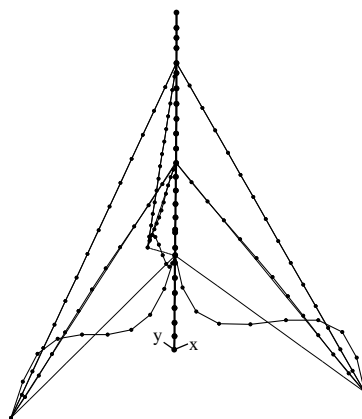
$$f_{37} = 0,736 \text{ Hz}$$

Oberschwingung Mast x-Richtung



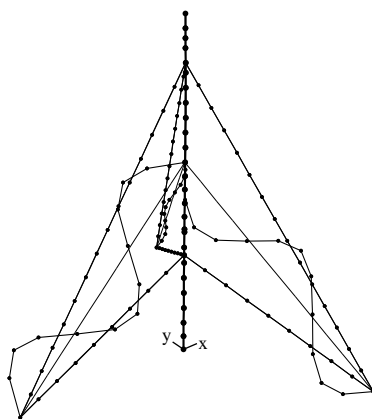
$$f_{40} = 0,767 \text{ Hz}$$

Oberschwingung Mast diagonal



$$f_{44} = 0,781 \text{ Hz}$$

1. Oberschwingung Seile 2. Ebene



$$f_{47} = 0,928 \text{ Hz}$$

2. Oberschwingung Seile 2. Ebene

**Abbildung C.5:** ausgewählte Eigenfrequenzen bis 1 Hz und zugehörige Eigenformen

## C.2 Mast II, 300-m-Mast

In der Abbildung C.6 sind die Geometrie des Mastschaftes für den 300-m-Mast und die bei der Berechnung von Windwiderstand und -quertrieb berücksichtigten Einbauten dargestellt. Die Antennen werden nur im angegebenen Bereich des Antennenfeldes berücksichtigt. In den Abbildungen C.9 und C.10 auf Seite 196 sind ausgewählte Eigenformen des Tragwerks im Lastfall Eigengewicht für den Frequenzbereich bis 1 Hz dargestellt.

### Mastschaftgeometrie

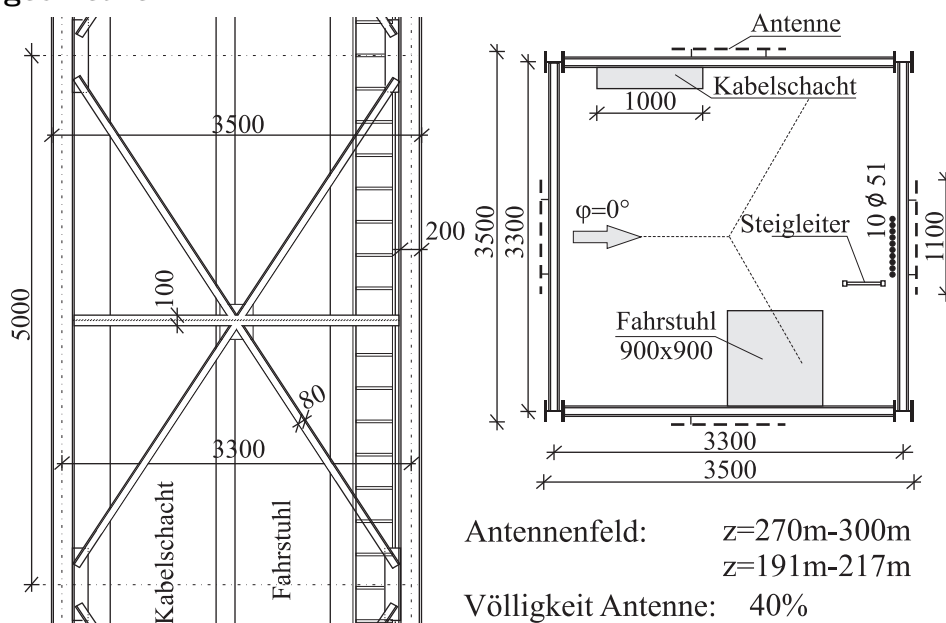


Abbildung C.6: Mastschaftgeometrie und Einbauten

### Aerodynamische Ersatzflächen

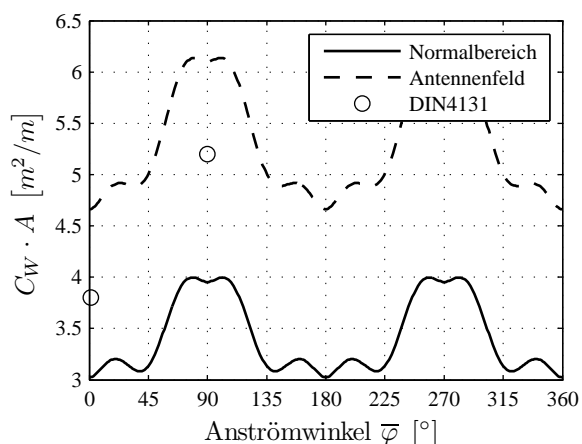


Abbildung C.7: Windwiderstand

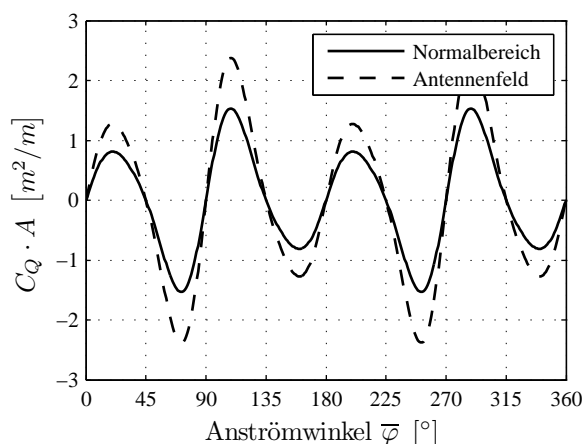


Abbildung C.8: Windquertrieb



## Systemdaten

**Tabelle C.3:** Querschnittswerte der Biegeelemente zur Beschreibung Mastschaftes

Abschnitt $z$ [m]	Fläche $A$ [m <sup>2</sup> ]	Trägheits- moment $I_y = I_z$ [m <sup>4</sup> ]	Schubflächen- beiwert $\alpha_{sy} = \alpha_{sz}$ [–]	Elastizitäts- modul $E$ [ $\frac{kN}{cm^2}$ ]	Schub- modul $G$ [ $\frac{kN}{cm^2}$ ]	Masse $m$ [ $\frac{t}{m}$ ]
0-102	0,0396	0,1078	0,1230	21000	8100	0,8258
102-133	0,0320	0,0871	0,1230	21000	8100	0,7153
133-142	0,0272	0,0741	0,1230	21000	8100	0,6455
142-163	0,0220	0,0599	0,1230	21000	8100	0,5699
163-172	0,0272	0,0741	0,1230	21000	8100	0,6455
172-181	0,0320	0,0871	0,1230	21000	8100	0,7153
181-191	0,0396	0,1078	0,1230	21000	8100	0,8258
191-196	0,0396	0,1078	0,1230	21000	8100	0,9758
196-202	0,0320	0,0871	0,1230	21000	8100	0,8653
202-211	0,0220	0,0599	0,1230	21000	8100	0,7199
211-217	0,0272	0,0741	0,1230	21000	8100	0,7955
217-248	0,0320	0,0871	0,1230	21000	8100	0,7153
248-253	0,0272	0,0741	0,1230	21000	8100	0,6455
253-270	0,0320	0,0871	0,1230	21000	8100	0,7153
270-287	0,0272	0,0741	0,1230	21000	8100	0,7955
287-300	0,0172	0,0468	0,1230	21000	8100	0,6501

**Tabelle C.4:** Systemdaten der Abspannseile

Ebene Nr.	Durch- messer $\varnothing$ [mm]	Vorspann- kraft $P_0$ [kN]	Elastizitäts- modul $E$ [ $\frac{kN}{cm^2}$ ]	Masse $m$ [ $\frac{t}{m}$ ]
1	44	115	16000	0,0132
2	44	113	16000	0,0119
3	49	325	16000	0,0161
4	60	505	16000	0,0235

## Eigenfrequenzen und -formen

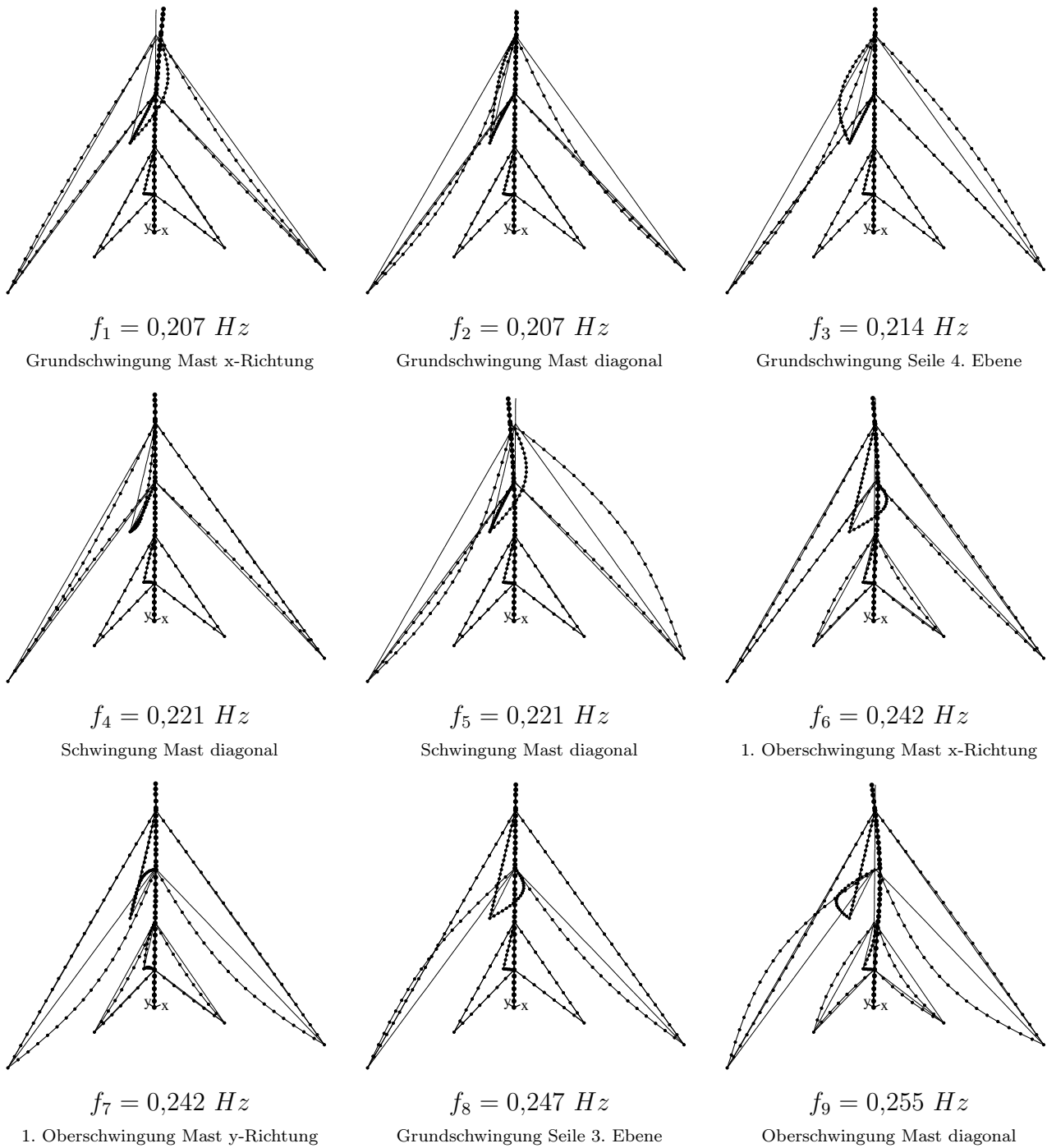
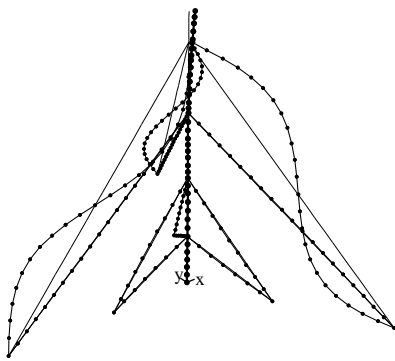
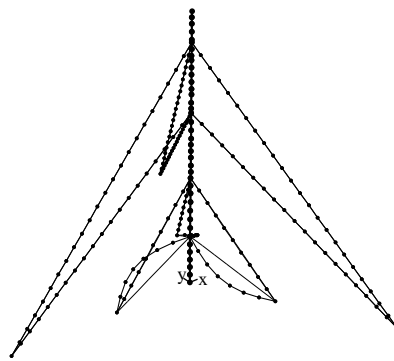


Abbildung C.9: unterste 9 Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen



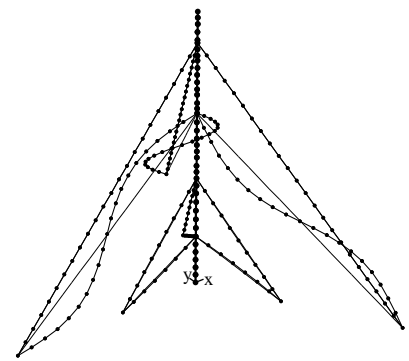
$$f_{18} = 0,423 \text{ Hz}$$

1. Oberschwingung Seile 4. Ebene



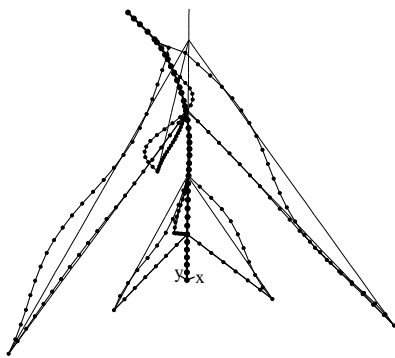
$$f_{26} = 0,442 \text{ Hz}$$

Grundschiwingung Seile 1. Ebene



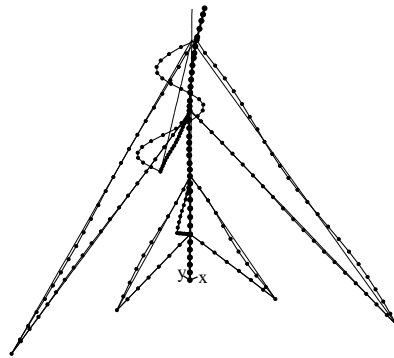
$$f_{32} = 0,492 \text{ Hz}$$

1. Oberschwingung Seile 3. Ebene



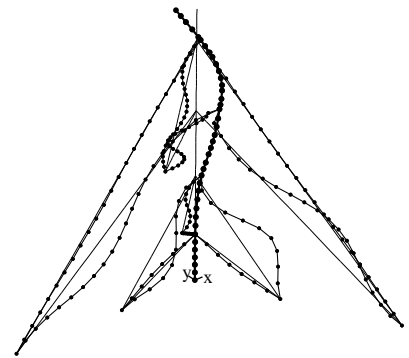
$$f_{37} = 0,571 \text{ Hz}$$

Oberschwingung Mast y-Richtung



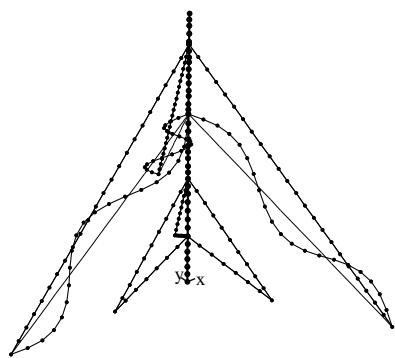
$$f_{49} = 0,647 \text{ Hz}$$

Oberschwingung Mast x-Richtung



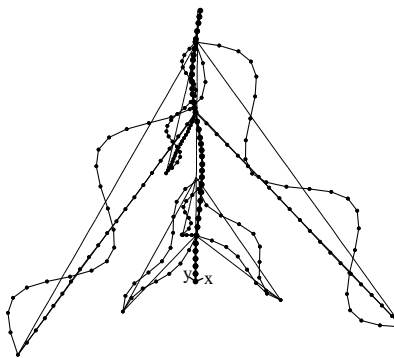
$$f_{51} = 0,660 \text{ Hz}$$

Oberschwingung Mast diagonal



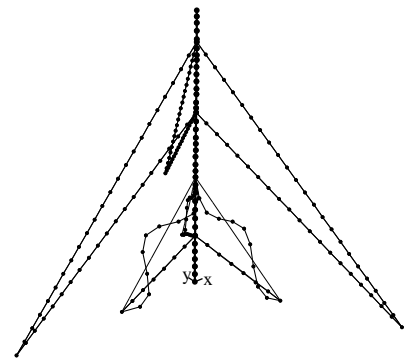
$$f_{53} = 0,734 \text{ Hz}$$

2. Oberschwingung Seile 3. Ebene



$$f_{63} = 0,848 \text{ Hz}$$

Oberschwingung Mast diagonal



$$f_{74} = 0,889 \text{ Hz}$$

2. Oberschwingung Seile 1. Ebene

**Abbildung C.10:** ausgewählte Eigenfrequenzen bis 1 Hz und zugehörige Eigenformen

# Lebenslauf

## **Mathias Clobes**

geboren am 7. Februar 1974 in Ziegenhain

### **Schulbildung**

1980 – 1986

Grundschule, Wabern

1986 – 1993

Theodor-Heuss-Schule, Gymnasium, Homberg (Efze)

### **Grundwehrrdienst**

Juli 1993 – August 1994

Panzerpionierkompanie 50, Hessisch Lichtenau

1996 – 1998

Ausbildung zum Offizier der Reserve

### **Hochschulbildung**

Oktober 1994 – März 2002

Studium des Bauingenieurwesens an der  
Universität Kassel

Schwerpunkt: Konstruktiver Ingenieurbau

Oktober 1999

1. Abschluss des integrierten Studiengangs: Diplom I

März 2002

2. Abschluss des integrierten Studiengangs: Diplom II

### **Berufliche Tätigkeit**

Dezember 2000 – März 2002

Ingenieur am Fachgebiet Stahlbau  
der Universität Kassel

April 2002 – Dezember 2007

Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Stahlbau  
der Technischen Universität Braunschweig

Seit 2002

Freie Mitarbeit in der Ingenieursozietät  
Peil, Ummenhofer & Partner, Braunschweig

Seit Januar 2008

Akademischer Rat am Institut für Stahlbau  
der Technischen Universität Braunschweig